

**ИЗМЕНЕНИЕ НАТЯЖЕНИЯ НИТИ В ПЕРИОД ПУСКА
ПРИ СМАТЫВАНИИ С ВРАЩАЮЩЕЙСЯ КАТУШКИ**

**CHANGE OF THREAD TENSION IN THE STARTING PERIOD
AT REELING OFF A ROTATING BOBBIN**

П.Н. РУДОВСКИЙ, А.Е. ИШМАТОВ
P.N. RUDOVSKY, A.B. ISHMATOV

(Костромской государственной технологической университет)
(Kostroma State Technological University)
E-mail: info@kstu.edu.ru

Проведен теоретический анализ изменения натяжения нити при сматывании с вращающейся катушки в период пуска. Выявлены основные конструктивные и технологические параметры, влияющие на пиковые значения натяжения. Определены конструктивные мероприятия по снижению пиковых значений натяжения.

Theoretical analysis thread tension change at reeling off a rotating bobbin at the starting period has been carried out. Basic constructive and technological parameters having an influence on peak values of tension have been revealed. Constructive actions for decrease peak values of tension have been defined.

Ключевые слова: натяжение нити, пиковые значения, петля нити.

Keywords: thread tension, peak values, a thread loop.

Сматывание с вращающейся катушки в установившемся режиме характеризуется высокой равномерностью натяжения. Однако в период пуска неравномерность гораздо выше, чем при осевом сматывании. Это послужило причиной отказа от такого способа сматывания при подготовке основы к ткачеству. Проведем анализ неравномерности натяжения с целью разработки предложений по его снижению.

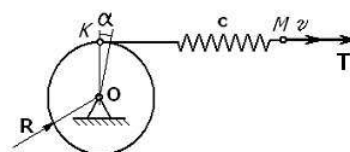


Рис. 1

Расчетная схема сматывания упругой нити с катушки приведена на рис. 1. Катушка с нитью может вращаться вокруг оси O, при этом на нее действует момент

трения в опорах $M_{\text{тр}}$. Упругая нить, с коэффициентом жесткости c , в начальный момент конец нити (точка M) начинает двигаться с постоянной скоростью v .

Силу натяжения, действующую на катушку со стороны деформированной нити, в момент времени t можно рассчитать по формуле

$$T = c(vt - \alpha R). \quad (1)$$

Тогда дифференциальное уравнение движения катушки будет иметь вид [1]:

$$J\ddot{\alpha} = TR - M_{\text{тр}}, \quad (2)$$

где J – момент инерции катушки с намоткой.

Подставив в (2) значение силы, получим:

$$J\ddot{\alpha} = Rc(vt - \alpha R) - M_{\text{тр}}. \quad (3)$$

После очевидных преобразований, введя обозначения

$$k^2 = \frac{R^2 c}{J} \quad \text{и} \quad m = \frac{Rcv}{J}, \quad (4)$$

получим:

$$\ddot{\alpha} + k^2 \alpha = mt - \frac{M_{\text{тр}}}{J}. \quad (5)$$

Выражение (5) представляет собой линейное дифференциальное уравнение второго порядка с правой частью.

Его решение ищется известными методами [1] при следующих начальных условиях.

При

$$t = 0, \quad \alpha = 0 \quad \text{и} \quad \dot{\alpha} = 0 \quad (6)$$

$$\alpha = \frac{m}{k^2} \left(t - \frac{1}{k} \sin kt \right) + \frac{M_{\text{тр}}}{k^2 J} (\cos kt - 1). \quad (7)$$

Подставим в полученное выражение k и m из (4), тогда:

$$\alpha = \frac{v}{R} \left(t - \frac{1}{R} \sqrt{\frac{J}{c}} \sin R \sqrt{\frac{c}{J}} t \right) + \frac{M_{\text{тр}}}{R^2 c} \left(\cos R \sqrt{\frac{c}{J}} t - 1 \right). \quad (8)$$

Определим линейную скорость катушки, то есть точки K на ее поверхности:

$$v_K = \dot{\alpha} R. \quad (9)$$

Для этого продифференцируем выражение (8):

$$\dot{\alpha} = \frac{v}{R} \left(1 - \cos R \sqrt{\frac{c}{J}} t \right) - \frac{M_{\text{тр}}}{R \sqrt{cJ}} \sin R \sqrt{\frac{c}{J}} t. \quad (10)$$

Подставим полученное в (9):

$$v_K = v \left(1 - \cos R \sqrt{\frac{c}{J}} t \right) - \frac{M_{\text{тр}}}{\sqrt{cJ}} \sin R \sqrt{\frac{c}{J}} t. \quad (11)$$

Проведем анализ полученных результатов для случая, когда $M_{\text{тр}} = 0$. Тогда (11) приобретает вид:

$$v_K = v \left(1 - \cos R \sqrt{\frac{c}{J}} t \right). \quad (12)$$

Графики изменения скорости движения конца нити (точка M), к которому приложена сила T и точки K – схода нити с катушки, приведены на рис. 2 (изменение скорости схода нити с катушки и ее натяжения при отсутствии момента трения на оси катушки).

