

УДК 621.01/03

**РАСЧЕТ ПОТЕРЬ ЭНЕРГИИ НА ИЗМЕНЕНИЕ ФОРМЫ ТКАНИ,  
НАХОДЯЩЕЙСЯ В КОНТАКТЕ ДВУХ ТЕЛ**

**CALCULATION OF ENERGY LOSS FOR MODIFICATION  
OF A FABRIC SHAPE UNDER TWO BODIES CONTACT**

*П.Н. РУДОВСКИЙ, Г.К. БУКАЛОВ*  
*P.N. RUDOVSKY, G.K. BUKALOV*

(Костромской государственной технологической университет)  
(Kostroma State Technological University)  
E-mail: bukalog@kosnet.ru

*В статье приводится методика расчета потерь энергии, связанной с формоизменением ткани, расположенной в контакте двух тел. Показано, что эта энергия является одной из составляющих, позволяющих оценить защитные свойства спортивной одежды и рабочей спецодежды.*

*The method of calculation of energy loss for modification of a fabric shape under two bodies contact has been presented in the article. The energy is one of the components making it possible to evaluate protection properties of sports and working clothes.*

**Ключевые слова:** энергия, формоизменение ткани, защитные свойства одежды.

**Keywords:** energy, modification of a fabric shape, protection properties of clothes.

Спортивная и рабочая спецодежда кроме своей основной функции несет дополнительную – защищать тело человека при возможных ударах. Защита от удара происходит в том числе и за счет поглощения части энергии удара структурами покрова одежды, а также ткани и нитями, которые также входят в ее состав.

Рассмотрим первую часть задачи – поглощение энергии при деформации ткани в

процессе внедрения инородного тела в материал (например, тело человека), покрытый тканью. Внедряемое тело в первом приближении будем моделировать шаром с радиусом  $R$ , к которому приложена сила  $P$ . Между телом и внедряемым шаром расположена ткань. Давления на ткань по площадке контакта будем считать распределенными пропорционально перемещению соответствующей точки по направле-

нию оси OZ. Для определения законов распределения давления использовались известные простые модели материала, состоящего из отдельных элементов, находящихся в линейном напряженном состоянии, то есть подвергающихся только деформации сжатия [1], [2]. Касательными напряжениями в данном случае полагаем можно пренебречь. Пусть в результате приложения силы P шар внедрится на глубину H. Так, для точки  $B_{i,j}$  (рис. 1 – схема определения перемещений точек ткани в процессе внедрения инородного тела в материал, покрытый тканью) такое перемещение составит:

$$v_{i,j} = R - \sqrt{R^2 - (x_{i,j}^2 + y_{i,j}^2)}, \quad (1)$$

а сила давления соответственно:

$$q_{i,j} = k \left( R - \sqrt{R^2 - (x_{i,j}^2 + y_{i,j}^2)} \right), \quad (2)$$

где  $k$  – коэффициент пропорциональности.

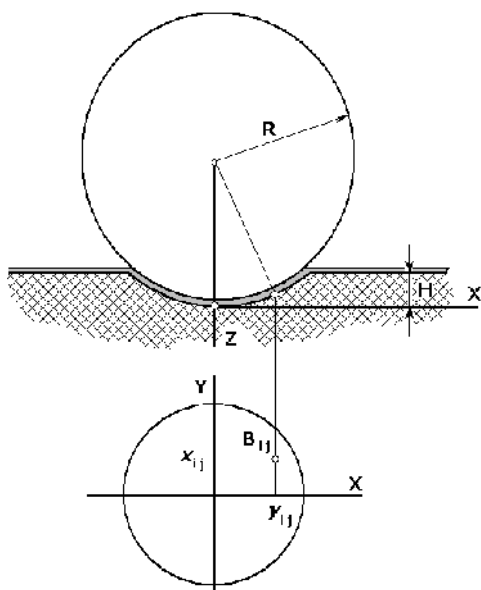


Рис. 1

Его можно определить из условия:

$$\sum q_{i,j} = P, \quad (3)$$

где  $q_{i,j}$  – сила давления между нитями в перекрытии с номером  $i$  по основе и но-

мером  $j$  по утку. При этом давлением между нитями в перекрытиях ткани, не попавшей в контакт двух тел, пренебрегаем ввиду его малости по сравнению с давлением в контакте.

По площадке контакта ткань обтягивает внедряемое тело. При этом происходит поворот нитей утка относительно нитей основы. Задачу о расположении нитей ткани, обтягивающей полушарие, в предположении, что сами нити не деформируются в продольном направлении, впервые предложил и решил Чебышев Л.П. [3]. В [4] предложен алгоритм для расчета координат точек перекрытия в предположении, что расстояния между нитями основы и утка равны. Модернизируем его, перейдя к параметрам, принятым в текстильной промышленности, и учитывая, что плотности ткани по утку  $P_y$  и по основе  $P_o$  могут различаться.

