

УДК 677.11.017.2/7:519.22

**ИССЛЕДОВАНИЕ И МОДЕЛИРОВАНИЕ
ФИЗИКО-МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ
ВОЛОКОН КОТОНИЗИРОВАННОГО ЛЬНА**

**RESEARCH AND SIMULATION
OF PHYSICAL AND MECHANICAL PROPERTIES
OF COTTONIZED FLAX FIBER**

А. С. ДЯГИЛЕВ, А. Г. КОГАН
A.S. DYAGILEV, A.G. KOGAN

(Витебский государственный технологический университет)
(Vitebsk State Technological University)
Email: dygilev@gmail.com

Предложена методика исследования и имитационного моделирования физико-механических свойств текстильных волокон. На основе предложенной методики проведено исследование физико-механических свойств волокон котонизированного льна.

Proposed a method for the investigation and simulation of physical and mechanical properties of textile fibers. On the basis of the proposed method a study of physical and mechanical properties of cottonized flax fibers.

Ключевые слова: волокна, котонизированный лен, физико-механические свойства, моделирование.

Keywords: fibers, cottonized flax, physical and mechanical properties, simulation.

Ключевой качественной характеристикой продуктов прядения является их неровнота, которая зависит как от особенностей технологических процессов их формирования, так и от физико-механических характеристик перерабатываемых текстильных волокон. Для оценки неравномерности продуктов прядения широко используются методы компьютерного имитационного моделирования, позволяющие

сравнивать реально вырабатываемые продукты прядения с продуктами, которые можно было бы получить при эффективной работе всех задействованных механизмов. Использование таких методов особенно актуально в случаях разработки нового ассортимента изделий, когда отсут-

ствуют аналоги, производимые по той же технологии и из такого же сырья.

В условиях РУПТП "Оршанский льнокомбинат" разрабатывается ассортимент пряжи из котонизированного льяного волокна с использованием оборудования, ранее применявшегося для производства хлопчатобумажной пряжи, при этом льноволокно предварительно проходит обработку на линии котонизации фирмы Temaфа. Таким образом, для решения проблем оптимизации параметров технологических процессов и прогнозирования физико-механических свойств вырабатываемых продуктов прядения актуальна задача исследования вероятностных свойств физико-механических характеристик котонизированного льна.

Имитационные модели продуктов прядения используют большие массивы данных, содержащие сведения о физико-механических свойствах перерабатываемых волокон. Получить необходимый объем данных экспериментальным путем не представляется возможным, в связи с этим необходимо разработать методику, позволяющую генерировать неограниченно большие объемы данных о физико-механических свойствах волокон котонизированного льна, обладающих вероятностными характеристиками реально перерабатываемых волокон.

Текстильные волокна обладают комплексом физико-механических свойств, статистически взаимосвязанных между собой и представляющих многомерную случайную величину. При этом определяющее влияние на неровноту продуктов прядения по линейной плотности и разрывной нагрузке оказывают длина и линейная плотность перерабатываемых волокон [1], что обуславливает особое внимание, уделяемое этим характеристикам.

Как известно из математической статистики и теории вероятностей, точечные оценки характеристик случайной величины (среднее значение или коэффициент вариации) не могут полностью охарактеризовать вероятностные свойства случайной величины. Исчерпывающей характеристикой случайной величины является ее

функция распределения. При этом реальный вероятностный закон распределения физико-механических свойств перерабатываемых волокон, как правило, не подчиняется модельным законам распределения (нормальному, логнормальному и т.д.), что обусловлено влиянием большого числа факторов на формирование этих свойств. В связи с этим особый интерес для исследования вероятностных характеристик длин L волокон котонизированного льна представляет использование ядерной оценки функции плотности вероятностей Парзена-Розенблатта, [2], [3], которая позволяет представить эмпирическую функцию распределения в виде конечной суммы случайных, нормально распределенных величин:

$$f(L) = \frac{1}{mh} \sum_{i=1}^m K\left(\frac{L - \ell_i}{h}\right), \quad (1)$$

где $K(\)$ – функция Гауссова ядра; m – число ядер; h – величина сглаживающего окна; L – значение длины волокна, для которого вычисляется значение функции плотности вероятности. При использовании Гауссова ядра величина сглаживающего окна h рассчитывается методом Сильвермана [5].

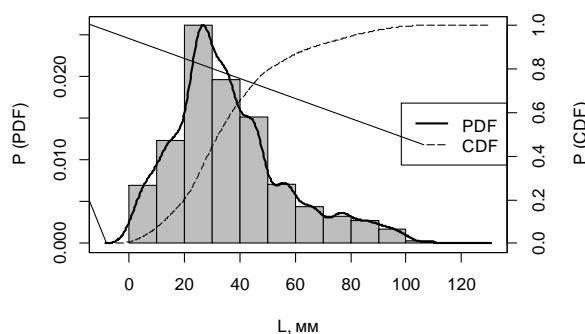


Рис. 1

На рис. 1 приведена гистограмма распределения, ядерные оценки плотности распределения $f(L)$ (PDF) и интегральной функции распределения $F(L)$ (CDF) длин волокон котонизированного льна. Расчеты проводились с помощью языка статистической обработки данных R [6].

