УДК 677:539.374.002.28

АНАЛИЗ МАТЕМАТИЧЕСКИХ МОДЕЛЕЙ ПРОЦЕССА ДЕФОРМАЦИИ ТРАНСПОРТИРУЕМЫХ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАТЕРИАЛОВ

ANALYSIS OF MATHEMATICAL MODELS OF THE DEFORMATION PROCESS OF TEXTILE MATERIALS TRANSPORTED

В.Ф.ГЛАЗУНОВ
V. F. GLAZUNOV

(Ивановский государственный энергетический университет)
(Ivanovo State Power University)
E-mail: glazunov@drive.ispu.ru

В статье рассматриваются статические и динамические модели транспортируемых в зонах деформации текстильных материалов с учетом их вязкоупругих свойств, а также анализ их функций чувствительности к вариации параметров.

The article considers static and dynamic models transported in deformation zones textile materials based on their viscoelastic properties, as well as analysis of their functions sensitivity to parameter variations.

Ключевые слова: текстильный материал, деформация, вязкоупругость, чувствительность.

Keywords: textile material, deformation, viscoelasticity, sensitivity.

Большая часть технологических операций прядильного, ткацкого и отделочного производств связана с обработкой текстильных материалов в процессе их движения и деформации, которая зависит как от соотношения скоростей рабочих органов машин, так и действующих возмущающих факторов.

Проектирование приводных устройств рабочих органов машин, обеспечивающих заданное натяжение движущегося текстильного материала, связано с необходимостью разработки адекватной математической модели его процесса деформации. В зависимости от свойств материала и условий нагружения может рассматриваться упругая или вязкоупругая модели.

Впервые уравнение деформации движущегося волокнистого материала получено Н.А. Васильевым [1]. В дальнейшем с различными допущениями и дополнениями оно было использовано при разработке систем электроприводов и решении прикладных задач промышленного производства в работах Д.П. Морозова [2], Ю.М. Файнберга [3], Е.А. Розенмана и А.Я. Лернера [4], А.Я. Мильмана [5], Ю.М. Винтера [6], А.М. Куликова и В.П. Хавкина [7], А.М. Быстрова [8], Г.М. Иванова [9] и др.

Совершенствование приводных устройств текстильного оборудования непрерывно связано с усложнением используемых при их проектировании математических моделей процесса деформации обрабатываемых моделей. В общем случае уравнение деформации упругого материала, транспортируемого с натяжением ведущими и ведомыми валками в соответствии с [1], имеет вид:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{v_2(1+\varepsilon_2)}{L} - \frac{v_1(1+\varepsilon_2)^2}{L(1+\varepsilon_1)}. \qquad (1)$$

Здесь ε_2 и ε_1 − относительные удлинения материала в зоне деформации и на ее входе; $v_{1,2}$ − скорости движения материала на входе и выходе зоны деформации.

При решении задач синтеза систем автоматической стабилизации натяжения материала в процессе его обработки используют [8…10] линеаризованный вариант уравнения (1) в виде:

$$\frac{d\varepsilon_2}{dt} = \frac{1}{L}(v_2 - v_1) + \frac{1}{k_v L}(\varepsilon_1 - \varepsilon_2), \qquad (2)$$

где $k_v = \frac{1}{v_2}$.

Уравнение (2) справедливо при положительных значениях ε_1 и ε_2, что на практике является жестким ограничением.

Ему соответствует передаточная функция процесса деформации материала:

$$H_п(s) = \frac{\varepsilon_2(s)}{\left(v_2 - v_1 + \frac{\varepsilon_1}{k_v}\right)(s)} = \frac{k_v}{Ts+1}, \qquad (3)$$

где $T = \frac{L}{v_2}$.

Недостатком такой модели является то, что она не позволяет учитывать процесс непрерывного замещения материала и ускорение его движения в зоне деформации, обусловленные его вязкими свойствами [11].

