

О ПРИМЕНЕНИИ НЕЙРОСЕТЕВОЙ ТЕХНОЛОГИИ В ГАЗОДИНАМИЧЕСКИХ ЗАДАЧАХ

ON THE APPLICATION OF NEURAL NETWORK TECHNOLOGY IN GAS-DYNAMIC PROBLEMS

И.Ф. ЯСИНСКИЙ, Ф.Н. ЯСИНСКИЙ
I.F. YASINSKIY, F.N. YASINSKIY

(Ивановский государственный энергетический университет)
(Ivanovo State Power University)
E-mail: igor2266@yandex.ru

Решение газодинамических задач, содержащих различные тонкие структуры (ударные волны, пограничные слои, следы, струи и т.д.), а также области, течение в которых описывается различными моделями турбулентности с помощью традиционных сеточных методов, весьма затруднительно. Указанные задачи предлагается решать, используя нейросетевую технологию, в аналитическом и сеточно-аналитическом виде посредством стохастической оптимизации. Предлагаемая методика демонстрируется на задачах о перемешивании струй. Численные эксперименты показали ряд преимуществ такого подхода: сокращение затрат машинного времени, хорошую точность, соединение лоскутной картины течения в единое целое.

Solution of gas-dynamics problems containing different fine structures (shock waves, boundary layers, traces, jets, etc.) as well as areas within which the flows are described by different models of turbulence by traditional grid methods is quite difficult. These tasks are encouraged to address, using neural network technology in the analysis and grid-analytical form by stochastic optimization. The proposed method is demonstrated on the problems of mixing jets. Numerical experiments have shown several advantages of this approach: reducing the cost of computer time, good accuracy, the connection patchy pattern of flow in a single unit.

Ключевые слова: модели турбулентности, случайный поиск, нейросетевая интерполяция, объединение имитационных и динамических моделей, несеточные методы для полевых задач.

Keywords: turbulence model, random search, neural network interpolation, association of dynamic and simulation models, non-grid methods for field problems.

При решении задач механики сплошной среды, содержащих различные тонкие структуры: пограничные слои, ударные волны, следы, точки отрыва, зоны действия различных полуэмпирических моделей турбулентности, существенную помощь может оказать применение нейросетевой технологии.

Сущность предлагаемой вычислительной технологии удобно продемонстрировать на задачах о перемешивании сверхзвуковых струй. Такие задачи возникают, например, при разработке мощных газовых лазеров на перемешивании. На рис.1 (поперечный вдув реагирующих сред: а) – схема; б) – конструктивное решение; 1 – основной скачок; 2 – косой скачок; 3 – за-

мыкающий скачок; 4 – скачок в месте излома скачкообразного; 5, 6 – бочкообразный скачок (внутри струи); 7 – центральный скачок (диск Маха); 8 – скачок, образующийся при натекании на стенку потока, обогнувшего струю; l – длина зоны отрыва; h_7 – расстояние до центра диска Маха; d_m – диаметр бочкообразного скачка; d_a – диаметр отверстия вдува) и рис. 2 (продольный вдув реагирующих сред: а) – схема; б) – конструктивное решение; X1, X2 – турбулентные пограничные слои; X3, X4 – течения на входе в камеру перемешивания; X5 – пограничный слой между струями; X6, X8 – ударные волны; X7, X9 – области

взаимодействия ударных волн с турбулентными пограничными слоями; X10 – область действия К-Е модели турбулентности; X11 – область действия модели А.Н.Секундова) показаны схемы с поперечным и продольным вдувом реагирующих сред и соответствующие их конструктивные решения. Очевидно, что картины течений весьма сложны. Они включают в себя различные тонкие структуры: ударных волн, пограничных слоев и областей их взаимодействия. Кроме того, можно указать подобласти, в которых предпочтительны различные полуэмпирические модели турбулентности.

