УДК 677.021.16

РАСЧЕТ КРАТНОСТИ ПОПАДАНИЯ ВОЛОКОН В ЗОНЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, ОБРАЗОВАННОЙ ИЗ РЕЦИКЛОВ

CALCULATION OF FREQUENCY RATE OF FIBERS TRANSITION IN RECYCLE FORMED ZONES OF CONSEQUENT TECHNOLOGICAL CHAIN

А.В. ГРАЧЕВ, Л.Ю. ГОРИНОВ, С.В. ЛАЗАРЕНКО
A.V. GRACHEV, L.YU. GORINOV, S.V. LAZARENKO

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
(Moscow State Textile University “A.N. Kosygin”)
E-mail: office@msta.ac.ru

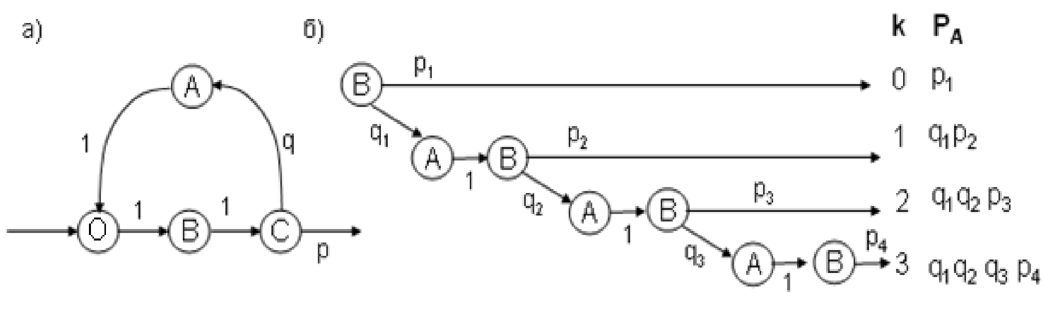
Для технологической цепи типа однородный рецикл показано, что кратность попадания волокон в обратную связь рецикла и число попаданий волокон в зону вероятностного выбора распределены по геометрическому закону. При последовательном соединении однородных рециклов с одинаковыми параметрами кратность циклов имеет отрицательное биноминальное распределение. Определены числовые характеристики кратности попадания волокон в прямую и обратную связь рециклов и в зону вероятностного выбора.

Frequency rate of fibers transition in backward recycle and times of fibers transition in probabilistic choice zone are defined by geometric distribution law for a technological chain. As for consequent connection of similar recycles with identical parameters the cycle frequency rate has negative binominal distribution. The numerical characteristics of frequency rate have been determined for fibers transition in forward and backward recycles connections and in the zone of probabilistic choice.

Ключевые слова: рецикл, зона вероятностного выбора, частота кратности.

Keywords: recycle, a probabilistic choice zone, ratio frequency.

Для повышения кратности воздействия на волокнистый материал, эффективности смешивания и выравнивания волокнистого потока в прядении и в технологии нетканых материалов используются технологические зоны с возвратом части волокнистого материала с последующим сложением с входящим потоком. Схему такого типа далее будем называть рециклом.



а) б)

Рис. 1

На рис.-1 а. изображен граф одиночного рецикла. Вершину С будем трактовать как зону вероятностного выбора. Обозначим: О – вершина графа, в которую поступает текстильная частица (ТЧ – волокно, сорная примесь), p – вероятность выхода ТЧ из рецикла, q – вероятность попадания в обратную связь (вершина А) рецикла. Вершина В находится в прямой части контура. На остальных ребрах графа вероятности равны единице. На рис. 1-б изображено дерево вероятностных исходов, определяющее кратность попадания ТЧ в зону А. Для упрощения рисунка ребра графа в прямом контуре с вероятностью, равной единице, исключены.

