

УДК 677.023 : 519.6

**ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА НАМАТЫВАНИЯ
НИТИ НА БОБИНУ С ЦЕЛЬЮ ЕЕ ВЫТЯГИВАНИЯ**

**NUMERICAL SIMULATION OF THE THREAD WINDING
ON A BOBBIN WITH A VIEW TO STRETCHING**

В.Я. ЭНТИН, А.Б. КИКИН
V.YA. ENTIN, A.B. KIKIN

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)
(Saint-Petersburg State University of Technology and Design)

E-mail: it@sutd.ru

Применено математическое моделирование для расчета управления электрическим двигателем в задаче перемотки и растяжения нити с учетом изменяющегося радиуса и массы бобины. Результаты исследования позволили оценить влияние изменяющейся массы и момента инерции на динамику наматывания и определить алгоритм расчета управляющего напряжения.

The paper deals with mathematical simulation to calculate the electric motor control in the problem of thread rewinding with stretching depending of changing the radius and the mass of the bobbin. This study results allow to estimate the influence of varying mass and moment of inertia to winding dynamics and to determine the algorithm for calculating of the voltage control.

Ключевые слова: наматывание, бобина, растяжение нити, управление двигателем, математическое моделирование.

Keywords: winding, bobbin, thread stretch, electric motor control, numerical simulation.

Рассмотрим задачу перемотки и растяжения нити с учетом изменяющихся характеристик: радиуса и массы бобины. Схема системы для перематывания изображена на рис.1. В состав схемы вошли: 1 – прижимной ролик (f – сила прижатия); 2 – подающий барабан; 3, 6 – электрические двигатели D_1 и D_2 ; 4 – нить; 5 – приемная бобина; 7 – раскладчик нити.

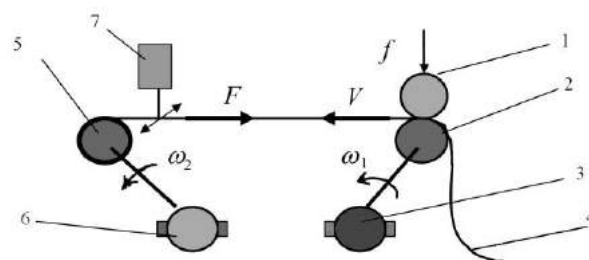


Рис. 1

Необходимое для деформации натяжение в нити F в системе достигается поддержанием расчетной разности $\Delta V = V_2 - V_1 = \text{const}$, где V_1 – окружная скорость подающего барабана; V_2 – окружная скорость приемной бобины.

Пусть требуется намотать на приемную бобину нить, исходная длина которой равна L_0 . При намотке необходимо вытянуть нить на заданную величину ΔL [1].

Примем, что линейная скорость движения нити V_0 , тогда требуемое время для перемотки нити будет равно:

$$t_p = \frac{L_0}{V_0}$$

и угловая скорость вращения подающего барабана:

$$\omega_1 = \frac{V_0}{r} = \frac{L_0}{t_p r}, \quad (1)$$

где r – радиус подающего барабана.

Далее запишем формулы для случая наматывания нити на приемную бобину с учетом заданного удлинения:

– линейная скорость движения нити

$$V_2^0 = \frac{L_0 + \Delta L_0}{t_p},$$

– угловая скорость вращения приемной бобины (двигателя D_2)

$$\omega_2 = \frac{V_2^0}{r(t)} = \frac{L_0 + \Delta L_0}{t_p r(t)}, \quad (2)$$

где $r(t) = r_0 + \Delta r(t)$; r_0 – начальный радиус бобины; $\Delta r(t)$ – приращение радиуса вследствие намотки нити.

Таким образом, для получения заданного удлинения нити ΔL необходимо двигателю 1 придать угловую скорость, определяемую формулой (1), а двигателю 2 – угловую скорость, соответствующую формуле (2).

Радиус бобины увеличивается на один диаметр нити при некотором количестве ря-

дов нити, укладываемой на бобине. Если это количество равно 10, только через 10 оборотов радиус бобины увеличится на один диаметр нити d . С учетом изменения радиуса бобины выражение для угловой скорости двигателя 2 необходимо записать в виде

$$\omega_2 = \frac{L_0 + \Delta L_0}{t_p [r_0 + k_1 n(t)]}, \quad (3)$$

где $k_1 = v d$ ($v < 1$ – коэффициент, учитывающий количество рядов нити на бобине); $n(t)$ – текущее количество оборотов бобины.

