УДК 677.051.174

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ДВИЖЕНИЯ ВОЛОКНИСТОЙ СМЕСИ В БУНКЕРНОМ ПИТАТЕЛЕ С ПЕРЕМЕННОЙ ПЛОЩАДЬЮ ПОПЕРЕЧНОГО СЕЧЕНИЯ ШАХТЫ

MATHEMATICAL MODELING OF THE PROCESS OF FIBROUS MIXTURE MOTION IN HOPPER FEEDER WITH VARIABLE CROSS-SECTIONAL AREA OF THE COLUMN

М.А. ТУВИН, И.Г. ХОСРОВЯН, Т.Я. КРАСИК, Г.А. ХОСРОВЯН, А.А. ТУВИН
M.A. TUVIN, I.G. KHOSROVYAN, T.YA. KRASIK, G.A. KHOSROVYAN, A.A. TUVIN

(Ивановский государственный политехнический университет)
(Ivanovo State Politechnical University)
E-mail: ti@ivgpu.com

Рассматривается механическое состояние волокнистой смеси в бункерном питателе, когда плотность волокнистой смеси линейно зависит от напряжения сжатия, а боковые стенки установлены под углом к вертикали. Выведено дифференциальное уравнение, описывающее воздействие сил притяжения и трения на распределение напряжения сжатия волокнистой смеси.

Discusses the mechanical condition of the fibrous mixture in the hopper feeder, when the density of the fibrous mixture is linearly dependent on the pressure of compression, and the side walls set at an angle to the vertical. Receive the differential equation describing the influence the forces of gravity and friction on the stress distribution in the compression of the fibrous mixture.

Ключевые слова: волокно, бункерный питатель, сжатие волокон.

Keywords: fiber, hopper feeder, compression of the fibers.

Одной из целей модернизации технологической линии для осуществления разработанного нами способа получения многослойных волокнистых материалов [1] являлось снижение неровноты волокнистого настила на выходе из первого устройства этой линии – бункерного питателя. Модернизация касалась, в частности, геометрических характеристик шахты бункерного питателя.

Ниже приводится разработка общей теории разработанного нами бункерного питателя с переменной площадью поперечного сечения. В качестве базы для предлагаемой теоретической разработки использовались идеи, высказанные в [2], где рассматривалась общая методика решения задачи по расчету линейной плотности настила на выпуске из бункерного питателя с шахтой с постоянным сечением. Предлагаемая работа является основой для построения теории выравнивающей способности бункерного питателя с учетом его геометрических параметров по аналогии с [3].

Схема бункерного питателя представлена на рис. 1.

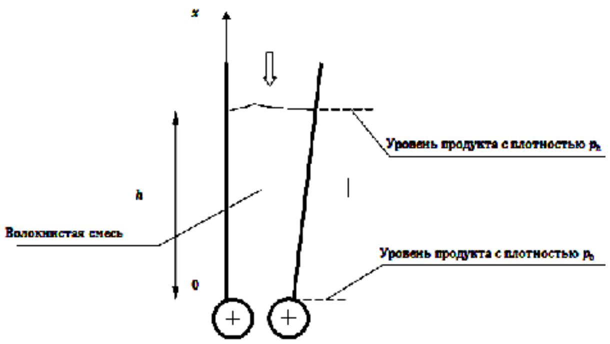

Рис. 1

Высота заполнения шахты равна h. Координатную ось Ox направим вдоль вертикального ребра бункера в направлении, противоположном вектору ускорения свободного падения. Начало системы координат Ox расположим на нижней горизонтальной грани столба смеси в бункере. Пусть плотность волокнистого продукта в шахте ρ, а плотность волокнистой составляющей в массе продукта в бункере $\rho_в$. Обозначим засоренность волокнистой массы через $y_з$. Доля волокнистой составляющей в общей массе продукта в данной объеме составляет $y_в = 1 - y_з$.

Площадь поперечного сечения шахты S бункера зависит от x. Определим S(x). В нижнем сечении шахты расстояние между передней и задней стенками равно a_0, а угол наклона стенки бункера – γ (рис. 2 – схема столба волокнистой смеси в шахте бункера).

Линия, по которой располагается стенка, описывается уравнением:

$$a(x) = k_a x + m_a.$$

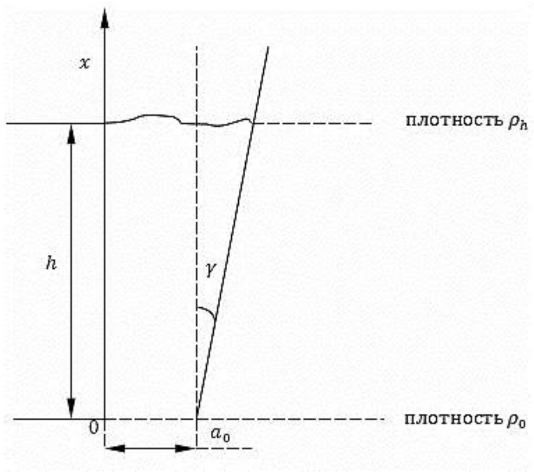

Рис. 2

График функции a(x) представлен на рис. 3. Величина k_a равна тангенсу угла наклона прямой линии a(x):

