УДК 677.66

КОМПРОМИССНОЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ УСЛОВНОЙ ОПТИМИЗАЦИИ БИОАКТИВНОГО ТРИКОТАЖА

COMPROMISE SOLUTION OF THE PROBLEM OF CONDITIONAL OPTIMIZATION

О.А. ГОНЧАРОВА, В.П. ЩЕРБАКОВ
O.A.GONCHAROVA, V.P. SHCHERBAKOV

(Московский государственный университет дизайна и технологии)
(Moscow State University of Design and Technology)
E-mail: oxigon@yandex.ru

Получено компромиссное решение задачи оптимизации свойств биоактивного трикотажа. Нелинейное программирование сведено к линейному путем линеаризации целевой функции и ограничений. Линеаризация проведена представлением нелинейной функции отрезком ряда Тейлора. Дано графическое и численное решение.

The compromise solution of a problem of optimization of properties of bioactive jersey is received. Nonlinear programming is reduced to linear by linearization of criterion function and restrictions. Linearization is carried out by representation of nonlinear function by a piece of a number of Taylor. The graphic and numerical decision is given.

Ключевые слова: нелинейное программирование, целевая функция, многокритериальная оптимизация, ограничения, нелинейная схема компромиссов.

Keywords: nonlinear programming, criterion function, many and criteria optimization, restrictions, nonlinear scheme of compromises.

Задачи оптимизации в различных предметных областях обычно сводятся к поиску экстремума целевой функции, ограниченной условиями, наложенными на аргументы. Для решения таких задач привлекается аппарат математического программирования.

Задачей работы является найти такое значение аргумента оптимизации x, при котором требование минимизации целевой функции и выполнения ограничений удовлетворяются компромиссно. В данной задаче целевой функцией является поверхностная плотность биоактивного трикотажного полотна, а ограничения – воздухопроницаемость и влагоотдача [1]:

$$y = -45{,}66x^2 + 14{,}3x + 225{,}86, \ \ 0 \le x \le 1, \quad (1)$$

$$y_1 = -86{,}66x^2 + 124x + 166{,}66, \quad (2)$$

$$y_2 = 45{,}5x^2 - 47{,}35x + 66{,}05. \quad (3)$$

Покажем функции (1)…(3) графически (рис. 1 – визуализация функций):

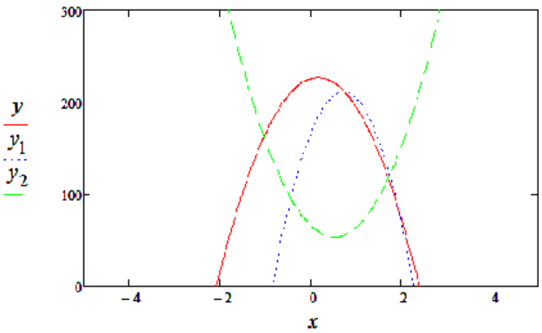

Рис. 1

В рамках данной работы задача решается графическим методом, где решение осуществляется на бумаге, а также в среде MathCAD методом Монте-Карло. Сущность этого метода заключатся в том, что он позволяет строить не границы области допустимых значений, а отображать внутренние точки области оптимизации и за счет их отображения, и в зависимости от количества заданных нами точек, мы можем на графике увидеть образовавшуюся область оптимизации.

Для начала преобразуем нелинейную задачу оптимизации в линейную. Линеаризация проведена представлением нелинейной функции отрезком ряда Тейлора:

$$f(x) = f(x^{(k)}) + f'(x^{(k)})\left(x - x^{(k)}\right). \quad (4)$$

Найдем производную целевой функции и ограничений и определим экстремум x^*:

$$\frac{\partial y}{\partial x} = -91{,}334x^* + 14{,}3 = 0, \ \ x^* = 0{,}157; \quad (5)$$

$$\frac{\partial y_1}{\partial x} = -173{,}334x^* + 124 = 0, \ \ x^* = 0{,}715; \quad (6)$$

$$\frac{\partial y_2}{\partial x} = 91x^* - 47{,}35 = 0; \ \ x^* = 0{,}52. \quad (7)$$

Найденный x^* подставим в целевую функцию и ограничения, чтобы найти точку экстремума $y_{extr} = 226{,}986 \frac{г}{м^2}$,

$y_{extr1} = 211{,}021 \frac{дм^3}{м^2 \cdot с}$, $y_{extr2} = 53{,}731\%$.