В первом приближении учесть эти свойства можно, представив математическую модель материала последовательным соединением двух блоков с передаточными функциями, первая из которых связывает операторные изображения относительного удлинения материала и соотношения его скоростей $\Delta\upsilon(s)$ на входе и выходе зоны деформации, а вторая – отношение изображений натяжения F(s) и относительного удлинения. Тогда передаточная функция деформируемого в процессе движения материала

$$H_1(s) = \frac{F(s)}{\Delta v(s)} = \frac{E}{v}\frac{\tau s+1}{Ts+1}, \qquad (4)$$

где E – модуль упругости материала, отнесенный к его ширине, Н; $\tau = \frac{\eta}{E}$; η – модуль вязкости, Н·с.

Передаточная функция (4) позволяет учесть увеличение жесткости материала в динамике за счет действия вязкой составляющей, в общем случае уменьшающей инерционность процесса его деформации, обусловленного соотношением скоростей $\Delta v(s)$.

Динамическая модель деформации вязкоупругого транспортируемого полотна и передаточная функция, учитывающая его движение, может быть получена на основе структурного метода распределенных систем [11]:

$$H_2(s) = \frac{F(s)}{\Delta v(s)} = \frac{E}{v}\frac{(\tau s+1)^2}{T\tau s^2 + T(1+\Theta)s + (1-\Theta)}. \qquad (5)$$

Здесь $\Theta = \exp\left(-\frac{T}{\tau}\right)$; L, v – соответственно длина нерастянутого материала, м, и скорость его движения, м/с, в зоне деформации.

В соответствии с [11] при T/τ<0,1 материал может рассматриваться как вязкий, а при T/τ>3 как упругий.

Приняв за исходные передаточные функции (4) и (5), построим зависимость в статике натяжения вязкоупругого материала в зоне деформации от скорости его движения при постоянных значениях Δv и E. Тогда из (4) и (5) имеем:

$$F_1 = E\frac{\Delta v}{v}, \qquad (6)$$

$$F_2 = E\frac{\Delta v}{v(1-\Theta)}. \qquad (7)$$

На рис. 1-а представлены зависимости F_1 и F_2 от скорости движения материала. Здесь наблюдается уменьшение его натяжения с ростом скорости движения, обусловленное изменением относительного удлинения Δυ/υ. Однако при любой скорости движения $F_2 > F_1$.

Соотношение постоянных времени T и τ существенно влияет на динамические характеристики транспортируемого в зоне деформации материала.

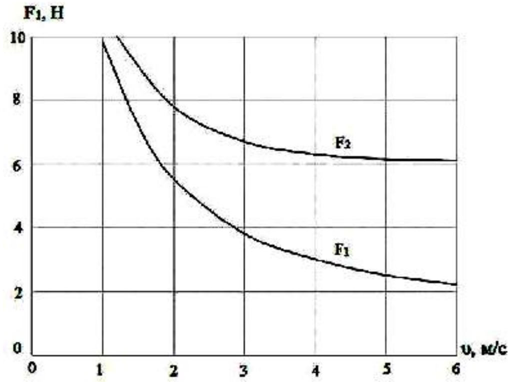
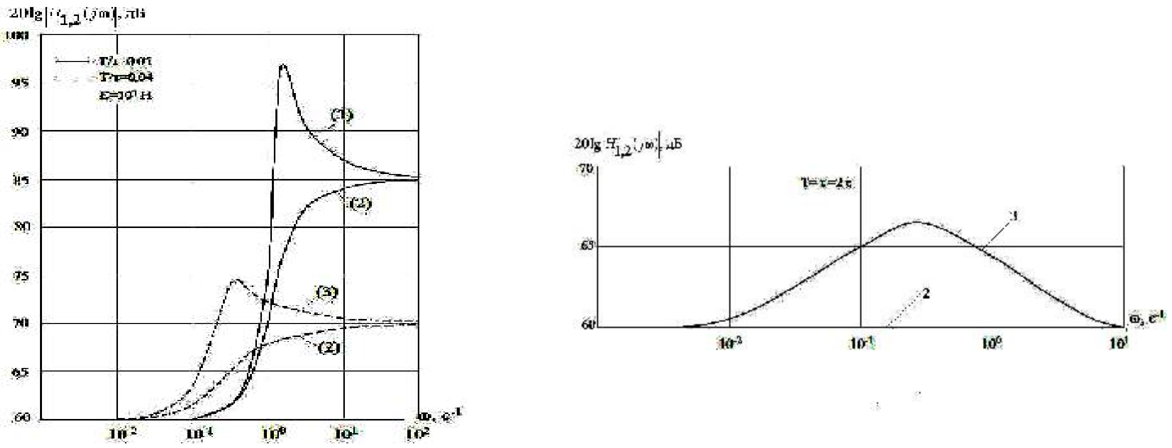


