

УДК 677.01

**ОПРЕДЕЛЕНИЕ НАИЛУЧШЕГО ПОКАЗАТЕЛЯ НЕРАВНОМЕРНОСТИ
РАСПРЕДЕЛЕНИЯ СМЕСИ ВОЛОКОН
В ТАНГЕНЦИАЛЬНОМ НАПРАВЛЕНИИ СЕЧЕНИЯ ПРЯЖИ
МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ**

**THE DETERMINATION OF THE BEST INDEX TO UNEVENNESS
OF THE DISTRIBUTION MIXTURE FILAMENTS
IN TANGENTIAL DIRECTION OF THE SECTION OF THE YARN
BY METHOD OF STATISTICAL MODELING**

Ю.М. ВИНТЕР
J.M. WINTER

(Московский государственный университет дизайна и технологии)
(Moscow State University of Design and Technology)
E-mail: retniw35@mail.ru

С помощью статистического моделирования определен наилучший показатель, оценивающий неравномерность распределения смеси волокон в тангенциальном направлении сечения пряжи. В статье рассмотрены два показателя, предложенные автором, и традиционный показатель, основанный на разделении сечения на секторы.

By means of statistical modeling is determined best index, evaluating unevenness of the distribution mixture filaments in tangential direction of the section of the yarn. In article are considered two indexes, offered by author, and traditional index, founded on division of the section on sectors.

Ключевые слова: сечение пряжи, показатель, неравномерность распределения компонентов, число серий, моделирование.

Keywords: yarn section, indicator, unevenness of distribution of components, number of series, modeling

Показатели, разработанные различными исследователями, базируются в основном на разделении сечения пряжи на секторы и оценке неравномерности распре-

ления волокон компонентов по ним. Автором [1] были предложены два новых показателя, основанных на понятии серии. Это понятие поясняет рис. 1 (сечение пряжи).

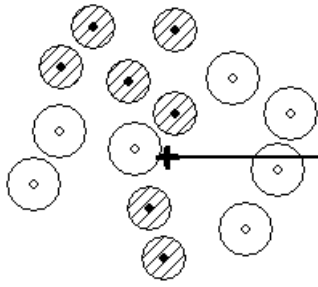


Рис. 1

Будем вращать изображенный на этом рисунке луч, исходящий из центра сечения пряжи, против часовой стрелки. При прохождении луча через центр волокна светлого компонента запишем 0, а через центр темного – 1. В результате получим последовательность 00111110001100. Последовательность рядом стоящих нулей или единиц назовем серией. В данном примере число серий равно 5. Однако замечаем, что первая и последняя серия на самом деле являются одной серией, разрезанной надвое выбором начала отсчета. Фактическое число серий = 5-1=4. Назовем 5 числом серий в строчной последовательности (массиве), а 4 числом серий в кольцевой последовательности. Число серий в кольцевой последовательности всегда четное и совпадает с числом серий в строчной последовательности только тогда, когда последнее четно, в противном случае оно на единицу меньше. Показатель "Индекс числа серий" определяется следующим образом:

- вычисляется число серий в строчной последовательности.
- если полученное число нечетно, то оно уменьшается на 1.
- полученное значение делится на число серий, вычисленное для абсолютно случайного распределения волокон (формула дана ниже).
- общая оценка образца пряжи дается средним арифметическим из значений, полученных для отдельных сечений.

Чем больше индекс числа серий (ИЧС), тем лучше перемешаны компоненты. Для абсолютно случайного распределения во-

локон ИЧС =1, реальные пряжи имеют меньшее значение ИЧС.

Найдем математическое ожидание (МОЖ) числа серий в кольцевой последовательности. В [2, с. 74] даны вероятности P_{2v} и P_{2v+1} количества $2v$ и $2v + 1$ серий в строчной последовательности при абсолютно случайном распределении.

Там же [2, с. 479] дана формула определения МОЖ числа серий в строчной последовательности, но она неверна. Из сказанного следует, что в кольцевой последовательности вероятность наблюдать ровно $2v$ серий равна:

$$K_{2v} = P_{2v} + P_{2v+1}. \quad (1)$$

С помощью сложных расчетов (а, может быть, есть более простой путь) было найдено МОЖ числа серий в кольцевой последовательности:

$$\bar{u} = \frac{2n_1n_2}{(N-1)}, \quad (2)$$

где n_1 и n_2 – числа волокон компонентов в рассматриваемом сечении, $N=n_1 + n_2$.

