УДК 677.053.3

УСЛОВИЯ УСТОЙЧИВОСТИ В СИСТЕМЕ РАЗДЕЛЬНОГО КРУЧЕНИЯ И НАМАТЫВАНИЯ

STABILITY CONDITIONS IN THE SYSTEM OF SEPARATE ROTATING AND WINDING

П.М. МОВШОВИЧ, В.И. ВОЛКОВ, Е.В. ПАВЛЮЧЕНКО, К.Э. РАЗУМЕЕВ, И.С. ЗЫКОВ
P.M. MOVSHOVICH, V.I. VOLKOV, E.V. PAVLYUCHENKO, K.E. RAZUMEEV, I.S. ZYKOV

(Московский государственный университет технологий и управления им. К.Г. Разумовского, Московский авиационный институт (национальный исследовательский университет, Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
(Moscow State University of Technology and Management named after K.G. Razumovsky; Moscow Aviation Institute (National Research Univeristy); Moscow State Textile University "A.N. Kosygin")
E-mail: ffice@msta.ac.ru

Рассматриваются вопросы, связанные с устойчивостью работы механического устройства, реализующего способ раздельного кручения и наматывания пряжи. Установлена взаимосвязь между диаметром неподвижной опорной оси и минимальной частотой вращения, обеспечивающей устойчивую работу за счет влияния гироскопического эффекта.

The questions concerning stability of a mechanical unit operation realizing the way of separate yarn rotation and winding have been considered. The interconnection between the diameter of a fixed reference axis and rotation minimum speed, which provides stable operation due to gyroscopic effect influence, has been established.

Ключевые слова: процесс, кручение, наматывание, устойчивость, гироскопический эффект.

Keywords: process, twisting, winding, stability, a gyroscopic effect.

Условия работы узла кручения и наматывания имеют свою специфику. Опорный стержень, проходящий через полое веретено, имеет значительную длину и должен иметь минимально возможный диаметр. Это необходимо для ограничения диаметра веретена. С другой стороны, колпачное раскладывающее устройство должно иметь минимальную массу, сосредоточенную возможно ниже к краю колпака. Все это вызывает необходимость точного учета всех особенностей конструкции и тщательного расчета динамики рассматриваемого устройства. Следует выделить две особенности работы данного устройства. С одной стороны, уменьшение диаметра опорного стержня способствует потере устойчивости системы в определенном диапазоне скоростей. С другой – вступает в силу гироскопический эффект, стабилизирующий систему и позволяющий выполнять опорную ось с весьма малым диаметром. В данной статье проводится математическое исследование предложенной авторами модели устройства.

Устойчивость вращения рассматриваемой гироскопической системы, представляющей собой сбалансированный колпак, вращающийся на вертикальном гибком стержне, определяется значениями (см., например, [1]) C – полярного и A – центрального экваториального момента инерции колпака, длиной гибкого вала, ℓ, и параметром f, характеризующим жесткость вала:

$$f = \upsilon \operatorname{ctg} \upsilon, \qquad (1)$$

где $$\upsilon = (mgl^2/EI)^{0,5,} \qquad (2)$$

m – масса колпака; g – как обычно, ускорение свободного падения; E – модуль упругости материала стержня (сталь), I – момент инерции площади поперечного сечения стержня [2].

Нижний конец стержня жестко прикреплен к станине, а его поперечное сечение представляет собой круг радиуса R. Будем сначала считать стержень невесомым ($M_{ст} << m$). Рассмотрим простейший случай: колпак можно аппроксимировать тонким диском радиуса r, прикрепленным к валу в центре инерции колпака. При этом ℓ – расстояние от основания вала до центра инерции колпака.

Полагая стержень абсолютно жестким: $\upsilon \to 0$ и $f \to 1$, получим [1], как и следовало ожидать, условие устойчивого вертикального вращения волчка для случая Лагранжа:

$$\omega^2 C^2 > 4\,(A + m\ell^2)\, mg\ell. \qquad (3)$$

Отсюда найдем значение минимальной угловой скорости (ω_0), обеспечивающей устойчивое вращение системы при следующих параметрах последней: ℓ=30см, r=2см:

$$\omega_0 \approx 5200 \text{ рад/с} \qquad (4)$$

или

$$\nu_0 \approx 52000 \text{ об/мин.} \qquad (5)$$

Если центр инерции колпака будет смещен ближе к свободному концу стержня, значение граничной скорости возрастет. При ℓ=50 см оно составит:

$$\nu_{50} \approx 104000 \text{ об/мин.} \qquad (6)$$

Как показано в [1], при учете изгибных колебаний стержня ($\upsilon > 0$ и $f < 1$) характер зависимости устойчивого движения системы от скорости вращения колпака не изменится: существует некоторое граничное значение скорости, отделяющее зону устойчивого движения от неустойчивого, но само это граничное значение будет расти по мере падения значения f, то есть по мере снижения жесткости (увеличения гибкости) стержня. Так что указанное выше значение ω_0 – минимально возможное для граничной скорости данной системы. При малых значениях момента инерции (экваториального) колпака по сравнению с $m\,\ell^2$ рост значения пограничной скорости при изменении значения f от 1 до 0,9 может составить десятки процентов (20…30%).

