

УДК 667.01

**МОДЕЛИРОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ВОЛОКНИСТО-СЕТЧАТЫХ  
МАТЕРИАЛОВ ПРИ ЦИКЛИЧЕСКОМ СЖАТИИ**

**THE STUDY OF DEFORMATION OF FIBER MESH FABRIC PROPERTIES  
BY A METHOD OF CYCLIC COMPRESSION**

*А. И. ДЕРЯБИНА, Л. Н. ЛИСИЕНКОВА, О.Ю. ТАРАСОВА*  
*A.I. DERYABINA, L.N. LISIENKOVA, O.YU. TARASOVA*

**(Филиал Южно-Уральского государственного университета  
(Национальный исследовательский университет), г. Златоуст)**  
**(South Ural State University (National Research University) the Branch in Zlatoust)**  
E-mail: ptis@zb-susu.ru

*В работе представлены результаты моделирования деформации нетканых материалов после воздействия на них циклических сжимающих*

*усилий. Анализ результатов моделирования позволил обосновать выбор модели деформации нетканых объемных полотен в условиях циклического сжатия для прогнозирования поведения материалов и изделий в процессах производства и эксплуатации.*

*In article indicators of deformation of materials and packages in the conditions of the cyclic compression, technological influence technological and operational factors were investigated. The design and a principle of work of the adaptation for compression are shown, the technique of an estimation of indicators of deformation of materials is described, results of tests of samples of a skin and packages of materials are resulted. It is shown that the method of cyclic compression allows to predict behavior of materials in processes of manufacture and operation of products.*

**Ключевые слова:** объемные нетканые полотна, циклическое сжатие, деформация, аппроксимация.

**Keywords:** fiber-mesh fabric properties, compressibility, the free and constrained cyclic compression, deformation components.

Сжатие – важный вид механического усилия, которое испытывают нетканые объемные полотна в процессе производства и эксплуатации швейных изделий [1].

Разнообразие современных способов получения нетканых материалов, неупорядоченность и неоднородность их структурной организации существенно усложняют математическое и физическое построение моделей сжатия волокнистой массы полотен [2].

Цель работы – анализ результатов моделирования деформации нетканых материалов после испытания в условиях циклического сжатия. В качестве математического инструментария обработки экспериментальных данных исследований использовали: методы статистической обработки (статистический анализ, аппроксимация).

Задача исследования состояла в построении такой кривой, которая воспроизводила бы график исходной экспериментальной закономерности, то есть была бы максимально близка к экспериментальным точкам, но в то же время была бы нечувствительна к случайным отклонениям измеряемой величины [3], [4].

Для аппроксимации результатов эксперимента из множества функциональных

зависимостей особый интерес представляет функция вида:

$$y = ax^b e^{cx}. \quad (1)$$

Эмпирическое уравнение (1) содержит три константы  $a$ ,  $b$  и  $c$  числовые значения которых могут быть определены различными способами, что будет в итоге влиять на степень адекватности модели исследуемому процессу. Константы  $a$ ,  $b$  и  $c$ , в зависимости от знака и числового значения образуют множество сочетаний и придают уравнению универсальность и широкое применение для аппроксимации результатов экспериментального исследования [4].

Далее были проведены испытания образцов нетканых материалов: их характеристика представлена в табл. 1, в условиях циклического сжатия, в результате которых получены эмпирические данные для аппроксимации. Измерение деформации образцов (проб) проводили после их многоциклового сжатия разработанным методом [5].

Параметры испытания: величина давления на пробу  $P_{ц} = 1,5$  даН; период нагружения  $n = 100$  циклов; время нагружения/отдыха  $t_{н}/t_{о} = 5/5$  с.

Т а б л и ц а 1

№ образца	Название материала	Способ получения	Толщина, мм	Волокнистый состав, %	П <sub>s</sub> , г/м <sup>2</sup>	Ширина, см
Нетканые полотна						
1	Ватин (Россия, арт. 917618)	Холстопрошивной	4,8	ВХл – 50% В Вис – 50%	250	150
2	Ватин (Россия, арт. 927622)	Холстопрошивной	2,8	ВХл – 50% В Вис – 50%	232	145
3	Войлок (Россия, ТУ 8161-021-05251899-2012)	Валяльный	6,8	Шрс – 100	2050	130
4	Шерстон (Россия)	Комбинированный	24,4	Верблюжья шерсть – 100	300	110
5	Шерстон (Россия)	Комбинированный	14,9	Овечья шерсть – 100	300	110
6	Тинсулейт (Россия, модификация Р 150)	Термоскрепленный	15,8	ВПэф – 150	100	110
7	Синтепон (Россия, СК150/300)	Термоскрепленный	7,8	ВПэф – 100	140	130
Комплексные материалы (КМ)						
8	Двусторонний КМ (ткань + синтепон)	Термоскрепленный	5,2	ВПэф – 100 ВПэс – 100	100	140
9	Двухслойный КМ (ткань + синтепон)	Термоскрепленный	5,1	ВПэф – 100 ВХл – 100	100	140
10	Трехслойный КМ (ткань + синтепон + ткань)	Сварной	1,5	ВХл – 50, В Вис – 50 ВПэф – 100 ВХл – 50, В Вис – 50	130	140
11	Двухслойный КМ (ткань + синтепон)	Прошивной	4,0	ВПэф – 100 ВПэс-100	100	140