Далее зададимся численными значениями $x_k = 0{,}73$, $x_{k1} = 0{,}94$, $x_{k2} = 0{,}7$ и проведем линеаризацию, подставив эти точки в целевую функцию и ограничения и их производные:

$$y_L = y_k + \frac{\partial y}{\partial x}(x - x_k), \ \ y_L = -52{,}37x + 250{,}2; \quad (8)$$

$$y_{L1} = y_{k1} + \frac{\partial y}{\partial x}(x - x_{k1}), \ \ y_{L1} = -38{,}93x + 243{,}25; \quad (9)$$

$$y_{L2} = y_{k2} + \frac{\partial y}{\partial x}(x - x_{k2}), \ \ y_{L2} = 16{,}35x - 43{,}755. \quad (10)$$

Таким образом, задача принимает вид:

$$y = -45{,}667x^2 + 14{,}3x + 225{,}867, \ \ 0 \le x \le 1; \quad (11)$$

$$-52{,}37x + 250{,}2 \le 226{,}986; \quad (12)$$

$$-38{,}93x + 243{,}25 \le 211{,}021; \quad (13)$$

$$16{,}35x - 43{,}755 \ge 53{,}731. \quad (14)$$

Полученные результаты визуализируем с помощью рис. 2 (графическое изображение области допустимых решений).

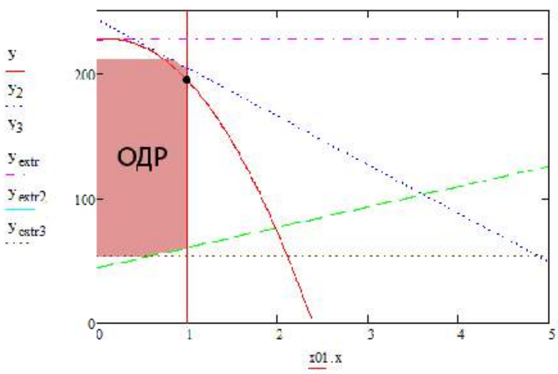

Рис. 2

Как видно из графика, область допустимых решений (ОДР) существует.

Теперь рассмотрим метод Монте-Карло в среде MathCAD [2].

Вводятся функции для обеих частей неравенств:

$f_{01}(x)$=-52,37x+250,20; f_{02}=226,98;

$f_{11}(x)$=-38,93x+243,24; f_{12}=211,02;

$f_{21}(x)$=16,35x+43,75; f_{22}=53,73.

Задается число генеральных точек m := = 5000, а также границы для изменения x $(a_1 := 0,\ a_2 := 1)$ для получения случайного равномерно распределенного вектора на интервале $a_1 \le x_1 \le a_2$ с помощью функции runif.

Далее с помощью среды программирования MathCAD определяются точки ОДР.

```
D := | minValArg ← 0          - минимальное значение аргумента
     | maxValArg ← 0          - максимальное значение аргумента
     | minValFuncMax ← 0      - максимальное значение ОДР для найденного минимума в точке x_i
     | maxValFuncMin ← 0      - минимум значение ОДР для найденного максимума в точке x_i
     | minValFunc ← 1000000   - минимальное значение ОДР в точке x_i
     | maxValFunc ← −1000000  - максимальное значение ОДР в точке x_i
     | j ← 1      - начальное значение счётчика точек ОДЗ
     | for i ∈ 1..m   - цикл
     |   | maxUp ← max(f21(x_i), f22)              - максимальное из значений среди
     |   |                                           функций смотрящих в верх в точке x_i
     |   | minDown ← min(f01(x_i), f11(x_i), f02, f12)  - минимальное из значений среди
     |   |                                           функций смотрящих вниз в точке x_i
     |   | if maxUp ≤ minDown  - условие ОДР
     |   |   | if maxUp < minValFunc  - поиск минимума ОДР
     |   |   |   | minValArg ← x_i
     |   |   |   | minValFunc ← maxUp
     |   |   |   | minValFuncMax ← minDown
     |   |   | if minDown > maxValFunc  - поиск максимума ОДР
     |   |   |   | maxValArg ← x_i
     |   |   |   | maxValFunc ← minDown
     |   |   |   | maxValFuncMin ← maxUp
     |   |   | j ← j + 1
     |   |   | p1_j ← x_i
     |   |   | p2_j ← mod(j, 250) / 50
     |   |   | p3_j ← i
     | D ← (p1  p2  p3  minValArg  minValFunc  minValFuncMax  maxValArg  maxValFunc  maxValFuncMin)
                                                            - вывод результата
```