Другим показателем, связанным с сериями, является сумма квадратов длин серий в кольцевой последовательности данного сечения. Для этого показателя не удалось найти точной формулы для МОЖ. Однако для всех возможных для пряжи значений n_1 и n_2 можно путем компьютерного моделирования составить треугольную матрицу, содержащую суммы квадратов длин серий при абсолютно случайном распределении, что и было сделано. Показатель "Индекс квадратов длин серий" определяется следующим образом.

– Вычисляется сумма квадратов длин серий в строчной последовательности.

– Если 1-я и последняя серии состоят из волокон одного и того же компонента, то они объединяются в одну серию, рассчитывается квадрат ее длины, который прибавляется к найденной ранее сумме квадратов. Из последней вычитаются квадраты длин 1-й и последней серии (для сечения рис. 1 строчная последователь-

ность 00111110001100, сумма квадратов длин = 4+25+9+4+4 +(16-4-4) =54).

– Полученное значение делится на сумму квадратов длин серий, вычисленную для абсолютно случайного распределения волокон (берется из упомянутой выше матрицы).

– Общая оценка образца пряжи дается средним арифметическим из значений, полученных для отдельных сечений.

Третий показатель основан на традиционном разделении сечения пряжи на секторы. При этом показатель должен базироваться на измерении неравномерности доли компонента в секторах (но не чисел волокон компонентов). В качестве статистики можно выбрать величину:

$$R = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m (p_i - p)^2, \quad (3)$$

где m – число секторов; i – номер сектора; p_i – доля 1-го компонента в i -ом секторе; p – доля 1-го компонента в сечении.

К сожалению, не удалось найти точное выражение для МОЖ статистики R для абсолютно случайного распределения компонентов по сечению пряжи. Если считать, что число волокон компонента в выбранном секторе распределено по гипергеометрическому закону, то МОЖ статистики R будет равно:

$$\bar{R} = \frac{p(1-p)}{n_1 + n_2 - 1} \left(\frac{n_1 + n_2}{g} - 1 \right), \quad (4)$$

где p – доля волокон 1-го компонента в сечении; g – среднее гармоническое из чисел всех волокон в секторах сечения.

Ясно, что приближение (4) дает несколько преувеличенное значение, поскольку не учитывает, что суммы волокон компонентов в секторах для каждого сечения фиксированы. Компьютерный эксперимент показал, что формула (5) дает лучшее приближение:

$$\bar{R} = \frac{p(1-p)}{n_1 + n_2 - 1} (m - 1), \quad (5)$$

где m – число секторов, на которое разделено сечение.

Показатель "Индекс неравномерности доли компонента в секторах" определяется так.

– Сечение пряжи разделяется на m секторов.

– Вычисляется статистика R по формуле (3).

– Вычисляется значение \bar{R} статистики при абсолютно случайном распределении волокон по формуле (5).

– Вычисляется значение показателя

$$S = \sqrt{R / \bar{R}}. \quad (6)$$

– Общая оценка образца пряжи дается средним арифметическим из значений, полученных для отдельных сечений.

Для оценки различительной способности показателей с помощью компьютерного моделирования необходимо генерировать сечения пряжи с различной степенью неравномерности распределения волокон компонентов по угловой координате. При абсолютно случайном распределении волокон компонента мы имеем равномерное распределение на отрезке $(0, 2\pi]$:

$$f(\varphi) = \frac{1}{2\pi}. \quad (7)$$

Чтобы управлять степенью неравномерности распределения, можно выбрать в качестве модельного распределения функцию вида:

$$f(\varphi) = a + b \cos(c\varphi), \quad (8)$$

где φ – угловая координата; a, b – параметры; c – параметр, отражающий ручьистость расположения компонентов в сечении. При $c=1$ мы имеем 2 ручья (то есть пряжа получена прядением 2-х сложенных ровниц компонентов). Очевидно, что взвешенная сумма распределений центров волокон компонентов по углу есть равномерное распределение на $(0, 2\pi]$:

$$p_1 f_1(\varphi) + p_2 f_2(\varphi) = \frac{1}{2\pi}, \quad (9)$$

где $p_1, p_2 = 1 - p_1$ – числовые доли компонентов в рассматриваемом сечении.