Материалы для испытаний, количество образцов, их форма и размеры, а также нумерация и направление расположения их на пробе осуществлялось в соответствии с ГОСТом 13587–77. Перед проведением испытаний пробы выдерживали не менее 12 часов в нормальных условиях (температура  $20 \pm 3^\circ\text{C}$  и относительная влажность  $65 \pm 5\%$  по психрометру) в соответствии с ГОСТом 10681–75. В этих же условиях проводились испытания [1].

Относительная погрешность результатов испытаний при повторности 6...8 элементарных проб для материалов толщиной 0,1...20,0 мм – 3...12% [6].

Для определения констант  $a$ ,  $b$  и  $c$  эмпирического уравнения (1) был выбран метод наименьших квадратов (МНК). Преимущество МНК заключается в сравнительной простоте и универсальности вычислительных процедур, при этом константы  $a$ ,  $b$  и  $c$  можно вычислить различными способами. Для обоснованного выбора параметров модели деформации объектов в условиях циклического сжатия ис-

пользовали два способа нахождения коэффициентов уравнения (1).

Первый способ основан на преобразовании нелинейного уравнения (1) в линейное и составлении трех нормальных уравнений для вычисления по ним констант  $a$ ,  $b$  и  $c$  [4].

Второй способ основан на определении минимума функции:

$$\sum_i (y(x_i) - y_i)^2 \rightarrow \min. \quad (2)$$

Для удобства дальнейших вычислений прологарифмируем функцию (1):

$$\ln y = \ln a + b \ln x + cx. \quad (3)$$

Обозначим коэффициенты при неизвестных  $k_1 = 1$ ;  $k_2 = \ln x$ ;  $k_3 = x$  и рассмотрим уравнение:

$$\ln y = k_1 \ln a + k_2 b + k_3 c. \quad (4)$$

Для отыскания минимума функции:

$$F(a, b, c) = \sum_i (\ln y(x_i) - \ln y_i)^2 = \sum_i (k_1 \ln a + k_2 b + k_3 c - \ln y_i)^2$$

составим систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{\sigma F}{\sigma a} = 2 \sum_i (k_1 \ln a + k_2 b + k_3 c - \ln y_i) k_1 \frac{1}{a} = 0, \\ \frac{\sigma F}{\sigma b} = 2 \sum_i (k_1 \ln a + k_2 b + k_3 c - \ln y_i) k_2 = 0, \\ \frac{\sigma F}{\sigma c} = 2 \sum_i (k_1 \ln a + k_2 b + k_3 c - \ln y_i) k_3 = 0. \end{cases} \quad (5)$$

Предполагая, что  $a > 0$ , получим:

$$\begin{cases} (\sum_i k_1^2) \ln a + (\sum_i k_1 k_2) b + (\sum_i k_3 k_1) c = \sum_i \ln y_i k_1, \\ (\sum_i k_1 k_2) \ln a + (\sum_i k_2^2) b + (\sum_i k_3 k_2) c = \sum_i \ln y_i k_2, \\ (\sum_i k_1 k_3) \ln a + (\sum_i k_2 k_3) b + (\sum_i k_3^2) c = \sum_i \ln y_i k_3. \end{cases} \quad (6)$$

Поскольку  $k_1=1$ , то  $\sum_i k_1^2 = n$  (объему выборки),

$$k_1 k_2 = k_2 \Rightarrow \sum_i k_1 k_2 = \sum_i k_2 = \sum_i \ln x_i ; k_1 k_3 = k_3 \Rightarrow \sum_i k_1 k_3 = \sum_i k_3 = \sum_i x_i \text{ и т.д.}$$

Система примет вид:

$$\begin{cases} n \ln a + (\sum_i \ln x_i) b + (\sum_i x_i) c = \sum_i \ln y_i, \\ (\sum_i \ln x_i) \ln a + (\sum_i (\ln x_i)^2) b + (\sum_i (x_i \ln x_i)) c = \sum_i (\ln y_i \ln x_i), \\ (\sum_i x_i) \ln a + (\sum_i (\ln x_i x_i)) b + (\sum_i x_i^2) c = \sum_i (x_i \ln y_i). \end{cases} \quad (7)$$

Получили систему линейных неоднородных уравнений относительно  $\ln a, b, c$ .