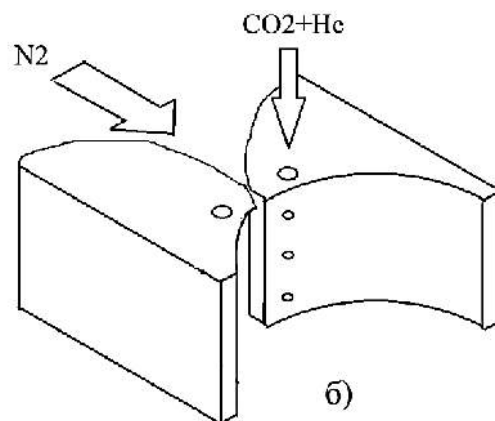
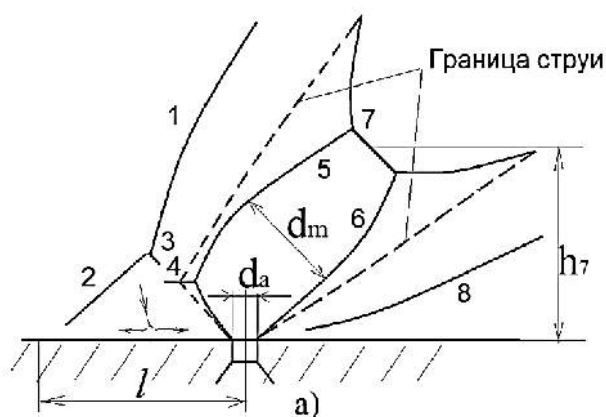


Рис.1

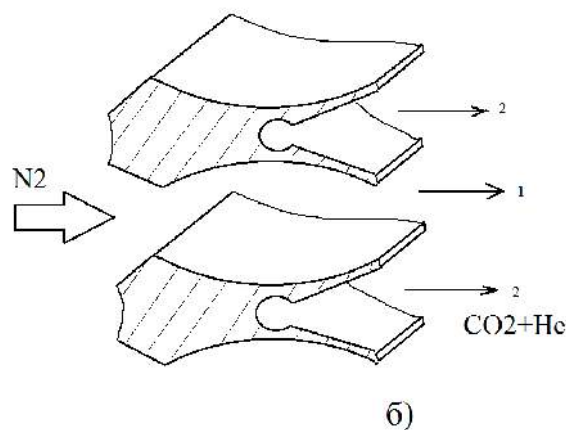
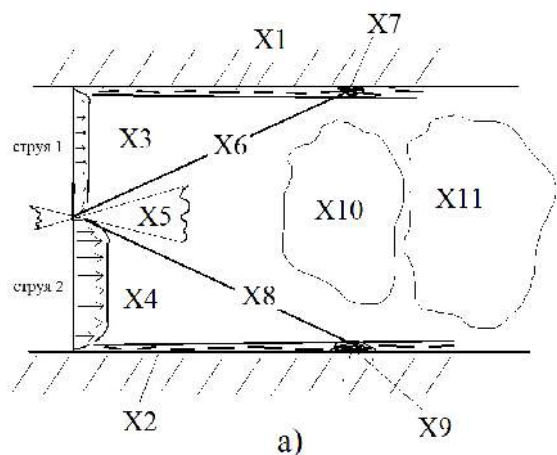


Рис. 2

Как хорошо известно, решение таких задач с помощью чисто сеточных методов затруднительно. Действительно, вблизи твердых стенок турбулентную вязкость удобно вычислять с помощью формул Прандтля и Сполдинга. Здесь и далее при-

нято правило А.Эйнштейна записи полевых дифференциальных уравнений:

1) индекс после запятой означает производную по соответствующей координате;

2) по дважды повторяющемуся индексу выполняется суммирование, хотя знак суммы не указан;

$$3) \quad v_t = \ell^2 \sqrt{(u_{1,2})^2 + (u_{2,1})^2}, \quad (1)$$

где ℓ – длина пути перемешивания:

$$\ell = kL_{\min};$$

$k=0,41$ – константа Кармана; L_{\min} – наименьшее расстояние до ближайшей твердой поверхности. Найти v_t на начальных участках струй тоже несложно. Но вот в области перемешивания струй приходится прибегать либо к К-Е модели:

$$\begin{aligned} \frac{\partial K}{\partial t} + u_i K_{,j} &= \left(\frac{v}{\sigma_K} K_{,j} \right)_{,j} + S_K, \\ \frac{\partial E}{\partial t} + u_i E_{,j} &= \left(\frac{v}{\sigma_E} E_{,j} \right)_{,j} + S_E, \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} S_K &= v_m D - E, \quad S_E = (C_1 D - C_2 E) E / K, \\ D &= (u_{i,j}(u_{i,j} + u_{j,i}))^{1/2}, \\ v &= v_t + v_m, \\ v_t &= C_\mu K^2 / E. \end{aligned}$$