Для одиночного рецикла можно выделить три дискретные случайные величины: ξ_A – число попаданий (кратность) в обратную связь, которая также может трактоваться как число циклов текстильной частицы; $\xi_B = \xi_A+1$ – кратность попадания ТЧ в прямой участок контура; $\xi_C = \xi_B$ – кратность попадания ТЧ в зону вероятностного выбора. Отсюда базовой задачей является задача определения закона распределения для случайной величины ξ_A .

Для получения закона распределения для этой случайной величины рассмотрим вероятностный процесс во времени в виде дерева вероятностных исходов (рис.1-б). При различных вероятностях на каждом шаге будем иметь неоднородный марковский процесс, или неоднородный рецикл. Из рис. 1-б следует, что для неоднородного рецикла закон распределения для ξ_A для k=0,1,2,3… имеет вид:

$$P_A(\xi{=}k)=\begin{cases} p_1, \\ p_2(1-p_1), \\ p_3(1-p_1)(1-p_2), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_{k+1}(1-p_1)(1-p_2)\ldots(1-p_k). \end{cases}$$

В том случае, если вероятности не зависят от времени, то есть марковский процесс является однородным, то закон распределения для кратности числа циклов представляется в виде геометрического распределения:

$$P_A(\xi{=}k)=p(1-p)^k, \qquad (1)$$

где k = 0,1,2,…

Отсюда математическое ожидание кратности числа циклов ТЧ в рецикле и дисперсия числа кратности циклов равны:

$$M\xi_A=\frac{1-p}{p},\quad D\xi_A=\frac{1-p}{p^2}.$$

Соответствующие характеристики для случайных величин ξ_B и ξ_C с учетом свойств математического ожидания и дисперсии имеют вид

$$M\xi_B=M\xi_C=M[\xi_A+1]=\frac{1-p}{p}+1=\frac{1}{p},$$

$$D\xi_B=D\xi_C=D[\xi_A+1]=\frac{1-p}{p^2}.$$

Как видим, полученные характеристики совпадают с результатами, которые были получены на основе использования однородных марковских цепей для зоны вероятностного выбора (зоны чесания) [1].

Характеристическая функция для геометрического распределения для случайной величины ξ_A равна [2]:

$$\psi_A(\omega)=\frac{p}{1\text{-}(1\text{-}p)e^{i\omega}}.$$

При наличии линейной связи между случайными величинами ξ_1 и $\xi_2=\alpha\cdot\xi_1+\beta$, где α,β – числа, характеристическая функция равна [2]:

$$\psi_2(\omega)=\psi_1(\alpha\omega)e^{i\beta\omega}.$$

Тогда для $\xi_B = \xi_C = \xi_A + 1$ характеристическая функция для случайной величины ξ_B определится из выражения:

$$\psi_B(\omega)=\psi_C(\omega)=\frac{pe^{i\omega}}{1\text{-}(1\text{-}p)e^{i\omega}}.$$

Закон распределения для случайных величин ξ_B и ξ_C имеет такой же вид (1), как и для случайной величины ξ_A, только смещен вправо на единицу при изменении $k = 1,2,3\ldots$.

Рассмотрим теперь закон распределения кратности попадания в зоны при последовательном соединении однородных рециклов. Такой тип соединений имеет место, в частности, при последовательном расположении рабочих пар валиков на валичной чесальной машине.

Рассматриваемая в этом случае случайная величина ξ_{AO} – число циклов в последовательной цепи (далее – кратность циклов) равна сумме случайных величин ξ_{Ai}. Рассматривая отдельные случайные величины как независимые, общая характеристическая функция будет равна произведению частных:

$$\psi_{AO}(\omega)=\prod_{i=1}^{n}\psi_{A_i}.$$

В частном случае, если характеристические функции одинаковы, то есть $\psi_{A_i}=\psi_A$, то общая характеристическая функция последовательной цепи из рециклов равна:

$$\psi_{AO}(\omega)=\left(\frac{p}{1\text{-}(1\text{-}p)e^{i\omega}}\right)^n.$$

Сравнивая полученную характеристическую функцию с характеристическими функциями типовых законов распределений [2], видим, что для рассматриваемого случая имеем отрицательное биноминальное распределение, или распределение Паскаля, которое имеет вид:

$$P(\xi = k) = C_{n+k-1}^{k}p^n(1-p)^k,$$

где $k = 0,1,2\ldots$.

