УДК 687.256.064.9

РАСЧЕТ ВОЗДЕЙСТВИЯ БЮСТГАЛЬТЕРА НА ГРУДНУЮ ЖЕЛЕЗУ

CALCULATION OF BRASSIERE PRESSURE ON A CHEST

И.И. КОМИССАРОВ, Е.С. ДАВЫДОВА, Н.Л. КОРНИЛОВА
I.I. KOMISSAROV, E.S. DAVYDOVA, N.L. KORNILOVA

(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: info@igta.ru; tempic.new@mail.ru

В работе приведены формулы для расчета давления бюстгальтера на грудную железу при использовании физического моделирования, основанного на учете изменения формы исходной геометрической модели железы под действием ее веса и корректирующего воздействия бретели.

The article presents the formulas for calculating brassiere pressure on a chest using physical modelling based on account of change of chest initial geometrical model under the influence of its weight and adjusting influence of a shoulder-strap.

Ключевые слова: расчет, деформация, модуль упругости, форма, размеры, внутренние усилия.

Keywords: calculation, deformation, elastic modulus, form, size, inner efforts.

Одной из основных задач проектирования эргономичных корсетных изделий является прогнозирование воздействия изделия на торс женской фигуры. Математические модели, позволяющие осуществлять расчет давления чашки на грудную железу и бретели на плечевой скат, должны быть информационно-базовыми для САПР корсетных изделий бюстгальтерной группы.

Для расчета усилий, возникающих в системе грудная железа – чашка бюстгальтера, предложено использовать математическую модель грудной железы в форме кругового эллипсоида, деформируемого собственным весом (рис. 1).

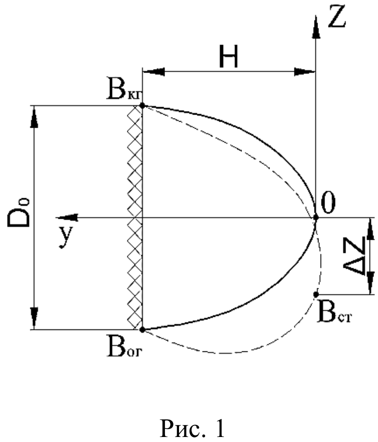

Рис. 1

Под действием веса в ней возникают изгибающие моменты и поперечные силы, вызывающие упругие деформации изгиба и сдвига, которые поддаются расчету. При использовании такого метода физического моделирования можно считать, что корректирующий эффект от воздействия бюстгальтера состоит в компенсации этих деформаций (смещений).

Для определения смещения под действием веса вершины эллипсоида ΔZ, соответствующей сосковой точке, используем интеграл Мора:

$$\Delta Z = \Delta Z_И + \Delta Z_Q = \sum \int_0^H \frac{M\overline{M_1}}{EJ_x} dy + \sum \beta \int_0^H \frac{Q\overline{Q_1}}{GF} dy, \quad (1)$$

где $\Delta Z_И$ – перемещение вниз вершины модели грудной железы от изгиба; ΔZ_Q – перемещение вершины эллипсоида под воздействием поперечных сил; M и $\overline{M_1}$ – выражения изгибающих моментов для производного сечения соответственно от распределенной нагрузки и от единичной силы; Q и $\overline{Q_1}$ – выражения поперечной силы в произвольном сечении от распределенной нагрузки и от единичной силы; E – модуль продольной упругости материала; G – модуль касательной упругости материала; $\beta = \frac{10}{9}$ – коэффициент, отражающий неравномерность распределения касательных напряжений по поперечному сечению (для круга).

Переменный момент инерции сечений кругового эллипсоида (рис. 1):

$$J_x = \frac{\pi D_0^4}{64}\left[1 - \frac{(H-y)^2}{H^2}\right] = \frac{\pi D_0^4}{64} y^2 (y - 2H)^2, \quad (2)$$

где D=$B_{КГ}$ – $B_{ОГ}$; $B_{КГ}$ – размерный признак "высота корня грудной железы"; $B_{ОГ}$ – "высота точки нижнего основания грудной железы".