$$k_a = tg(\gamma).$$

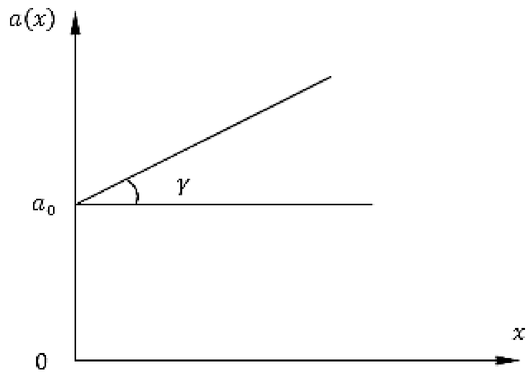

Рис. 3

То есть:

$$a(x) = [tg(\gamma)]x + m_a .$$

Из условий при x = 0 следует, что $m_a = a_0$, а

$$a(x) = [tg(\gamma)]x + a_0.$$

Обозначим через b ширину бункера. Отсюда:

$$S(x) = \{[tg(\gamma)]x + a_0\}b.$$

Выделим тонкий слой в столбе волокнистого продукта высотой dx на расстоянии x (рис. 4 – схема сил, действующих на тонкий слой волокнистой смеси). Обозначим верхнюю грань этого слоя через C_u, а нижнюю – через C_d. Полагаем, что нижняя грань слоя содержит точку x (рис. 4).

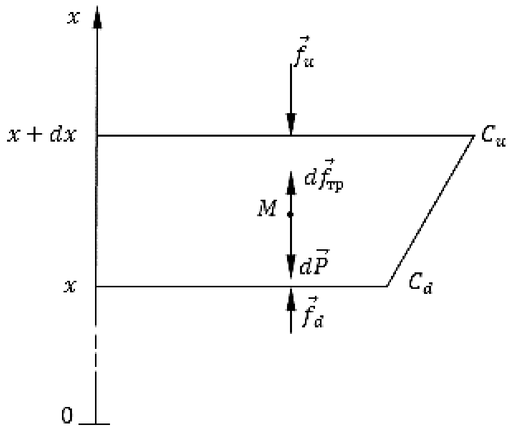

Рис. 4

Обозначим через f_d силу, которая действует на нижнюю грань выделенного слоя со стороны нижележащего столба волокон высотой x . Отношение силы f_d к площади поперечного сечения бункера в точке x обозначим через σ:

$$\sigma = \frac{f_d}{S}.$$

Считаем, что зависимость, учитывающая изменение плотности волокнистой составляющей смеси при изменении давления σ, описывается линейной моделью:

$$\rho_в = k\sigma + \rho_{вн},$$

где k – коэффициент сжимаемости волокнистого продукта; $\rho_{вн}$ – плотность волокнистой составляющей продукта в несжатом состоянии (при σ =0).

Очевидно, что плотность волокнистой смеси вычисляется по следующей формуле:

$$\rho = \frac{1}{y_в}\left(k\sigma + \rho_{вн}\right).$$

Масса волокнистого продукта в выделенном элементе равна:

$$m = \rho \ a(x)bdx.$$

Проекция на ось Ox силы притяжения, действующей на выделенный элемент столба волокон, равна:

$$dP = - g\rho a(x)bdx ,$$

где g – ускорение свободного падения.

В положительном направлении оси Ox на грань C_d действует нижележащий столб смеси с силой:

$$f_d = \sigma(x)a(x)b.$$

Грань C_u подвергается действию со стороны верхних слоев волокон, которое характеризуется силой:

$$f_u = - \sigma(x+dx)\, a(x+dx)\, b.$$

Тогда можно записать, что на элемент столба действует суммарная сила $\vec{f}_d + \vec{f}_u$, проекция которой на ось Ox равна:

$$df = (f_u + f_d) = [-\sigma (x+dx)\, a(x+dx) + \\ +\sigma (x)\, a(x)]\, b .$$

Обозначим:

$$\Delta = -\sigma(x + dx)a(x + dx) + \sigma(x)a(x).$$

Так как приближенно

$$\sigma(x+dx) \approx \sigma(x) + \sigma'(x)dx$$

и

$$a(x+dx) \approx a(x) + a'(x)dx,$$

то имеем:

$$\Delta \approx -[\sigma(x) + \sigma'(x)d(x)][a(x) + a'(x)dx] + \sigma(x)a(x) =$$
$$= -[\sigma(x)a(x) + \sigma'(x)a(x)dx + \sigma(x)a'(x)dx + \sigma'(x)a'(x)(dx)^2] + \sigma(x)a(x) =$$
$$= -\{\sigma(x)a(x) + [\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]dx + \sigma'(x)a'(x)(dx)^2\} + \sigma(x)a(x).$$

Пренебрегая членами второй порядка малости, получаем, что

$$\Delta \approx -[\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]dx.$$

Тогда:

$$df = -[\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]bdx.$$

Вдоль боковых граней выделенного слоя волокон действуют силы нормального давления и трения. Пусть $df_{тр}$ – сила трения, действующая на выделенный элемент. Полагаем, что давление на боковые стенки σ_W линейно зависит от величины σ:

$$\sigma_W = \mu\, \sigma,$$

где μ – коэффициент поперечного распора (отношение давления волокнистого продукта на стенки бункера к давлению, сжимающему слой в вертикальном направлении).