Расстояния между нитями основы и утка в миллиметрах можно рассчитать по формулам

$$r_o = \frac{100}{P_o}, \quad r_y = \frac{100}{P_y}. \quad (4)$$

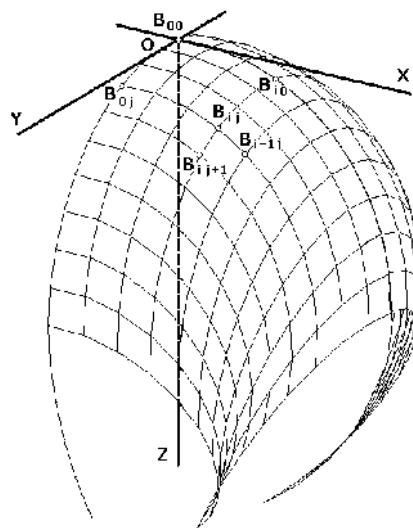


Рис. 2

В качестве базовых линий для построения выберем геодезические линии на шаре, проходящие через центр контакта, точку  $B_{0,0}$ , совпадающую с началом координат системы OXYZ (рис. 2 – схема определе-

ния координат точек перекрытий основы и утка). Очевидно, что точки, соответствующие перекрытиям и находящиеся на этих линиях, будут иметь координаты:

$$B_{i,0} = (x_{i,0}, 0, z_{i,0}) = \left[ \sin\left(i \frac{r_0}{R}\right), 0, \cos\left(i \frac{r_0}{R}\right) \right],$$

$$B_{0,j} = (0, y_{0,j}, z_{0,j}) = \left[ 0, \sin\left(j \frac{r_y}{R}\right), \cos\left(j \frac{r_y}{R}\right) \right], \quad (5)$$

где  $i = \left[ 0, \frac{\pi R}{2r_0} \right]$ , а  $j = \left[ 0, \frac{\pi R}{2r_y} \right]$ . (6)

Координаты точки  $B_{1,1}$  определяются как координаты точки пересечения трех сфер с радиусами  $R$ ,  $R_0$  и  $R_y$ , с центрами в точках  $O$ ,  $B_{1,0}$  и  $B_{0,1}$  соответственно. Координаты следующей точки, допустим,  $B_{2,0}$ , определяются как координаты точки пересечения трех сфер с радиусами  $R$ ,  $R_0$  и  $R_y$ , с центрами в точках  $O$ ,  $B_{2,0}$  и  $B_{1,1}$ . Продолжая этот процесс до исчерпания индексов  $i, j$ , получим значения координат всех точек.

$$\theta_{i,j} = \frac{(x_{i,j} - x_{i+1,j})(x_{i,j} - x_{i,j+1}) + (y_{i,j} - y_{i+1,j})(y_{i,j} - y_{i,j+1}) + (z_{i,j} - z_{i+1,j})(z_{i,j} - z_{i,j+1})}{\sqrt{(x_{i,j} - x_{i+1,j})^2 + (y_{i,j} - y_{i+1,j})^2 + (z_{i,j} - z_{i+1,j})^2} \sqrt{(x_{i,j} - x_{i,j+1})^2 + (y_{i,j} - y_{i,j+1})^2 + (z_{i,j} - z_{i,j+1})^2}} \quad (9)$$

Если в первом приближении принять, что нити основы и утка имеют цилиндрическую форму, при этом диаметр цилиндров в общем случае разный, то площадку контакта между ними можно считать эллиптической (рис. 3 – схема образования площадки контакта в зоне перекрытия нитей основы и утка).

Давления в пределах этой площадки будем считать равномерно распределенным, то есть:

$$\sigma_{i,j} = \frac{Q_{i,j}}{\pi ab}, \quad (10)$$

где  $a, b$  – полуоси эллипса.

По завершении описанного процесса будут сформированы три массива, содержащие координаты  $x_{i,j}$ ,  $y_{i,j}$  и  $z_{i,j}$ . Проверяя условие

$$z_{i,j} < H, \quad (7)$$

определим координаты точек, принадлежащих поверхности контакта шара и тела. После чего, подставляя (2) в (3) и решая полученное уравнение относительно коэффициента  $k$ , можно получить его значение.