Проинтегрировав ядерную оценку функции распределения $F(L) = \int_{-\infty}^L f(L)dL$,

можно, используя метод обратного преобразования Н.В. Смирнова [7], генерировать массивы значений длин волокон котонизированного льна:

$$L = F^{-1}(\xi), \quad (2)$$

где $F^{-1}(\cdot)$ – обратная интегральная функции распределения; ξ – случайная величина с равномерным распределением $\xi \sim U(0,1)$.

Ядерная оценка плотности распределения с высокой степенью достоверности аппроксимации описывает распределение длин волокон котонизированного льна. Однако имеет существенный недостаток, не позволяющий использовать ее для моделирования случайной выборки длин волокон. Поскольку ядерная оценка функции плотности распределения принимает не нулевые значения при отрицательных значениях L (рис. 1), то в генерируемой выборке будут присутствовать отрицательные значения длин волокон, что противоречит физическому смыслу поставленной задачи моделирования.

Для решения этой проблемы можно воспользоваться логарифмическим преобразованием, основанным на тождестве:

$$L = e^{\ln(L)}, \quad (3)$$

справедливом при положительных значениях длины L волокон ($L > 0$), так как логарифмы длин волокон (в отличие от самих длин волокон) могут принимать отрицательные значения при длине волокон менее 1 мм.

Таким образом, алгоритм генерирования значений длин волокон котонизированного льна состоит из этапов:

- расчет логарифмов значений длин волокон котонизированного льна, где $\ln(L)$ определены на множестве $(-\infty; +\infty)$;

- расчет ядерной оценки функции плотности распределения логарифмов

длин волокон: $f(\ln(L))$ и обратной интегральной функции распределения функции;

- расчет обратной интегральной функции распределения и генерирование случайной выборки логарифмов длин методом обратного преобразования Н.В. Смирнова: $\ln(L) = F^{-1}(\xi)$;

- расчет случайной выборки длин волокон $L = e^{\ln(L)}$ на основе сгенерированной случайной выборки логарифмов длин волокон.

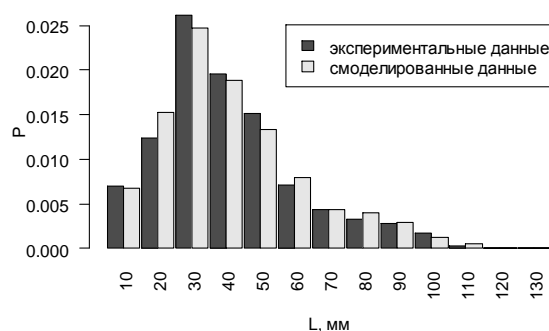


Рис. 2

На рис. 2 приведены гистограммы распределения 1000 экспериментально полученных и смоделированных значений длин волокон котонизированного льна. В результате статистической оценки, с помощью критериев согласия Колмогорова-Смирнова ($p\text{-value} = 0,53$) и Пирсона ($p\text{-value} = 0,41$), установлено: нет оснований отвергать гипотезу о том, что обе выборки подчиняются одному закону распределения вероятностей.

Измерение линейной плотности отдельных волокон – трудоемкий процесс, требующий использования сверхточного измерительного оборудования. Так, при длине волокна 40 мм и линейной плотности 0,5 текс его масса составляет $2 \cdot 10^{-7}$ г. При этом между длинами и линейными плотностями волокон котонизированного льна существует статистическая связь. Таким образом, для получения данных о линейных плотностях волокон можно использовать регрессионную модель, устанавливающую зависимость между длиной

и линейной плотностью волокон котонизированного льна.

Зависимость линейной плотности волокон котонизированного льна от их длины имеет нелинейный характер. При этом с увеличением длины волокон наблюдается увеличение их толщины и линейной плотности. Модель, описывающая зависимость линейной плотности T от длины L волокон, должна отвечать следующим требованиям: для волокон нулевой длины моделируемая линейная плотность должна быть равна нулю; модель не должна иметь асимптоты, то есть фиксированного предельного значения линейной плотности волокон. Таким требованиям отвечает модель:

$$T = a_0 L^{a_1} u, \quad (4)$$

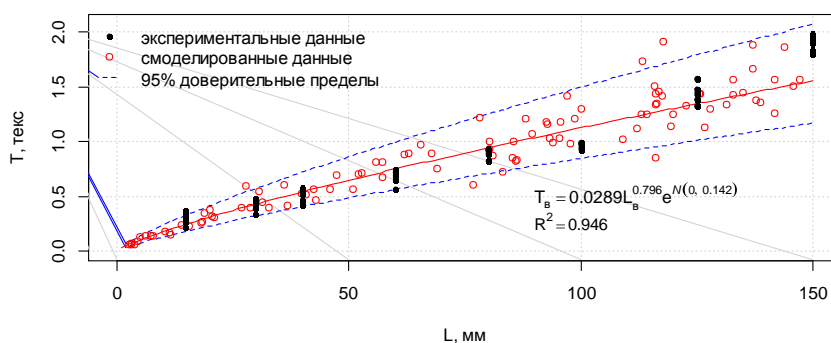


Рис. 3

На рис. 3 приведена оценка параметров регрессионной модели (4) и результаты моделирования значений линейных плотностей для 100 равномерно распределенных значений длин волокон котонизированного льна.