Что означает устойчивость вращения? При устойчивом движении данная система оставалась бы в равновесии, не опрокидывалась, даже если бы стержень не был жестко закреплен на станине. Закрепление на станине удержит стержень с колпаком от падения, но за счет повышения нагрузки на стержень, что, в свою очередь, вызовет вибрацию системы и приведет к увеличению ее износа.

Оценим наименьший радиус стержня, при котором последний еще может считаться жестким. Пусть масса колпака составляет 200 г. При $\upsilon \approx 0,3$ $f \approx 0,97$ и радиус стержня $R \approx 2$ мм. Это в том случае, если считать, что центр инерции колпака расположен достаточно низко: $\ell \approx 30$ см. Если же полагать $\ell \approx 50$ см, то $R \approx 3…3,5$ мм. С другой стороны, снижение массы колпака до 100 г приведет и к снижению граничного радиуса стержня: $R\ (\ell = 30) \approx 1,5$ мм и $R\ (\ell = 50) \approx 2,5$ мм.

Рассмотрим влияние формы колпака на устойчивость системы. Пусть колпак представляет собой цилиндр радиуса r, высота которого равна H. Будем полагать массу цилиндрической поверхности колпака пренебрежимо малой по сравнению с массой основания (дна) и массой крышки колпака. Крышка и дно колпака представляют собой сплошные тонкие диски равной массы, расположенные на расстоянии H друг от друга. При H=20 см экваториальный момент инерции колпака A увеличится примерно в 60 раз, однако и в этом случае он окажется много меньше произведения $m\ell^2$:

$$\sigma = A/\ m\ell^2 \approx 6\cdot 10^{-2}.$$

Следовательно, на значение граничной скорости это не окажет заметного влияния.

С другой стороны, увеличение полярного момента инерции колпака C, а следовательно, его радиуса r, согласно (3), заметно уменьшит значение граничной скорости, а именно: оно будет падать пропорционально росту квадрата радиуса колпака (то есть значение граничной скорости обратно пропорционально квадрату радиуса колпака). Так, увеличение r в два раза: до 4 см снизит значение граничной скорости вращения колпака ≈ в 4 раза до $\nu_0 \approx 10^4$ об/мин.

ВЫВОДЫ

Итак, как следует из вышесказанного, основное влияние на значение граничной скорости, обеспечивающей устойчивость системы, оказывают значение полярного момента инерции колпака и высота его центра инерции: значения C и ℓ. Увеличить C можно, увеличив радиус колпака, а уменьшить ℓ – сосредоточив массу колпака в его нижней части. Таким образом, колпак должен иметь массивный (относительно) обод в нижней части. Этого следует добиваться даже ценой увеличения массы колпака. Что, в свою очередь, увеличит относительную гибкость стержня υ, однако это увеличение может быть скомпенсировано увеличением радиуса стержня и уменьшением l. Причем, как следует из (2) υ растет пропорционально квадратному корню массы колпака, длине стержня ℓ (под длиной стержня понимается расстояние от основания стержня до центра инерции колпака) и обратно пропорционально квадрату (!) R – радиуса стержня.

При $\upsilon < 0{,}3$ значение параметра $f > 0{,}97$ и стержень можно считать практически абсолютно жестким: значение граничной скорости при этих значениях параметров будет незначительно превосходить граничную скорость, соответствующую абсолютно жесткому стержню – $\upsilon=0$, $f = 1$. Зафиксируем эти значения. Для этого должно выполняться:

$$(m^{0,5}\ \ell\ /\ R^2) < 12\cdot 10^3 \qquad (7)$$

в системе СГС (см, г, с). Предположим, удалось добиться положения центра масс колпака, соответствующего ℓ = 35 см (полная длина стержня 50 см, высота колпака 20 см), а полярный момент инерции колпака равен моменту инерции тонкого массивного кольца радиуса r = 4 см. Тогда граничная скорость равна:

$$\omega_0 \approx 820 \text{ рад/с} \qquad (8)$$

или

$$\nu_0 \approx 8200 \text{ об/мин.} \qquad (9)$$

Если же момент инерции колпака будет приблизительно равен моменту инерции тонкого диска радиуса r = 4 см, то значение граничной скорости увеличится вдвое: $\nu_0 \approx 16{,}5\cdot 10^3$ об/мин. Приведем минимальные значения радиуса стержня R, обеспечивающие ему необходимую жесткость при различных массах колпака (табл. 1.)

Таблица 1

m (г)	R (мм)
100	1,7
200	2
600	4

ЛИТЕРАТУРА

1. *Зейтман М.Ф.* Колебания гибких тонких вертикальных роторов с тяжелыми сосредоточен-

ными элементами // Вибрации в технике. – М.: Машиностроение,1980. – Т. 3. С. 189…200.

2. *Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М.* Теория упругости. – М.: Наука, 1987.

Рекомендована кафедрой прядения МГТУ им. А.Н. Косыгина. Поступила 12.02.13.