Здесь v_m , v_t , v – молекулярная, турбулентная и полная кинематические вязкости; K , E – кинетическая энергия пульсаций и скорость их диссипации; σ_K , σ_E , C_1 , C_2 , C_μ – полуэмпирические постоянные.

Либо применяется модель Г.Н. Абрамовича и А.Н. Секундова:

$$\begin{aligned} \frac{\partial v_t}{\partial t} + u_j v_{t,j} &= \left((v_m + \kappa v_t) v_{t,j} \right)_{,j} + \\ + v_t f \left(\frac{v_t}{8v_m} \right) D - \gamma L_{\min}^{-2} (v_m + \beta v_t) v_t, \end{aligned} \quad (3)$$

$$f(z) = 0,2 \frac{z^2 + 1,47z + 0,2}{z^2 - 1,47z + 1};$$

где κ , γ , β – эмпирические константы.

Наиболее сложными являются области взаимодействия ударных волн с турбулентными пограничными слоями. Предлагается данную пеструю картину течений собрать в одно целое с помощью следующей нейросетевой технологии.

Выделим области X_s ; $S = 1, 2, \dots, N$, каждая из которых характеризуется своей очевидной спецификой (ударная волна, тур-

булентность определенного типа, пограничный слой струи, зона взаимодействия ударной волны и пограничного слоя и т.д.) Каждая из указанных областей X_s фиксируется множеством сигнальных точек \vec{X}_{sr} ; $r = 1, 2, \dots, N_s$; N_s – число сигнальных точек в области X_s . Для каждой области X_s вводится потенциал Э.М. Бравермана:

$$\varphi_S(\vec{x}) = \sum_{r=1}^{N_s} \|\vec{x} - \vec{X}_{sr}\|^{-m_s}, \quad (4)$$

где m_s – положительная величина, $m_s > 1$.

Если произвольная точка \vec{x} попадает в область X_s или приближается к ней, то потенциал φ_S возрастает или принимает наибольшее значение. Отметим, что в (4) нужно ввести некоторую малую константу для защиты от нуля в знаменателе. Для каждой области X_s вводится своя нейронная функция, например, такая:

$$g_S(\vec{x}) = \frac{1 - \exp(-\alpha_S \varphi_S(\vec{x}))}{1 + \exp(-\alpha_S \varphi_S(\vec{x}))}, \quad (5)$$

которая обращается в число, близкое к единице в области X_s , и стремится к нулю вне ее.

Быстрота перехода $g_S(\vec{x})$ от единицы к нулю регулируется постоянными m_s , α_s .

Теперь турбулентную вязкость во всей изучаемой области можно вычислить как:

$$v_t = \sum_{S=1}^N g_S v_{tS}. \quad (6)$$

Нейронная интерполяция восполнит значение v_t для тех областей, для которых в настоящее время нет соответствующей полуэмпирической модели.

Аналогичную технологию легко распространить на определение положения ударных волн, удовлетворение граничных условий и т.д. Поскольку решения представляются в аналитическом виде, то отпадает надобность в дроблении шагов сетки в местах резких переходов. Это обеспечивается с помощью свойств нейронных функций g_S . Пусть система уравнений газодинамики представлена:

$$F(\vec{x}, U(\vec{x})) = 0, \quad (7)$$

где F – некоторые нелинейные операторы; $U(\vec{x})$ – искомые поля; \vec{x} – точка из области Ω реального пространства, где рассматривается процесс.

К уравнениям (7) присоединяются граничные условия:

$$f(U)|_{\Gamma} = f_{\Gamma}(x'), \quad (8)$$

где Γ – граница Ω ; $x' \in \Gamma$, f – граничные операторы.