Рис. 1

Так, на рис. 2-а, б представлены расчетные логарифмические амплитудно-частотные характеристики (ЛАЧХ), построенные в соответствии с передаточными функциями (5) и (4) для различных значений T и τ. Их анализ показывает, что при T=τ транспортируемый материал в соответствии с (2) может быть представлен безынерционным звеном. Однако в соответствии с передаточной функцией (5) он имеет в существенном для систем стабилизации натяжения материала диапазоне частот ЛАЧХ форсирующего звена (рис. 2-б), что не может быть учтено передаточной функцией (4).



а) б)

Рис. 2

Практический интерес представляет также чувствительность передаточных функцией (4) и (5) к вариации параметров T и τ.

Логарифмические функции чувствительности передаточной функции (2) к вариации T и τ соответственно имеют вид:

$$S_T^{H_1}(s) = \frac{\partial H_1}{\partial T}\frac{T}{H_1} = -\frac{sT}{Ts+1}, \quad (8)$$

$$S_T^{H_1}(s) = \frac{\partial H_1}{\partial \tau}\frac{\tau}{H_1} = \frac{\tau}{\tau s+1}. \quad (9)$$

После преобразований (5), разложения экспоненты $e^{-\frac{T}{\tau}}$ в ряд Тейлора и пренебрежения членами второго и выше порядка малости, имеем:

$$H_2(s) = \frac{E(\tau s+1)^2}{L\tau s^2 + L(2-\frac{T}{\tau})s + \frac{L}{\tau}}. \quad (10)$$

Тогда логарифмические функции чувствительности (10) соответственно к вариации T и τ имеют вид:

$$S_T^{H_2}(s) = -\frac{\frac{T}{\tau}s}{\tau s^2 + (2-\frac{T}{\tau})s + \frac{1}{\tau}}, \quad (11)$$

$$S_\tau^{H_2}(s) = \frac{\tau^3 s^3 + 3(\tau - T)s^2 + (3-\frac{T}{\tau})s + \frac{1}{\tau}}{\tau^2 s^3 + (3\tau - T)s^2 + (3-\frac{T}{\tau})s + \frac{1}{\tau}}. \quad (12)$$

Знак минус перед функциями чувствительности (8), (11) указывает на уменьшение чувствительности с увеличением соответственно T и τ.

Выполним анализ функций чувствительности (8), (9), (11), (12) в частотной области.

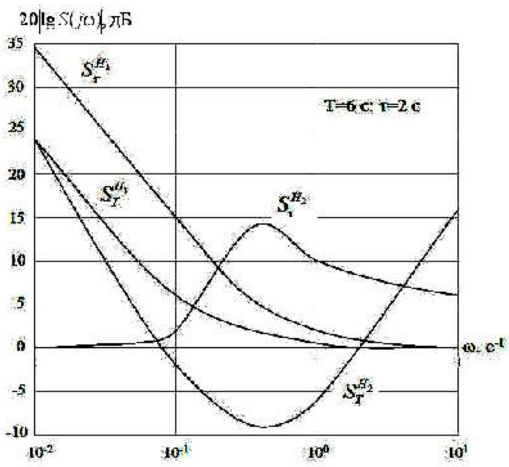


Рис. 3

На рис. 3 представлены зависимости логарифмических частотных функций чувствительности $S_\tau^{H_{1,2}}(\omega)$, $S_T^{H_{1,2}}(\omega)$.