Увеличение радиуса бобины приводит также к увеличению ее массы и, следовательно, к изменениям момента инерции вращающихся деталей перемоточного устройства. При формировании управления необходимо учитывать переменность указанных характеристик [2].

Для наматывания применим двигатель постоянного тока независимого возбуждения. Известно, что основными уравнениями двигателя являются:

– уравнение баланса напряжений

$$u_{\text{я}} = i(R + Lp) + c_e \omega,$$

– уравнение моментов

$$J(t)p\omega = M_B - M_C,$$

где $J(t) = J_0 + \Delta J(t)$ – момент инерции вращающихся деталей; $M_B = c_m i$ – вращающий момент двигателя; $M_C = F r(t)$ – момент сопротивления вращению ротора двигателя; J_0 – момент инерции вращающихся частей с пустой бобиной; $\Delta J(t)$ – приращение момента инерции вследствие увеличения радиуса и массы бобины; i – сила тока в цепи якоря; L – индуктивность цепи якоря; p – оператор дифференцирования ($p = d/dt$).

Совместное решение представленных уравнений позволяет получить уравнение двигателя:

$$\left(\frac{J(t)L}{c_e c_m} p^3 + \frac{J(t)R}{c_e c_m} p^2 + p \right) \phi = \frac{1}{c_e} u_{\text{я}} - (Lp + R) \frac{M_C}{c_e c_m}. \quad (4)$$

Далее получим формулу для расчета момента инерции вращающихся частей с учетом изменений радиуса и массы бобины. Примем, что роторы двигателя и бобина представляют собой бесконечно тонкие цилиндры, а витки нити – элементарные кольца. Тогда исходная формула для опре-

$$J(t) = [m_0 + \Delta m(t)][r_0 + \Delta r(t)]^2 = m_0 r_0^2 + \Delta m(t)[r_0 + \Delta r(t)]^2 + \Delta r(t)m_0[2r_0 + \Delta r(t)] = J_0 + \Delta J(t), \quad (5)$$

где J_0 , m_0 , r_0 – характеристики вращающегося тела до приема нити; $\Delta J(t)$ – приращение момента инерции; $\Delta m(t)$ – приращение

$$\Delta J(t) = \Delta m(t)[r_0 + \Delta r(t)]^2 + \Delta r(t)m_0[2r_0 + \Delta r(t)]. \quad (6)$$

С учетом формулы $\Delta r(t) = k_1 n(t)$ вы-

$$\Delta J(t) = k_1 n(t)[m_0 + \Delta m(t)](k_1 n(t) + 2r_0) + r_0^2 \Delta m(t).$$

Видно, что функция $\Delta J(t)$ нелинейная.

При моделировании принято, что начальные значения производной $\dot{M}_C(0) = 0$. Для этого случая уравнение (4) можно записать в виде:

$$(a_0 p^3 + a_1 p^2 + a_2 p)\varphi = b_3 u_{\text{я}} - c_3 M_C, \quad (7)$$

$$\text{где } a_0 = \frac{J(t)L}{c_e c_m}; \quad a_1 = \frac{J(t)R}{c_e c_m}; \quad a_2 = 1; \quad b_3 = \frac{1}{c_e};$$

$$c_3 = \frac{R}{c_e c_m}.$$

Далее необходимо получить выражение для расчета управляющего напряжения с учетом изменяющегося радиуса бобины. При этом должно выполняться требование сохранения постоянства линейной скорости движения нити:

$$V(t) = V_2^0. \quad (8)$$

Очевидно, что при выполнении требования (8) угловая скорость вращения бобины из-за увеличения ее радиуса должна

деления момента инерции:

$$J = m \rho^2,$$

где m , ρ – масса и радиус вращающегося тела.

В данном случае эту формулу следует записать в виде:

массы; $\Delta r(t)$ – приращение длины радиуса.

Из выражения (5) следует, что $J_0 = m_0 r_0^2$, а

ражение (6) принимает вид:

уменьшаться. Поэтому выражение для управляющего напряжения должно быть функцией изменяющегося радиуса бобины. Кроме этого должна учитываться и сила натяжения нити.