$D = \left(\{5001,1\}\ \{5001,1\}\ \{5001,1\}\ 1.268\times 10^{-3}\ \ 53.731\ \ 211.021\ \ 1.268\times 10^{-3}\ \ 211.021\ \ 53.731 \right)$

- матрица, состоящая из векторов и из результирующих значений

$D\_x := D_{1,1}$ $D\_j := D_{1,2}$ $D\_i := D_{1,3}$ - извлечение вектора из матрицы ОДЗ

$minValArg := D_{1,4}$ $minValArg = 1.268\times 10^{-3}$ - извлечение значения аргумента, в котором ОДР минимален (максимум ОДЗ)

$minValFunc := D_{1,5}$ $minValFunc = 53.731$ - извлечение минимального значения ОДР

$minValFuncMax := D_{1,6}$ $minValFuncMax = 211.021$ - извлечение верхней границы ОДР для точки, в которой найден минимум ОДР

$maxValArg := D_{1,7}$ $maxValArg = 1.268\times 10^{-3}$ - извлечение значения аргумента, в котором ОДР максимален (минимум ОДЗ)

$maxValFunc := D_{1,8}$ $maxValFunc = 211.021$ - извлечение максимального значения ОДР

$maxValFuncMin := D_{1,9}$ $maxValFuncMin = 53.731$ - извлечение нижней границы ОДР для точки, в которой найден максимум ОДР

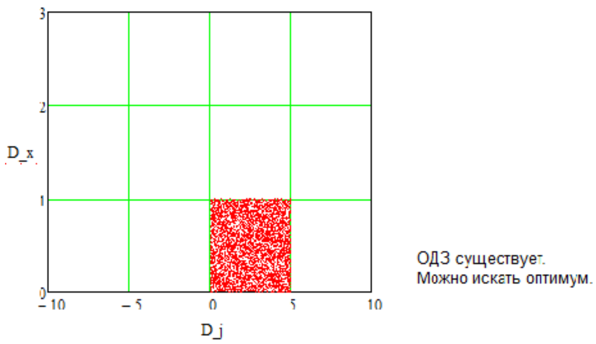

Рис. 3

На рис. 3 представлена визуализация ОДЗ.

Далее переходим к численному решению нелинейной задачи (проверка решения задачи). Данный пункт можно рассчитать с помощью функции Minimize в среде программирования MathCAD. В результате получим $X_{min} = 1$, $Y_{min} = 194{,}5$ г/м^2.

Следовательно, максимальная поверхностная плотность составляет $194{,}5\ г/м^2$, что входит в допустимые пределы.

В Ы В О Д Ы

1. Разработан модуль автоматизированной визуализации задачи линейного и нелинейного программирования с нелинейной целевой функцией и линейными ограничениями на основе использования метода Монте-Карло и показана эффективность его использования для задач нелинейного программирования.
2. Численным методом найден минимум целевой функции.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Гончарова О.А., Щербаков В.П., Школа Н.Н.* Автоматизированные экспериментальные исследования трикотажного полотна комбинированной структуры методом расчета коэффициентов функциональных математических моделей // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, №2. С. 148…152.
2. *Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А.* Оптимизация механико-технологических процессов текстильной промышленности. – М.: Легпромбытиздат, 1991.

Рекомендована кафедрой механических технологий волокнистых материалов. Поступила 29.09.14.