Их анализ показывает монотонное уменьшение чувствительности передаточной функции $H_1(s)$ как к вариации τ, так и T. Функции чувствительности $S_\tau^{H_2}(\omega)$ и $S_T^{H_2}(\omega)$ имеют соответственно максимальное и минимальное значения в области существенных частот.

Анализ (11) и (12) показывает, что при T=3τ функция чувствительности $S_T^{H_2}(\omega)$, а при T=2τ функция чувствительности $S_T^{H_2}(\omega)$ не зависят от T и имеют вид:

$$S_\tau^{H_2}(s) = \frac{\tau^4 s^3 - 6\tau s^2 + 1}{\tau^3 s^3 + 1}, \quad (13)$$

$$S_T^{H_2}(s) = -\frac{2\tau s}{\tau^2 s^2 + 1}. \quad (14)$$

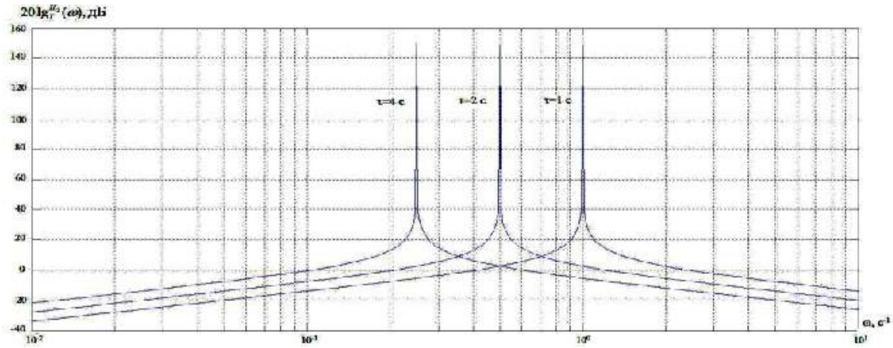


Рис. 4

На рис. 4 представлены логарифмические частотные функции чувствительности, построенные в соответствии (14), показывающие смещение с ростом τ максимума функции чувствительности к вариации постоянной времени T в область низких частот.

ВЫВОДЫ

Частотные характеристики динамической модели транспортируемого в зоне деформации вязкоупругого материала существенно зависят от его параметров, что необходимо учитывать при проектировании автоматических систем регулирования его натяжения в технологическим оборудовании непрерывного действия.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Васильев Н.А.* Вопросы теории прядения. − Гизлегпром, 1932.

2. *Морозов Д.П.* К теории электромеханических процессов в электроприводе станов холодной прокатки // Вестник электропромышленности. – 1944, № 3.

3. *Файнберг Ю.М.* Авторегулирование при холодной прокатке. − Металлургиздат, 1960.

4. *Розенман Е.А. Лернер А.Я.* Переходные процессы при холодной прокатке с натяжением // Сталь. – 1948, № 10.

5. *Мильман А.Я.* Исследование динамики натяжения нитей при их сматывании с рулона // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1964, № 5.

6. *Винтер Ю.М.* Некоторые вопросы динамики натяжения каната // Научн.-исслед. тр. ЦНИИЛВ. – М.: Легкая индустрия, 1966, т. XXI.

7. *Куликов А.М., Хавкин В.П.* Многозонные перематывающие устройства как объект автоматического управления // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1968, №1. С.114…117.

8. *Быстров А.М.* Некоторые результаты исследования натяжения ткани, создаваемые роликовым компенсатором // Текстильная промышленность. – 1956, № 6.

9. *Иванов Г.М.* О регулировании натяжения в агрегатах для обработки корда // Изв. вузов. Электромеханика. –1968, № 2.

10. *Глазунов В.Ф., Прокушев С.В.* Автоматизация оборудования для непрерывной обработки текстильных материалов. − Иваново: ИГЭУ, 2002.

11. *Глазунов В.Ф., Бурков А.П.* Динамическая модель процесса деформации вязкоупругого транспортируемого материала // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1985, №6. С.67…71.

Рекомендована кафедрой электропривода и автоматизации промышленных установок. Поступила 16.04.14.