В соответствии с законом Кулона-Амонтона величина силы трения равна:

$$df_{тр} = k_{тр}\, \Pi\, \sigma_w\, dx,$$

где $k_{тр}$ – коэффициент трения волокнистого продукта о стенки бункера; $\Pi = 2[\ a(x)+b]$ – периметр горизонтального сечения шахты.

Следовательно:

$$df_{тр} = 2\mu\, k_{тр}\, [\ a(x)+b]\ \sigma\, dx.$$

Опираясь на второй закон Ньютона, запишем следующее уравнение движения элемента столба волокон:

$$dm\frac{d^2x}{dt^2} = dP + df + df_{тр}.$$

Таким образом, имеем:

$$\rho a(x)bdx\frac{d^2x}{dt^2} = -\rho\, g a(x)bdx - [\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]bdx + 2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x)dx.$$

Считаем, что ускорение выбранного элемента волокнистого столба равно нулю.

Отсюда получаем:

$$-\rho\, g a(x)bdx - [\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]bdx + 2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x)dx = 0.$$

Имеем:

$$\begin{aligned}
&-\rho\, g a(x)bdx - [\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]bdx + 2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x)dx = \\
&= -\rho\, g a(x)b - [\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]b + 2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x) = \\
&= -\{[\sigma'(x)a(x) + \sigma(x)a'(x)]b - 2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x) + \rho\, g a(x)b\} = \\
&= -\,a(x)b\{\left[\sigma'(x) + \frac{\sigma(x)a'(x)}{a(x)}\right] - \frac{2\mu k_{тр}[a(x)+b]\sigma(x)}{a(x)b} + \rho\, g\} = \\
&= -\,a(x)b\,\langle \sigma'(x) + \frac{\sigma(x)}{a(x)}\left\{a'(x) - \frac{2\mu k_{тр}[a(x)+b]}{b}\right\} + \rho\, g\rangle.
\end{aligned}$$

Следовательно, уравнение движения волокнистой смеси в шахте можно записать в следующем виде:

$$\sigma'(x) + \frac{\sigma(x)}{a(x)}\left\{a'(x) - \frac{2\mu k_{тр}[a(x)+b]}{b}\right\} + \rho g = 0.$$

Так как

$$a'(x) = k_a,$$

то

$$\sigma'(x) + \frac{\sigma(x)}{a(x)}\left\{k_a - \frac{2\mu k_{тр}[a(x)+b]}{b}\right\}\rho g = 0.$$

Обозначим:

$$\Phi(x) = \frac{k_a b - 2\mu k_{тр}[a(x)+b]}{a(x)b}.$$

Тогда:

$$\sigma'(x) + \Phi(x)\sigma(x) + \rho g = 0.$$

Уравнение получено на базе законов механики и является математической моделью, определяющей взаимозависимость между механическими характеристиками волокнистого продукта и геометрическими размерами шахты питателя.

ВЫВОДЫ

1. На основе применения законов механики выведено уравнение движения волокнистой смеси в бункерном питателе с переменной площадью поперечного сечения шахты.

2. Получена математическая модель, описывающая механические напряжения, действующие на слои волокнистой смеси в бункерном питателе с переменной площадью поперечного сечения шахты, а также определяющая взаимозависимость между механическими характеристиками волокнистого продукта и геометрическими параметрами шахты питателя.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент № 2471897 Российская Федерация. Способ получения многослойных волокнистых материалов и устройство для его осуществления / Хосровян Г.А., Хосровян А.Г., Красик Т.Я., Хосровян И.Г., Жегалина Т.В.– Опубл. 10.01.2013.

2. *Красик Т.Я., Хосровян А.Г., Хосровян Г.А.* Общая теория движения волокнистых материалов в шахте бункерных питателей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2011, №1. С.75…79.

3. *Красик Т.Я., Хосровян А.Г., Хосровян Г.А.* Методика определения линейной плотности настила на выходе из бункерного питателя, оснащенного системой обеспыливания // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2011, №5. С.79…82.

4. *Хосровян И.Г., Хосровян А.Г., Красик Т.Я., Хосровян Г.А.* Разработка теории выравнивающей способности устройства для получения многослойных волокнистых материалов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, №6. С.79…82.

Рекомендована кафедрой технологии машиностроительного производства. Поступила 29.02.15.