УДК 648.322

ДИНАМИЧЕСКИЙ СИНТЕЗ НЕЛИНЕЙНОЙ МОДЕЛИ СТИРАЛЬНОЙ МАШИНЫ БАРАБАННОГО ТИПА

DYNAMIC SYNTHESIS OF NON-LINEAR MODEL OF THE DRUM-TYPE WASHER

В.Г. ФЕТИСОВ, С.Н. АЛЕХИН, Ю.Г. ФОМИН, С.П. ПЕТРОСОВ
V.G. FETISOV, S.N. ALEKHIN, YU.G. FOMIN, S.P. PETROSOV

(Институт сферы обслуживания и предпринимательства (филиал) Донского государственного технического университета, г. Шахты Ростовской области, Ивановский государственный политехнический университет. Текстильный институт)
(Institute of a Services Sector and Businesses (branch) of the Don State Technical University in c. Shakhty of the Rostov Region, Ivanovo State Polytechnic University. Textile Institute)
E-mail: fetisov_vg@sssu.ru, alex_cn@mail.ru

Рассматривается задача динамического синтеза нелинейной модели стиральной машины барабанного типа в форме интегростепенной системы уравнений Вольтерра и метод ее регуляризации по критерию минимума среднеквадратической ошибки.

The problem of dynamic synthesis of nonlinear model of the washing machine of drum type in the form of integro-sedate system of the equations of Volterra and a method of its regularization by criterion of a minimum of a mean square mistake is considered.

Ключевые слова: динамика стиральных машин, нелинейные колебательные системы, динамический синтез, интегростепенные системы уравнений Вольтерра, метод регуляризации.

Keywords: dynamics of washing machines, nonlinear oscillatory systems, dynamic synthesis, integro-sedate systems of the equations of Volterra, regularization method.

В традиционном понимании задача оптимального динамического синтеза технических систем состоит в нахождении таких значений параметров рассматриваемой системы заданной структуры, которые обеспечивают ее наилучшую работоспособность [1], [2], [3], [5].

Современное развитие стиральных машин, характеризуемое значительным увеличением скоростей движения ее рабочих органов, разнообразием выполняемых технологических операций, ростом производительности машин при одновременном повышении их загрузки и продолжительности времени обработки текстильных изделий на некоторых операциях, увеличением разнообразия конструктивных решений компоновки как самих машин и их отдельных сборочных единиц, так и систем виброизоляции, приводит к росту динамических нагрузок на конструктивные и функциональные части стиральных машин.

При этом растет значимость и самих технологических и режимных процессов, характеризуемых нелинейным характером изменения массы отжимаемых изделий и соответственно массы виброизолированной (подвесной) части стиральных машин, смещением резонансов и деформированием резонансных кривых, многозначностью колебательных процессов, возникновением субгармонических колебаний и т.п.

Следует заметить, что задачи синтеза нелинейных динамических систем находятся в центре внимания прикладных научных исследований уже несколько десятилетий. Это связано с поиском адекватного теоретического аппарата синтеза линейных и нелинейных систем [4].

Рассмотрим интегральные уравнения движения упруго подвешенного моечного узла (подвесной части) стиральной машины барабанного типа с горизонтально расположенным ротором и их решение.

В некоторых важных для приложений случаях целесообразно рассматривать нелинейные динамические интегральные модели в виде интегростепенных рядов Вольтерра от многих функциональных аргументов $x_1(t)$, $x_2(t)$,…, $x_n(t)$, имеющих следующий вид:

$$y_j(t)=\sum_{n=1}^{\infty}\sum_{i_1=1}^{s}\dots\sum_{i_n=1}^{s}\int_0^t\dots\int_0^t w^j_{i_1i_2\dots i_n}(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n)\sum_{k=1}^{n}u_{i_k}(t-\tau_k)d\tau_k\,, \quad (1)$$

где $w^j_{i_1i_2\dots i_n}(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n)$ – многомерные весовые функции (так называемые ядра Вольтерра) n-го порядка по $(i_1,i_2,\dots,\ i_n)$ входам и j-му выходу, симметричные относительно $\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_n$; u(t) – входное воздействие, а y(t) – выход при нулевом начальном условии y(t).