Для определения интенсивности распределенной нагрузки по высоте модели в форме половины кругового эллипсоида с диаметром основания D_o удобно мысленно расчленить его поперечными сечениями с одинаковым шагом h на n частей. Расстояние между смежными сечениями $h = y_i - y_{i-1} = H/n$. Интенсивность q_i распределенной нагрузки от действия поперечной силы в i-м сечении будет равна:

$$q_i = \frac{Q_i - Q_{i-1}}{h} = \frac{\pi D_0^2 H \gamma}{4h}\left[\frac{2i-1}{n^2} - \frac{i^2 - i + 0{,}33}{n^3}\right], \quad (3)$$

где i = 1, 2, 3…n с отсчетом от сосковой точки; γ – удельный вес материала модели или тканей грудной железы (г/см^3).

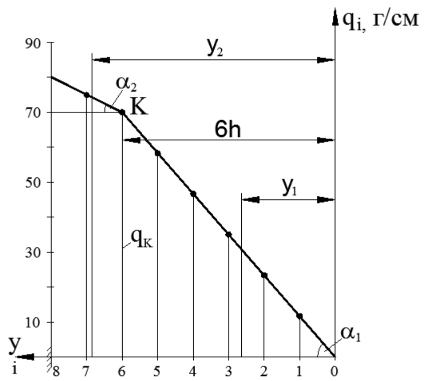

Рис. 2

Возьмем для примера D_o=10 см, H=8 см, h=1 см, n=8. На рис. 2 показана расчетная схема распределения усилий в модели грудной железы. Зависимость q_i от положения на координатной оси Y представлена графически упрощенно, в виде двух прямых, соответствующих двум участкам нагружения.

В произвольном сечении первого участка с координатами y_1[0, 6h] и второго участка с координатами y_2[6h, 8h] внутренние усилия будут равны:

$$M_1 = -\frac{q_6 y_1^3}{36h};\ \overline{M_1} = -y_1;\ Q_1 = \frac{1}{2} y_1^2 \frac{q_k}{6h};\ \overline{Q_1} = 1;$$
$$M_2 = -\frac{1}{2} 6hq_k\left(y_2 - \frac{2}{3}6h\right) - \frac{q_k(y_2-6h)^2}{2} - \frac{q_8 - q_k}{12h}(y_2 - y_k)^3;\ \overline{M_2} = -y_2; \quad (4)$$
$$Q_2 = \frac{1}{2} 6hq_k + \frac{q_8 - q_k}{4h}(y_2 - 6h)^2 + q_k(y_2 - 6h);\ \overline{Q_2} = 1\ .$$

Общее перемещение вниз сосковой точки модели грудной железы от изгиба

$$\Delta Z_и = \Delta Z_1 + \Delta Z_2, \qquad (5)$$

где ΔZ_1 – величина смещения от изгиба первого участка нагружения (рис. 2); ΔZ_2 – величина смещения от изгиба второго участка нагружения.

В соответствии с первой частью формулы (1) получаем:

$$\Delta Z_1 = \frac{1}{E}\int_0^{6h}\frac{M_1\overline{M_1}}{J_x}dy_1 = m\int_0^{6h}\frac{y_1^2\,dy_1}{(y_1-2H)^2}, \text{ где } m = \frac{q_6}{36Ehk_1};\ k_1 = \frac{\pi D_0^4}{64H^4}. \qquad (6)$$

$$\Delta Z_2 = \frac{1}{E}\int_{6h}^{8h}\frac{M_2\overline{M_2}}{J_x}dy_2. \qquad (7)$$

После интегрирования формула (6) примет вид:

$$\Delta Z_1 = m\left\{6h + 4H[\ln(6h-2H) - \ln|-2H|] + 4H^2\left(\frac{1}{6h-2H} + \frac{1}{2H}\right)\right\}. \qquad (8)$$