Будем искать решение в виде конструкций

$$U(\vec{x}) = \Phi(\vec{x}, A) = \sum_{s \in \Omega} / g_s(\vec{x}, \alpha_s, m_s) U_s(\vec{x}, \beta). \quad (9)$$

Здесь U_s – частные решения для различных подобластей X_s ; $A \equiv (\alpha_s, m_s, \beta)$ – свободные константы, от подбора которых зависит качество приближения. U_s могут быть как аналитическими, так и сеточными приближениями. Желательно при конструировании $\Phi(\vec{x}, A)$ удовлетворить граничные условия. Это можно сделать с помощью уже указанных нейронных функций g_s . В области Ω выбирается система контрольных узлов. Каждый такой узел представляет из себя основную точку, окруженную системой дополнительных.

В каждом узле при произвольных, но конкретных параметрах A можно вычислить значения полей U_s и найти все необходимые частные производные разностным способом.

Отметим, что не следует отождествлять такое вычисление производных с традиционным методом сеток. Контрольные узлы могут отстоять друг от друга на значительном расстоянии, а вспомогательные точки сосредоточены вблизи основной центральной, что обеспечивает высокую точность и не влияет на устойчивость вычислений. В контрольных узлах при любых A вычисляются невязки F для уравнений:

$$F_i(\vec{x}_j, A) = F(\vec{x}_j, \Phi(\vec{x}_j, A)), i = 1, 2, \dots, N. \quad (10)$$

Из них строится мера близости $Q(A)$ приближенного решения к точному. Например, в таком виде:

$$Q(A) = \sum_{i=1}^{\bar{N}} \sum_{j=1}^M \gamma_i |F(\vec{x}_j, A)|^{p_i}, \quad (11)$$

где $p_i > 0$; \bar{N} – число невязок; γ_i – их веса; M – количество контрольных узлов. Их значительно меньше, чем число узлов в сеточном методе. Возможны и иные конструкции для меры близости. За оптимальные значения параметров A принимаются такие значения A^* , которые доставляют минимум целевой функции $Q(A)$.

В качестве инструмента минимизации используется метод случайного поиска в форме, предложенной нами в [3]. Важное достоинство случайного поиска в способности выходить из локальных минимумов, а также его нечувствительности к негладкостям поверхности $Q(A)$.

Замечание.

Для определения положения ударных волн и зон их взаимодействия с турбулентными пограничными слоями удобно уравнение неразрывности брать в следующем виде:

$$\dot{\rho} + (\rho u_i)_{,i} = \sigma \rho_{,ii}, \quad (12)$$

где σ – константа, позволяющая размазать ударную волну, увеличив ее толщину. Полученное поле ρ затем аппроксимируется поверхностью $Y(x)$ с помощью соответствующих нейроконструкций. В процессе итераций параметр σ уменьшается, а ударная волна обостряется. С помощью такой конструкции удается промоделировать зону взаимодействия ударной волны с турбулентным пограничным слоем.

С помощью нейроаппроксимации граничные условия удовлетворяются автоматически. Если это не удастся, то в меру близости Q вводятся штрафные функции.

ВЫВОДЫ

Предлагаемая методика решения газодинамических задач, основание которой было положено в трудах акад.

Г.И. Петрова и его школы, может быть распространена на широкий круг задач, где традиционные сеточные подходы сталкиваются с существенными трудностями.

ЛИТЕРАТУРА

1. Головки В.А. Нейронные сети: обучение, организация и применение. – М.: Радиотехника, 2001.
2. Солоухин Р.И., Фомин Н.А. Газодинамические лазеры на смешение. – Минск: Наука и техника, 1984.

3. Ясинский И.Ф., Ясинский Ф.Н. Усовершенствованный случайный поиск// Вестник ИГЭУ. – 2004, №3.С.47...48.

4. Конторович Л.В., Крылов В.И. Приближенные методы высшего анализа. – М.: Гос. изд-во физико-матем. лит-ры, 1962.

Рекомендована кафедрой высокопроизводительных вычислительных систем. Поступила 03.03.15.