При этом совокупность многомерных ядер интегральных операторов Вольтерра полностью характеризует нелинейные и динамические свойства, а следовательно, и техническое состояние исходной системы (в данной ситуации – колебательной системы стиральной машины).

Применение моделей на основе рядов Вольтерра позволяет более полно и точно учесть нелинейные и инерционные свойства исходной нелинейной динамической системы машины, делает процедуру модельной диагностики более универсальной, повышает надежность прогноза.

Диагностическая процедура в данном случае сводится к определению ядер Вольтерра по данным эксперимента «вход - выход» и построению на основе полученных ядер диагностической системы признаков, в пространстве которых строится решающее правило оптимальной классификации.

Представим интегральный оператор Вольтерра в следующем виде:

$$y(x(t))=\sum_{i=1}^{n}\int_{-T}^{T}\dots\int_{-T}^{T}h_i(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_i)x(t-\tau_1)x(t-\tau_2)\dots x(t-\tau_i)d\tau_1d\tau_2\dots d\tau_i\,. \quad (2)$$

Здесь исходная нелинейная динамическая система характеризуется следующими ядрами Вольтерра: $h_i(\tau_1,\tau_2,\dots,\tau_i)$, $i=1,2,\dots,n.$

Соответствующий многомерный полиномиальный фильтр Гаммерштейна, отвечающий критерию минимума среднеквадратической ошибки фильтрации, математическое ожидание M которого равно:

$$M\left\{\left[f(u_1,u_2,\dots,u_m)-F(h(u_1,u_2,\dots,u_m))\right]^2\right\}, \quad (3)$$

принимает следующий вид

$$F\left[h_1(u_1,u_2,\dots,u_m)\right]=\sum_{k=1}^{n}\int_0^{R_{x_1}}\int_0^{R_{x_2}}\dots\int_0^{R_{x_m}}\cdot V_k(x_1,x_2,\dots,x_m)h^k(u_1-x_1,u_2-x_2,\dots,u_m-x_m)dx_1\cdot dx_2\dots dx_m\,, \quad (4)$$

где $V_k(x_1,x_2,\dots,\ x_m)$, $k=\overrightarrow{1,n}$ – неизвестные ядра интегрального оператора Гаммерштейна, которые надо определить; $R_{x_1},R_{x_2},\dots,R_{x_m}$ – заданные величины памяти фильтра оператора по координатам $x_1,x_2,\dots,x_m$ соответственно $R_{x_j}\in X_j, j=\overrightarrow{1,m},$

точка $(u_1,u_2,\ldots,u_m) \in X_1 \times X_2 \times \ldots \times X_m$ область задания поля. Весомые фунуции m-мерного оператора Гиммерштейна n-го порядка для точки $(u_1, u_2 \ldots u_3)$ позволяют решить систему m-мерных интегральных уравнений рекуррентным методом.

Задача синтеза нелинейной системы с заданной структурой рассматривается по критерию минимума среднеквадратической ошибки на модельном примере нелинейного интегростепенного ряда Вольтерра. Такой подход имеет некоторые преимущества с точки зрения упрощения процедуры расчета.

В заключение, для данной пары разных по топологической структуре функциональных пространств E_1 и E_2 получена оптимальная оценка параметра регуляризации рассматриваемого процесса.