При оценке соответствия распределения остатков регрессионной модели (5) нормальному распределению с помощью критерия согласия Шапиро-Уилка достигаемый уровень значимости $p\text{-value} = 0,1915$, следовательно, нет оснований для отклонения нулевой гипотезы о нормальном законе распределения ошибки регрессионной модели. Это позволяет моделировать новые значения линейной

где a_0 – параметр масштаба; a_1 – параметр формы; u – ошибка модели.

Для применения классического аппарата регрессионного анализа и оценки параметров регрессионной модели обычным методом наименьших квадратов [4] модель (4) можно линеаризовать с помощью логарифмирования:

$$\ln(T) = \beta_0 + \beta_1 \ln(L) + \varepsilon, \quad (5)$$

где β_0 , β_1 и ε – параметры линеаризованной модели, связанные с параметрами модели (4) соотношениями: $a_0 = e^{\beta_0}$, $a_1 = \beta_1$, $u = e^{\varepsilon}$.

плотности волокон котонизированного льна, используя в качестве ошибки модели (5): $\varepsilon \sim N(0, 0,142)$, соответственно для модели (4): $\hat{u} = e^{N(0, 0,142)}$.

Таким образом, для моделирования данных о длинах и линейных плотностях волокон котонизированного льна с сохранением статистической связи, присутствующей в экспериментальных данных, необходимо: в модель (4) в качестве входных значений подставить значения, сгенерированные на основе приведенного выше метода с использованием ядерной оценки функции плотности распределения и обратного преобразования Н.В. Смирнова.

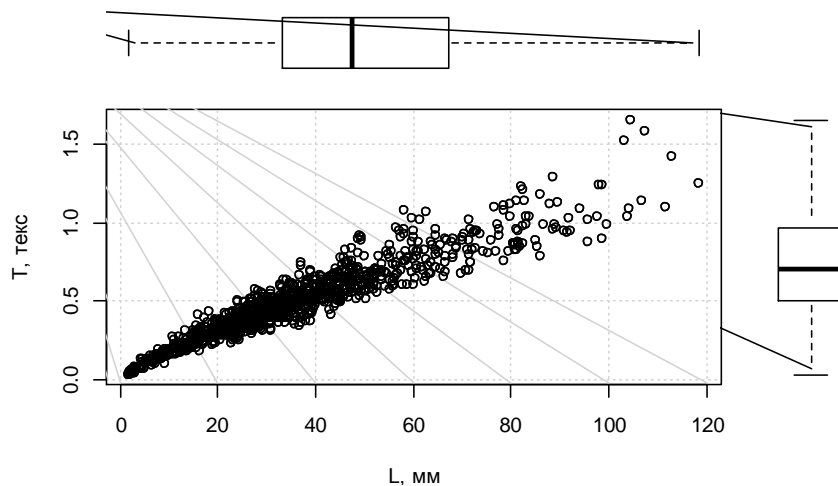


Рис. 4

На рис. 4 приведены результаты моделирования 1000 пар значений длин и линейных плотностей волокон котонизированного льна.

ВЫВОДЫ

1. Предложена методика генерирования случайной выборки значений линейных плотностей волокон котонизированного льна с вероятностным законом распределения реально перерабатываемых волокон.

2. Предложена методика моделирования совместного распределения длин и линейных плотностей волокон котонизированного льна, позволяющая сохранить статистическую взаимосвязь между ними, присутствующую в экспериментальных данных.

3. Предложенные методики могут использоваться для генерирования входных данных имитационных моделей продуктов прядения при оценке качественных показателей текстильных материалов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Севостьянов А. Г. Методы исследования неровноты продуктов прядения. – М.: Гостехиздат, 1962.
2. Parzen E. On estimation of a probability density function and mode. Ann. Math. statist. – 33, 3, 1962. P. 1065...1076.
3. Rosenblatt M. Remarks on some nonparametric estimates of a density function. Ann. Math. statist. – 27, 3, 1956. P.832...837.
4. Дягилев А.С., Коган А.Г. Методы и средства исследований технологических процессов. – Витебск: ВГТУ, 2012.
5. Silverman B.W. Density Estimation for Statistics and Data Analysis, Chapman and Hall. – London, 1986.
6. R Core Team (2012). R: A language and environment for statistical computing. R Foundation for Statistical Computing, Vienna, Austria. ISBN 3-900051-07-0, URL <http://www.R-project.org/>
7. Вадзинский П.Н. Справочник по вероятностным распределениям. – СПб.: Наука, 2001.

Рекомендована кафедрой прядения натуральных и химических волокон. Поступила 20.12.13.