Для определения искомого выражения целесообразно использовать установившийся режим перематывания.

Для установившегося режима уравнение (7) принимает вид:

$$a_2 p \varphi = b_3 u_{\text{я}} - c_3 M_C,$$

или

$$a_2 V = r(t)b_3 u_{\text{я}} - c_3 r(t)M_C.$$

С учетом требования (8) выражение для расчета управляющего напряжения получается следующим:

$$u_{\text{я}} = \frac{a_2 V_2^0}{r(t)b_3} + \frac{c_3 r(t)F}{b_3} = \frac{V_2^0 c_e}{r(t)} + \frac{Rr(t)F}{c_m}. \quad (9)$$

Для интегрирования уравнение (7) преобразуется в систему уравнений первого порядка:

$$\phi_1 = \phi_2, \quad \phi_2 = \phi_3, \quad \phi_3 = -\frac{a_1}{a_0} \phi_3 - \frac{a_2}{a_0} \phi_2 + \frac{b_3}{a_0} u_{\text{я}} - \frac{c_3}{a_0} M_C, \quad \phi = \phi_1. \quad (10)$$

Полученные уравнения (7), (9) и (10) представляют собой искомую математическую модель для расчета управления электрическим двигателем для задачи о перемотке и растяжении нити с учетом изменяющихся характеристик. Данная модель была реализована в среде инженерных расчетов MATLAB. Ниже приведены результаты решения числового примера.

Исходные данные для моделирования [1]:

- исходная длина и удлинение нити: $L_0 = 20\ 000$ м, $\Delta L = 2\ 000$ м;
- масса и начальный радиус пустой бобины: $m_0 = 0,1$ кг, $r_0 = 0,025$ м;
- начальная величина момента инерции $J = 0,15 \cdot 10^{-2}$ кг·м²;
- диаметр нити $d = 0,4 \cdot 10^{-3}$ м;
- время и скорость наматывания: $t_p = 2200$ с, $V_2^0 = 10$ м/с;
- сила натяжения нити $F = 20$ Н;
- коэффициент $\nu = 0,1$;
- коэффициент, характеризующий линейную массу нити $\gamma = 0,3 \cdot 10^{-3}$ кг/м.

Для моделирования уравнения (4) использованы следующие характеристики двигателя:

- момент инерции ротора двигателя $J_0 = 0,0015$ кг·м²;
- коэффициенты $c_e \approx 0,3$ в·с, $c_m \approx c_e / 10$;
- сопротивление цепи якоря $R = 1$ Ом;
- индуктивность цепи якоря $L = 0,035$ Гн.

С учетом начальной массы и радиуса вращающейся приемной бобины $J_0 = 0,6 \cdot 10^{-4}$ кг·м². Видно, что момент инерции ротора двигателя существенно превышает полученное значение, поэтому в расчете использовано $J_0 = 0,0015$ кг·м².

Начальная величина управляющего напряжения $u_{я}^0$ определяется с помощью выражения (10) при начальном радиусе бобины $r_0 = 0,025$ м и скорости $V_2^0 = 10$ м/с. С учетом указанных данных $u_{я}^0 = 128,33$ В.