Как известно [2], случайный сигнал x(t) на входе системы представляет собой аддитивную смесь полезного сигнала s(t) и помехи n(t):

$$x(t)=s(t)+n(t), \qquad (5)$$

где случайные функции s(t) и n(t) стационарны в узком смысле и стационарно связаны. Требуется, измеряя сигнал x(t), осуществить преобразование полезного сигнала s(t), заданное функцией $\Phi[\cdot]$:

$$z(t)=\Phi[s(t)]. \qquad (6)$$

Другими словами, надо определить такое преобразование $F[\cdot]$ сигнала x(t):

$$y(t)=F[x(t)], \qquad (7)$$

при котором случайные процессы z(t) и y(t) оказались бы близкими по некоторому критерию. В качестве такого критерия использовался минимум среднеквадратического отклонения сигнала y от сигнала z, то есть

$$M\left\{\left[y(t)-z(t)\right]^2\right\} = M\left\{\left(F\left[x(t)\right]-\Phi\left[s(t)\right]\right)^2\right\} \to \min . \qquad (8)$$

Задача состоит в выделении полезного сигнала s(t) из аддитивной смеси его с помехой n(t) по критерию минимума среднеквадратической ошибки:

$$M\left\{\left(F\left[x(t)\right]-s(t)\right)^2\right\} \to \min . \qquad (9)$$

Задачу об оптимальном преобразовании сигнала (7) целесообразно формулировать как задачу минимизации в пространстве функций F, Ф, определенных на множестве реализаций случайного процесса.

Сначала рассматривалось прямое произведение Z=X×S пространств X, S реализаций случайных процессов x(t) и s(t).

Предполагая известной совместную плотность вероятности

$$p_{x,s,n,m}(x_1,\ldots,x_n,y_1,\ldots,y_m,t_1,\ldots,t_n,\tau_1,\ldots,\tau_m), \qquad (10)$$

строилась вероятностная мера в пространстве Z.

Показано, что решение основной задачи, выражаемое равенством

$$\left\{F\left[x\right]-\Phi\left(s\right), \quad F\left[x\right]\right\}_{L_2(Z)} = 0 , \qquad (11)$$

представляет собой полином Вольтерра степени N, имеющий вид:

$$F\left[x\right] = F_N\left[x\right] = \sum_{n=0}^{N} \int_{E_+^n} K_n\left(\tau_1,\ldots,\tau_n\right)\prod_{r=1}^{n} x\left(t-\tau_r\right)dv_\tau . \qquad (12)$$

Опуская промежуточные выкладки (для краткости изложения), приведем итоговую формулу (с использованием некоторых соображений из [6]):

$$\sum_{m=0}^{N}\int_{E_+^m} K_m(\xi_1,...,\xi_m)\times m_x^{(n+m)}(\tau_1-\tau_2,...,\tau_1-\tau_n,\tau_1-\xi_1,...,\tau_1-\xi_m)dv_\xi = m_{sx}^{(1,n)}(\tau_1,\tau_2,...,\tau_n). \quad (13)$$

Используем основную идею метода регуляризации и рассмотрим операторное уравнение $Ax = y$, где A – непрерывный, в общем случае, нелинейный ограниченный оператор; $x = x(t)$, $y = y(t)$ – входной и выходной сигналы, являющиеся элементами функциональных пространств E_1 и E_2 соответственно, при заданном выходе

Из уравнения $Ax = y$ требуется найти функцию $x = x(t)$. Решение уравнений такого рода, как известно, неустойчиво к изменению данных задач, если пространства E_1 и E_2 имеют разную топологию, и может даже не существовать в том функциональном пространстве, в котором требуется его найти.

В частности, задача о решении полиномиальных систем интегральных уравнений, определяющих оптимальный нелинейный фильтр, в общем случае является некорректной по Адамару-Тихонову [4], так как точное решение $\bar{x}$ неустойчиво к невязкам правой части. Используем нелинейный регуляризующий функционал вида:

$$M_\alpha(x) = \phi\left(Ax - \bar{y}\right) + \alpha\cdot f(x), \quad (14)$$

где $\alpha>0$ (так называемый параметр регуляризации), $\varphi(\cdot)$ и $f(\cdot)$ – некоторые функции класса $\Phi(L)$, $\bar{y}$ – образ точного решения $\bar{x}$.