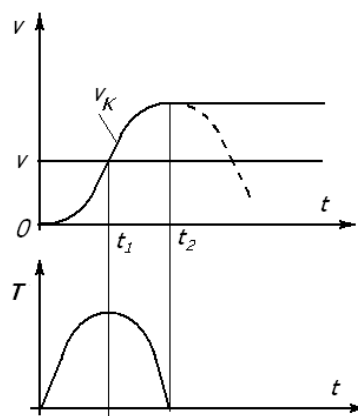


Рис. 2

Скорость точки M по условию задачи остается постоянной, а скорость точки K увеличивается. Так как нить образует ос-

вобождающую связь, то есть натяжение T не может быть отрицательным, то скорость v_k будет увеличиваться до тех пор, пока сила T не станет равной нулю. Определим этот момент времени. Подставим в (1) значение α из (8) и приравняем нулю:

$$T = \frac{cv}{R} \sqrt{\frac{J}{c}} \sin R \sqrt{\frac{c}{J}} t = 0. \quad (13)$$

Из (13) следует, что при

$$t_2 = \frac{\pi}{R} \sqrt{\frac{J}{c}} \quad (14)$$

натяжение T становится равным нулю, при этом скорость схода нити в два раза превосходит скорость ее конца, точки M . В результате нить образует петлю.

Согласно (13) максимум натяжения нити приходится на момент времени:

$$t_1 = \frac{\pi}{2R} \sqrt{\frac{J}{c}}. \quad (15)$$

Так как момент трения на оси отсутствует, то вращение катушки будет происходить бесконечно долго и нормальный процесс сматывания не восстановится.

При наличии момента трения в опоре катушки процесс будет протекать несколько иначе.

Линейная скорость поверхности намотки в этом случае рассчитывается по формуле (11), а натяжение можно рассчитать, подставив (8) в (1):

$$T = \frac{\sqrt{Jc}}{R} v \sin R \sqrt{\frac{J}{c}} t + \frac{M_{TP}}{R} \left(\cos R \sqrt{\frac{J}{c}} t - 1 \right). \quad (16)$$

Приравняв последнее нулю, найдем момент времени, в который сила обращается в ноль:

$$t_2 = \left(\pi - 2 \arctg \frac{M_{TP}}{v \sqrt{Jc}} \right) / R \sqrt{\frac{J}{c}}. \quad (17)$$

Сравнивая полученное решение с (14), видим, что при $M_{TP} = 0$ они совпадают. В случае если $M_{TP} \neq 0$, момент времени, когда натяжение нити станет равным нулю, наступит раньше.

Продифференцировав (16) и приравняв полученную производную к нулю, получим уравнение, из которого найдем момент времени, соответствующий максимуму натяжения:

$$t_1 = \left(\frac{\pi}{2} - \arctg \frac{M_{TP}}{v \sqrt{Jc}} \right) / R \sqrt{\frac{J}{c}}. \quad (18)$$

Сравнивая полученное выражение с (15) видим, что при $M_{TP} = 0$ выражения совпадают. В случае $M_{TP} \neq 0$ момент времени, при котором наблюдается максимальное значение натяжения, наступает раньше. Сравнивая (18) и (17), можно сделать вывод, что максимальное значение натяжения приходится на середину интервала роста скорости сматывания. Графики изменения скорости сматывания и изменения натяжения для обоих рассмотренных случаев качественно совпадают.

Нить, как уже отмечалось выше, образует неударживающую связь, то есть после того как значение натяжения станет меньше нуля, паковка будет вращаться только под действием момента трения, то есть равнозамедленно по закону:

$$\alpha = -\frac{M_{TP}}{2J} t^2 + 2 \frac{v}{R} t. \quad (19)$$

При этом линейная скорость поверхности намотки будет изменяться по закону:

$$v_k = -\frac{M_{TP}}{J} R t + 2v. \quad (20)$$

И в момент времени t_3 , отсчитываемый от момента времени t_2 , станет равной нулю:

$$t_3 = \frac{2Jv}{M_{TP}R}. \quad (21)$$

Пока $v_k > v$, нить образует увеличивающуюся в размерах петлю. Когда $v_k < v$, петля начнет выбираться.

Длину нити в петле можно рассчитать по формуле:

$$L = \alpha R - v t_4, \quad (22)$$

где t_4 – время существования петли.