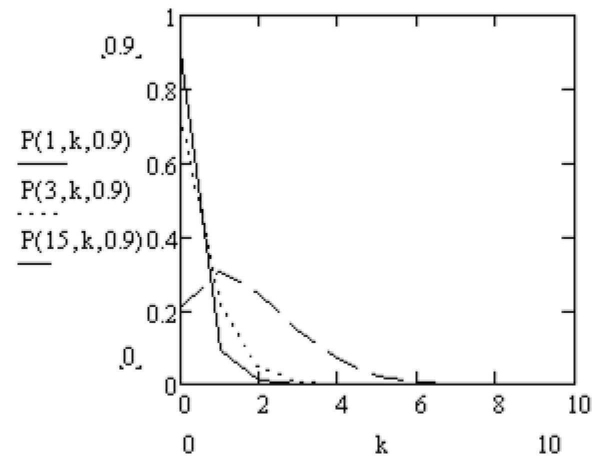
Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии в этом случае равны:

$$M\xi_{AO}=\frac{n(1\text{-}p)}{p},$$

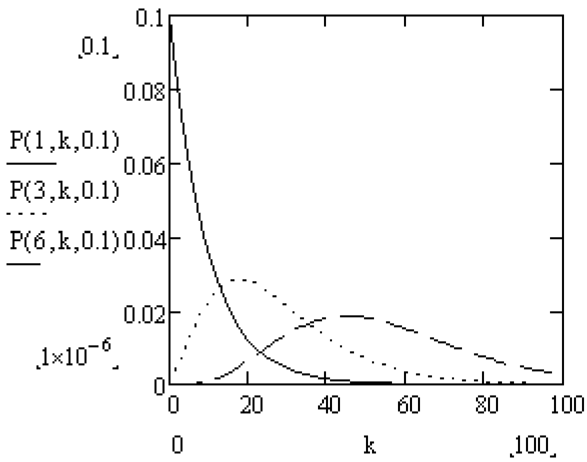
$$D\xi_{AO}=\frac{n(1\text{-}p)}{p^2},$$

$$k_{ac\_AO}=\frac{2\text{-}p}{\sqrt{n(1\text{-}p)}}.$$

Из анализа коэффициента асимметрии следует, что с ростом числа последовательно размещенных рециклов *n* распределение кратности общего числа циклов становится все более симметричным. Это также подтверждается графиками распределений вероятностей, приведенных на рис. 2: а – при вероятности выхода из рецикла p=0,9; б –при вероятности выхода из рецикла p=0,1.



а)



б)

Рис. 2

Существенное влияние на характер кривых распределения вероятностей кратности циклов оказывает величина вероятности выхода из рецикла, что видно из сравнения графиков, представленных на рис.2-а и 2-б, первые из которых построены при p=0,9; вторые – при p=0,1 для различного числа рециклов n.

Малая вероятность выхода из рецикла обеспечивает большую возможность для смешивания волокон в продольном направлении при одинаковом числе рециклов в последовательной технологической цепи.

В Ы В О Д Ы

1. Для технологической цепи «однородный рецикл» кратность циклов распределена по геометрическому закону.

2. При последовательном соединении однородных рециклов распределение кратности общего числа циклов соответствует распределению Паскаля.

3. Определены числовые характеристики кратности попадания волокон в обратные связи в цепи, образованной из последовательных рециклов.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ашнин Н.М.* Кардочесание волокнистых материалов. – М.: Легкая промышленность и бытовое обслуживание, 1985. С.65.

2. Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В.С. Королюк, И.П. Поротенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М. : Наука Главная редакция физико-математической литературы, 1985. С.111.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 16.12.12.