Из условия равенства интеграла от плотности распределения 1 параметр a распределения всегда равен $1/(2\pi)$. Параметр b нужно сначала выбирать для компонента, доля которого меньше 0,5, причем

$$|b| \leq 1/(2\pi). \quad (10)$$

Для первого компонента (доля которого, положим, больше или равна 0,5) коэффициент b_1 вычисляется по формуле:

$$b_1 = -\frac{p_2}{p_1} b_2, \quad (11)$$

которая вытекает из (9), где b_2 – параметр распределения второго компонента, выбран с учетом (10). Примеры распределений при $p_1 = 0,6$ и $b_2 = 1/(2\pi)$ приведены на рис. 2 (распределение компонентов при числе ручьев 4 ($c = 2$)).

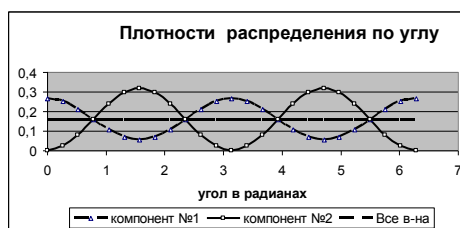


Рис. 2

В отличие от других показателей значение показателя числа серий тем меньше, чем больше неравномерность распределения волокон по углу, что неудобно. Чтобы избавиться от этого недостатка, его можно легко пересчитать в среднюю длину серий. Однако в этом случае возрастет дисперсия показателя и появится смещение.

Для компьютерного эксперимента важен также выбор параметра c , отражающего число ручьев компонентов в сечении и, в конце концов, число сложений компонентов при подготовке к прядению и интенсивность процессов, препятствующих индивидуализации волокон.

В результате компьютерного эксперимента выяснилось, что при наличии двух ручьев компонентов в сечениях пряжи наибольшей различительной способностью обладает третий показатель, причем оптимальное число секторов равно 2. Но такой случай (2 ручья) почти не встречается. С ростом числа ручьев различительная способность третьего показателя быстро падает даже при оптимальном числе секторов.

В табл. 1 отражены результаты компьютерного эксперимента при наличии 16 ручьев компонентов в сечениях пряжи (это значение примерно отражает типичную ситуацию).

Таблица 1

Числа волокон компонентов в сечении		Различительная способность показателей		
n_1	n_2	индекс числа серий	индекс квадрата длины серий	индекс секториальной неровноты (число секторов=12)
50	50	2,94	2,77	0,82
40	60	1,80	1,78	0,52
30	70	1,17	0,96	0,42
20	80	0,66	0,41	0,19
10	90	0,25	0,11	0,19
5	95	0,14	0,03	0,04

Как видно из табл. 1, наибольшей различительной способностью обладает индекс числа серий, ему уступает индекс квадрата длины серий.

При количестве ручьев 16 индекс секториальной неровноты значительно усту-

пает индексу числа серий. Если содержание компонента находится в пределах 20...80% (то есть наиболее популярном диапазоне), индекс секториальной неровноты уступает и индексу квадрата длины серий. Для индекса секториальной неров-

ноты выгодно при росте числа ручьев увеличивать число секторов. Однако при общем числе волокон ≤ 100 число секторов нельзя сделать больше 12, так как неприемлемо возрастет доля сечений, в которых хотя бы один сектор не содержит центров волокон даже при максимально возможной плотности упаковки в сечении. Подобная картина различительной способности показателей наблюдается и при других значениях общего числа волокон в сечении.

Таким образом, компьютерное моделирование позволило нам выявить наилучший показатель неравномерности распределения компонентов по сечению пряжи в

тангенциальном направлении без проведения очень большого количества трудоемких экспериментов. Таким показателем является индекс числа серий.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Винтер Ю.М.* Прогнозирование и оценка эффективности процесса смешивания в прядении: Дис.... докт. техн. наук. – М., 1982.
2. *Феллер В.* Введение в теорию вероятностей и ее приложения. – М.: Мир, 1967.

Рекомендована кафедрой автоматизированных систем обработки информации и управления. Поступила 23.05.14.