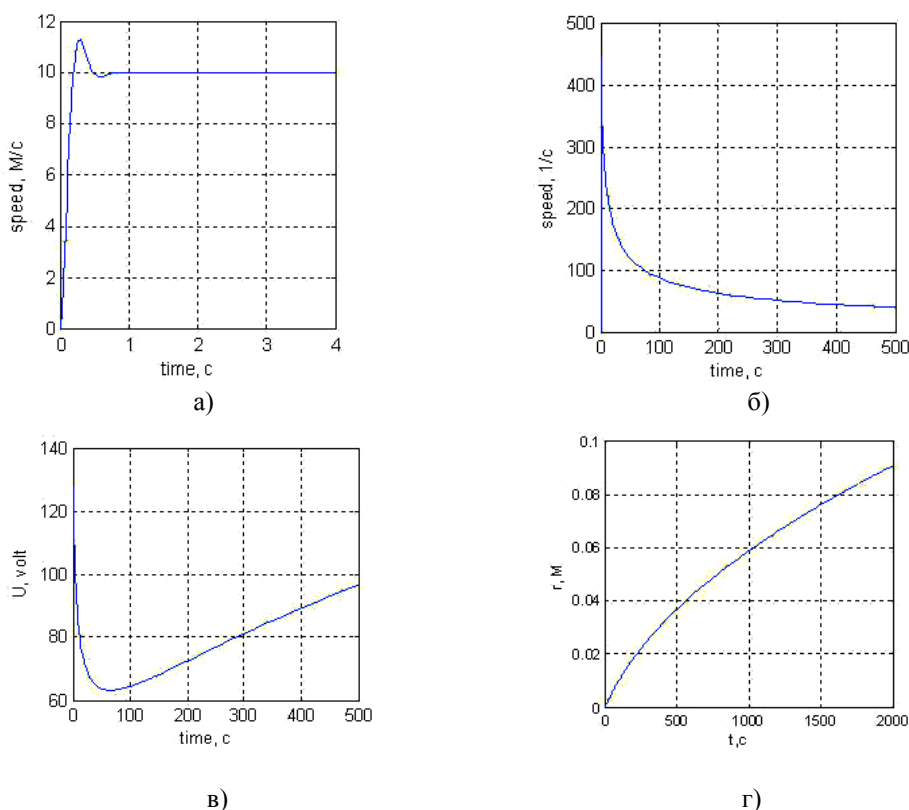


Рис. 2

На рис.2 представлены результаты моделирования процесса перематывания нити. На рис. 2-а изображен процесс измене-

ния линейной скорости движения нити. Видно, что переходный процесс $t_n = 0,5 \dots 0,7$ с. Далее, в течение всего про-

цесса перематывания, скорость движения нити поддерживалась на заданном уровне $V = 10$ м/с. На рис. 2-б представлен график изменения угловой скорости вращения бобины. Видно, что с течением времени угловая скорость уменьшается.

Необходимые изменения угловой скорости бобины достигаются с помощью управляющего напряжения. На рис. 2-в представлена кривая, соответствующая требуемому для этой цели закону изменения управляющего напряжения $u(t)$.

Видно, что закон изменения напряжения достаточно сложный. Напряжение, подаваемое на двигатель, за время намотки изменялось на различных участках со скоростями $du/dt \approx (-6...0,04)$ В/с.

На практике при перематывании и растяжении нити задачу формирования управления необходимо решать с помощью моделирования, выполняемого параллельно с рабочим процессом. В данном материале такая возможность апробирована. В процессе всей намотки $t_p = 2200$ с линейная скорость нити поддерживалась на уровне $V = 10$ м/с. На рис. 2-г показан график изменения радиуса бобины при намотке в течение 2000 с.

Результаты моделирования также показали, что масса и момент инерции бобины в процессе намотки изменяются существенно. В начале намотки масса бобины и момента инерции равнялись 0,1 кг; 0,0015 кг·м² соответственно. В конце намотки эти данные изменились существенно: масса бобины оказалась равной $m = 8,9$ кг, а момент инерции $J = 1,28$ кг·м². Однако такие изменения не оказали практического влияния на процесс перематывания нити. Это

объясняется тем, что в начале процесса перематывания ($t \leq 0,4$ с), когда сильно изменяются скорость и ускорение, радиус и масса бобины изменяются незначительно. В последующие промежутки времени скорость наматывания практически остается постоянной, а масса и радиус бобины также изменяются очень медленно.

ВЫВОДЫ

1. Составлена математическая модель для расчета управления электрическим двигателем для задачи о перематке и растяжении нити с учетом изменяющихся характеристик.

2. Результаты численного моделирования в среде MATLAB показали, что масса и момент инерции бобины в процессе намотки изменяются существенно, однако эти изменения не оказали практического влияния на процесс перематывания нити, который происходит при постоянной скорости движения нити.

ЛИТЕРАТУРА

1. Энтин В.Я., Чельшев С.В., Каневский М.Ф. Система регулирования натяжения нити при намотке на бобину // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2011, №1. С.61...66.
2. Ашин Н.М., Михайлов Б.С., Чельшев А.М. Динамика процесса растяжения нити, огибающей цилиндрическую поверхность // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 2011, №4. С.39...42.

Рекомендована кафедрой автоматизации производственных процессов. Поступила 12.03.14.