Решая полученное уравнение $A^*\cdot Ax+\alpha\cdot x=A^*y$ (где A^* – оператор, сопряженный к оператору A), получаем семейство регуляризованных приближенных решений $\{x_\alpha\}$ для исходного уравнения $Ax=y$ в том смысле, что при $\alpha\to 0$ выполняется предельное соотношение $\lim\limits_{\alpha\to 0}\left\|\left(x_\alpha - \bar{x}\right);E_1\right\| = 0$, чем и заканчивается процесс оптимальной фильтрации.

Будем говорить, что оператор A задачи подчиняется условию $\left(\tilde{A}\right)$, если выполняется неравенства:

$$\|Ax;E_2\| \le \psi\left(\|x;E_1\|\right) \text{ и } \frac{\|A'x;E_2\|}{\|f'x;E_2\|} \le \gamma\left(\|x;E_1\|\right), \quad (15)$$

где вещественнозначные функции $\psi(\cdot)$ и $\gamma(\cdot)$ определены и строго монотонны на $\mathbb{R}^+$ и если одна из функций возрастает, то другая убывает.

Пусть известно, что точка $x\in E_1, x\ne\theta_{E_1}$ (θ_{E_1} – “нуль” пространства E_1) реализует локальный минимум функционала $M_\alpha(x)$, а A-оператор подчиняется условию $\left(\tilde{A}\right)$. Тогда справедлива следующая оптимальная оценка для параметра α, где последний выбирается по «точной невязке» δ, то есть априорно задана невязка $\delta = \|Ax - y_\delta;E_2\|$:

$$\alpha \le \frac{\gamma\left[\psi^{-1}\left(\|y_\delta;E_2\| - \delta\right)\right]}{\|\phi'(\delta);E_2\|}. \quad (16)$$

ВЫВОДЫ

1. Предложены и рассмотрены подходы к решению задачи оптимального синтеза нелинейной динамической системы стиральной машины барабанного типа в форме многомерной нелинейной модели указанной системы и по регуляризации полученного решения.

2. Полученные формулы позволяют проводить исследования динамических характеристик стиральных машин (нелинейных колебательных систем) с учетом современных представлений об особенностях динамических процессов, протекающих в стиральной машине барабанного типа при центробежном отжиме текстильных изделий.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Фетисов И.В.* Исследование случайных воздействий на вибрационные характеристики стиральных машин барабанного типа при отжиме: дис. …канд. техн. наук: 05.02.13: защищена 24.12.11 / Фетисов Игорь Валерьевич.– Шахты, 2011.

2. Методы классической и современной теории автоматического управления: 2-е изд., перераб. и доп. Т.3: Синтез регуляторов систем автоматического управления / Под ред. К.А. Пупкова и Н.Д. Егупова.– М.: Изд-во МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2004.

3. *Балакшин О.Б.* Синтез систем. – М.: РАН институт машиноведения им. А.А. Благонравова, 1995.

4. *Фетисов В.Г., Филиппенко В.И., Козоброд В.Н.* Операторы и уравнения в линейных топологических пространствах.– Владикавказ: ЮМИ ВНЦ РАН, 2006.

5. *Халил Х.К.* Нелинейные системы.– Ижевск: РХД, 2009.

6. *Blondel V.* Unsolved promblems in mathematical systems and control theory. – Princeton University Press, 2004.

7. *Дашковский С.Н., Ефимов Д.В., Сонтаг Э.Д.* Устойчивость от входа к состоянию и смежные свойства систем // Автоматика и телемеханика. – 2011, №8. С.3…40.

Рекомендована кафедрой машин и оборудования бытового и жилищно-коммунального назначения ИСО и П (филиал) ДГТУ. Поступила 09.12.13.