После подстановки значения α из (19):

$$L = -\frac{M_{TP}R}{2J} t_4^2 + v t_4. \quad (23)$$

Приравнивая нулю длину петли из полученного выражения, определим время ее существования:

$$t_4 = \frac{2vJ}{M_{TP}R}. \quad (24)$$

Сравнивая (21) и (24), можно сделать вывод, что к моменту остановки катушки петля нити будет полностью выбрана и процесс повторится сначала (рис. 3 – изменение скорости схода нити с катушки и ее натяжения при наличии момента трения на оси катушки).

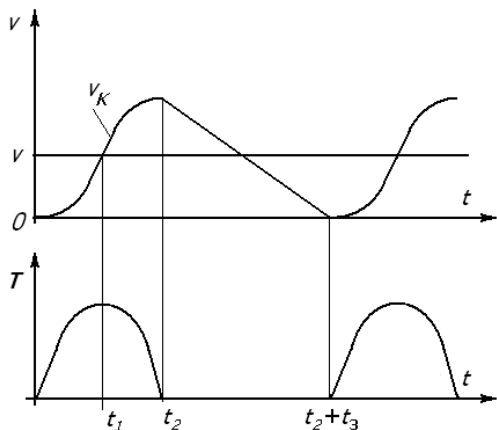


Рис. 3

Экспериментально установлено, что процесс изменения натяжения нити и ее скорости не является периодическими. Можно показать, что это связано с диссипативными свойствами нити. Однако анализ полученных зависимостей позволяет

выработать рекомендации по снижению натяжения нити при сматывании с вращающейся катушки и его неравномерности.

Так, из (13) следует, что пиковое значение натяжения:

$$T_{max} = \frac{v\sqrt{cJ}}{R}. \quad (25)$$

По условиям технологического процесса не всеми из входящих в формулу величин можно управлять. Так, величина радиуса намотки определяется применяемой формой и размерами катушки и изменяться без существенного изменения самой технологии не может. Момент инерции тела намотки тесно связан с радиусом наматывания и плотностью намотки и изменению тоже не подлежит. Скорость сматывания определяет производительность технологического процесса, и ее снижение на протяжении всего процесса наматывания невозможно. Однако можно применять специальный регулируемый привод, обеспечивающий плавное увеличение скорости сматывания при пуске машины. Такое решение может обеспечить полное устранение резких пиковых значений натяжения. Однако при этом требуется существенное изменение конструкции машины.

Последним из рассмотренных параметров, влияющим на пиковое значение натяжения, является жесткость нити. Следует отметить, что под этим понятием при решении задачи следует рассматривать не саму жесткость нити как таковую, а зависимость между силой T и смещением точки M (рис.1) при условии, что нить в точке K жестко закреплена. Введение подвижных нитепроводников на участке KM позволяет практически произвольным образом изменять жесткость c . Примеры таких решений приведены на рис. 4 (линия заправки с подвижными нитепроводниками, снижающими жесткость нити на участке сматывания: а – подпружиненный нитепроводник, б – грузовой нитепроводник).

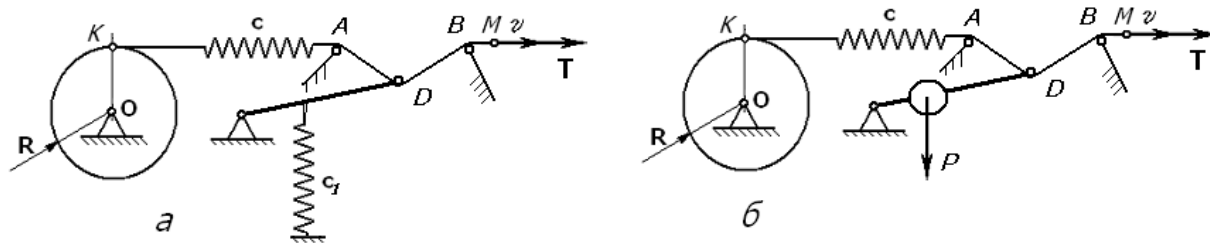


Рис. 4

Выбор кинетических и жесткостных параметров таких систем является отдельной задачей, которая чаще всего решается экспериментально в процессе отладки машин.

ВЫВОДЫ

1. Разработана математическая модель изменения натяжения нити при сматывании с вращающейся катушки в период пуска.

2. Теоретически обоснованы технические мероприятия, направленные на снижение пиковых значений натяжения.

ЛИТЕРАТУРА

1. Пановко Я.Г. Введение в теорию механических колебаний. – М.: Наука, 1971.
2. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике. – М.: Наука, 1986.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 01.06.12.