Нити основы и утка перпендикулярны друг другу в точке  $O$ . По мере облегания шара тканью угол между нитями основы и утка изменяется (рис. 2), то есть по мере внедрения шара в тело нити поворачиваются друг относительно друга на угол

$$\gamma_{i,j} = \frac{\pi}{2} - \theta_{i,j}, \quad (8)$$

где  $\theta_{i,j}$  – угол между векторами  $(B_{i,j}, B_{i,j+1})$  и  $(B_{i,j}, B_{i+1,j})$ , который может быть найден по известной формуле:

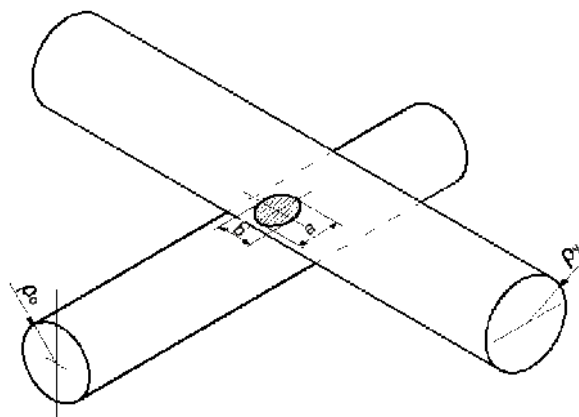


Рис. 3

Согласно [5] в принятых обозначениях полуоси эллипсов можно рассчитать по формулам:

$$a_{i,j} = \alpha \sqrt[3]{\frac{3q_{i,j}}{E \left( \frac{1}{\rho_o} + \frac{1}{\rho_y} \right)}}, \quad (11)$$

$$b_{i,j} = \beta \sqrt[3]{\frac{3q_{i,j}}{E \left( \frac{1}{\rho_o} + \frac{1}{\rho_y} \right)}},$$

где  $\rho_o$ ,  $\rho_y$  – радиусы нитей основы и утка соответственно;  $\alpha$  и  $\beta$  – коэффициенты, зависящие от угла взаимного расположения нитей  $\theta_{i,j}$ ; методика определения этих коэффициентов приводится в [5];  $E$  – условный модуль упругости пряжи при сжатии в поперечном направлении. Для определения этой величины требуются допол-

нительные экспериментальные исследования.

Радиусы нитей основы и утка можно определить на основе формул для расчета диаметра пряжи [6]:

$$\rho_o = 0,0179 \sqrt{\frac{T_o}{\delta_o}}, \quad (12)$$

$$\rho_y = 0,0179 \sqrt{\frac{T_y}{\delta_y}},$$

где  $T_o$  и  $T_y$  – линейные плотности нитей основы и утка соответственно;  $\delta_o$ ,  $\delta_y$  – плотность соответствующей пряжи.

Момент сил трения, действующих по площадке при взаимном повороте нитей, можно рассчитать по формуле:

$$T_{i,j} = 4\sigma_{i,j} f \int_0^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{b}{1-\varepsilon \cos \phi}} \rho^2 d\phi d\rho = \frac{4b^3 f \sigma_{i,j}}{3} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{d\phi}{(1-\varepsilon \cos \phi)^3}, \quad (13)$$

где  $\varepsilon = \frac{\sqrt{a^2 - b^2}}{a}$  – эксцентриситет эллипса;

$f$  – коэффициент трения скольжения между нитями основы и утка.

Умножая момент сил трения в перекрытии нитей на соответствующий угол взаимного поворота нитей, найдем потери на трение в одном из перекрытий, а суммируя полученные значения по всей поверхности контакта шара с телом, найдем потери энергии, связанные с деформацией ткани в рассматриваемом случае:

$$W = \sum T_{i,j} \gamma_{i,j}. \quad (14)$$

Приведенная методика расчета позволяет оценить одну из составляющих энергии, поглощаемой в ткани, находящейся между двумя контактируемыми телами. Для полной оценки защитной способности ткани при ударе необходимо оценить поглощение энергии при контактной деформации нитей в местах перекрытий основы и утка.

## ВЫВОДЫ

1. Показано, что потери энергии в ткани, находящейся между двумя телами, одно из которых внедряется в другое, можно разложить на две составляющие: связанную с трением в местах перекрытия нитей основы и утка при их взаимном повороте и связанную с поперечной деформацией нитей в местах перекрытий.

2. Предложена методика расчета потерь энергии, связанной с трением в местах перекрытия нитей основы и утка, при их взаимном повороте.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Буданов К.Д. Экспериментальное значение давлений в печатной паре тканепечатных машин // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1961, №3.
2. Кузнецов Г.К. Исследование и методика проектирования валковых отжимных устройств текстильных машин: Дис...докт. техн. наук. – Кострома, 1970.
3. Чебышев Л.П. О кройке одежды // Успехи математических наук. – 1946, вып. 2(12), том.1. С. 8...42.

4. *Porov E. V.* Geometric Approach to Chebyshev Net Generation Along an Arbitrary Surface Represented by NURBS // *Graphicon 2002 proceedings*, 2002.

5. *Филоненко-Бородич М.М. и др.* Курс сопротивления материалов. – Ч. 2. – М.-Л.: Государственное издательство технико-теоретической литературы, 1949.

6. *Кукин Г.Н., Соловьев А.Н.* Текстильное материаловедение. – Ч. 2. – М.: Легкая индустрия, 1964.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 06.10.11.

---