Примем $A_o = \frac{q_8-q_6}{12h}$. Тогда с учетом (4):

$$M_2\overline{M_2} = A_o y_2^4 + y_2^3\left(\frac{q_6}{2} - 18A_o h\right) + y_2^2(3q_6h - q_6 6h + 108A_o h^2) - y_2\left(\frac{q_6 36h^2}{3} - \frac{q_6 36h^2}{2} + 216A_o h^3\right). (9)$$

Обозначим $B = \frac{q_6}{2} - 18A_o h$, $C = 108A_o h^2 - 3q_6 h$; $D = 6q_k h^2 - 216A_o h^3$.

Уравнение (7) получает вид

$$\Delta Z_2 = \frac{1}{k_1E}\int_{6h}^{H}\frac{A_o y_2^3 + By_2^2 + Cy_2 + D}{y_2^3 - 4Hy_2^2 + 4H^2y_2}dy_2. \qquad (10)$$

Решаем уравнение (10) способом параболических трапеций Симпсона:

$$\Delta Z_2 = \frac{1}{k_1E}\int_{6h}^{8h}Z(y_2)\,dy_2 = \frac{1}{k_1E}\frac{8h-6h}{3n}\left[\frac{Z(6)+Z(8)}{2} + Z(8) + Z(6) + 2Z(7)\right]. \qquad (11)$$

Для рассматриваемого примера значения подынтегральных функций: Z(6h)= =Z(6)=0,706 г/см^2; Z(7)=1,183 г/см^2; Z(8)= =1,939 г/см^2.

Определим перемещение ΔZ_Q сосковой точки модели грудной железы от воздействия поперечных сил, используя интеграл Мора (вторая часть уравнения (1)):

$$\Delta Z_Q = \int_0^{8h}\frac{Q\overline{Q}}{GF}dy_2 = \int_0^{6h}\frac{y_1^2 tg\alpha_1}{2GF}dy_1 + \int_{6h}^{8h}\frac{q_k g_k}{2GF}dy_2 + \int_{6h}^{8h}\frac{(y_2-y_k)^2 tg\alpha_2}{2GF}dy_2 + \int_{6h}^{8h}\frac{q_k(y_2-y_k)}{GF}dy_2, \qquad (12)$$

где $tg\alpha_1 = \frac{q_k}{6h}$; $tg\alpha_2 = \frac{q_8-q_6}{2h}$; $F = \frac{\pi D_0^2}{4H^2}(2Hy - y^2) = -\frac{\pi D_0^2}{4H^2}(y^2 - 2Hy)$.

Обозначив четыре интеграла соответственно через R_1, R_2, R_3 и R_4, решаем их отдельно:

$$R_1 = -\frac{q_k H^2}{3h\pi D_0^2 G}\left(6h + 2H\ln\left|\frac{3h-H}{H}\right|\right), \tag{13}$$

$$R_2 = \frac{y_k q_k}{2\pi D_0^2 G}\ln\frac{3(4h-H)}{4(3h-H)}, \tag{14}$$

$$R_3 = -\frac{(q_8-q_6)H^2}{h\pi D_0^2 G}\left[2h + (2H+2y_k)\ln\frac{4h-H}{3h-H} + \frac{y_k^2}{2H}\ln\frac{3(4h-H)}{4(3h-H)}\right], \tag{15}$$

$$R_4 = \frac{q_k 4H^2}{\pi D_0^2 G}\left[\ln\frac{4h-H}{3h-H} + \frac{y_k}{2H}\ln\frac{3(4h-H)}{4(3h-H)}\right]. \tag{16}$$

Искомое перемещение вершины эллипсоида в рассматриваемом примере равно:

$$\Delta Z_Q = R_1 + R_2 + R_3 + R_4 = \frac{1}{G}(-36{,}02 + 5{,}51 - 6{,}41 + 46) = \frac{9{,}08}{G}. \tag{17}$$

Модуль сдвига $G = \frac{E}{2(1+\eta)}$; где η – коэффициент Пуассона.

Примем η=0,5. Тогда G=E/3, и общее перемещение вершины модели грудной железы, вызванное изгибом и сдвигом от распределенного собственного веса, равно:

$$\Delta Z = \Delta Z_u + \Delta Z_Q = \frac{1}{E}(80{,}405 + 27{,}24) = \frac{107{,}645}{E}. \tag{18}$$

Предположим, что корректирующее воздействие бюстгальтера по величине равно воздействию веса грудной железы, но направлено в противоположную сторону, по направлению бретели (рис.3).

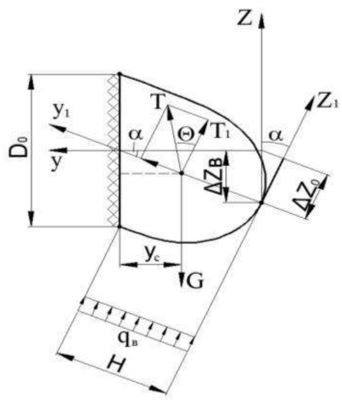

Рис. 3

Допускаем, что сила натяжения бретели T посредством чашки равномерно распределена интенсивностью $q_б$ по высоте грудной железы. Тогда:

$$q_б = \frac{T_1}{H} = \frac{G\cos\alpha}{H}, \tag{19}$$

где T_1 – составляющая силы T натяжения бретели, расположенная перпендикулярно оси модели грудной железы; α – угол наклона оси модели грудной железы к горизонтали, вызванный смещением вершины эллипсоида под действием собственного веса:

$$\alpha = \operatorname{arctg}\frac{\Delta Z}{H}. \tag{20}$$

Перемещение вершины эллипсоида под действием распределенной нагрузки определяется по формуле (1):

$$\Delta Z_o = \frac{q_в}{2K_1E}\int_0^H \frac{y_1\,dy_1}{y_1^2 - 4Hy_1 + 4H^2} = \frac{q_в}{2K_1E}\left[\ln H - \ln 2H + 1\right]. \tag{21}$$

Для рассматриваемого примера:

$$\Delta Z_{о} = \frac{q_{б}}{2\cdot 0{,}12E}[2{,}079 - 2{,}773 + 1] = 0{,}306\frac{q_{б}}{0{,}24E} = 1{,}275\frac{q_{б}}{E}. \qquad (22)$$

Условие корректирующего эффекта (рис. 3):

$$\Delta Z_{в} \cong \Delta Z \cong \frac{\Delta Z_{о}}{\cos\alpha}. \qquad (23)$$

Из уравнений (22) и (23) находим интенсивность воздействия бюстгальтера на грудную железу. Для рассматриваемого примера $q_{б} = 92{,}23\cos\alpha$, г/см.

Приравнивая общую величину смещения вершины эллипсоида математической модели ΔZ к измеренному у конкретной фигуры $\Delta Z_{э}$, из формулы (18) находим модуль упругости модели грудной железы:

$$E = \frac{117{,}59}{\Delta Z_{э}},\ \text{где}\ \Delta Z_{э} = (B_{КГ} - B_{ОГ})/2 - B_{СТ}, \qquad (24)$$

Здесь $B_{СТ}$ – высота сосковой точки.

Усилие растяжения T в бретели равно

$$T = \frac{T_1}{\cos\theta} = \frac{q_{б}H}{\cos\theta}, \qquad (25)$$

где θ – угол наклона бретели к вертикали.

В Ы В О Д Ы

1. Предложена методика расчета внутренних усилий изгиба и сдвига физической модели грудной железы под действием собственного веса.

2. Получены формулы для определения условного модуля упругости, перемещения вершины модели грудной железы и расчета воздействия корсетных изделий бюстгальтерной группы.

Рекомендована кафедрой проектирования текстильных машин. Поступила 01.06.12.