Для решения системы (по правилу Крамера, матричным способом) используем программное обеспечение MathCAD, находим коэффициенты  $a, b, c$  и составляем уравнение эмпирической кривой (1), графическая модель которой

представлена на рис. 1 (графики изменения остаточной деформации при сжатии а) – свободном, б) – стесненном. Образцы:  $F_1(x)$  – №1,  $F_2(x)$  – №3,  $F_3(x)$  – №11,  $F_4(x)$  – №2,  $F_5(x)$  – №8,  $F_6(x)$  – №9,  $F_7(x)$  – № 7,  $F_8(x)$  – №6,  $F_9(x)$  – №10,  $F_{10}(x)$  – №4,  $F_{11}(x)$  – № 5). Коэффициенты уравнения (1), полученные двумя способами, представлены в табл. 2.

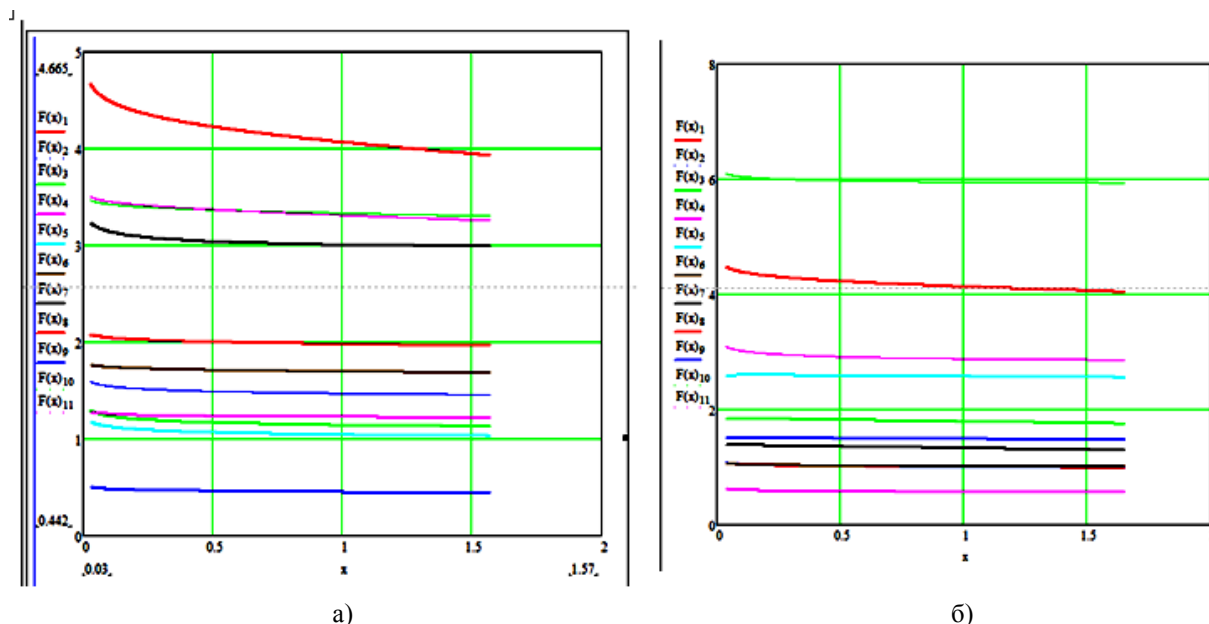


Рис. 1

Т а б л и ц а 2

№ образца	Коэффициенты уравнения $y = ax^b e^{cx}$ , полученные способом 1			Коэффициенты уравнения $y = ax^b e^{cx}$ , полученные способом 2			Погрешность, %, 1-го способа	Погрешность, %, 2-го способа
	a	b	c	a	b	c		
Свободное сжатие								
Образец №1	1,988	0,226	-0,033	1,984	-0,013	-0,003	29,09	0,061
Образец №3	1,700	0,179	-0,142	1,466	-0,023	0,003	32,34	0,038
Образец №11	1,918	0,229	-0,082	1,129	-0,038	0,010	28,41	0,121
Образец №2	1,585	0,095	-0,221	1,222	-0,011	0,001	26,07	0,088
Образец №8	1,44	0,07	-0,285	1,034	-0,036	0,007	25,01	0,052
Образец №9	1,837	0,202	-0,090	1,702	-0,01	-0,005	33,71	0,054
Образец №7	2,421	0,312	0,126	2,968	-0,024	0,011	29,78	0,477
Образец №6	2,958	0,550	0,759	4,213	-0,029	-0,036	27,98	0,474
Образец №10	0,945	-0,137	-0,619	0,451	-0,028	-0,004	36,47	0,105
Образец №4	3,233	0,458	0,335	3,363	-0,008	-0,009	27,25	0,514
Образец №5	2,698	0,410	0,161	3,384	-0,01	-0,022	26,52	0,097
Стесненное сжатие								
Образец №1	1,406	0,060	-0,298	1,003	-0,017	-0,004	27,61	0,04
Образец №3	1,391	0,072	-0,294	0,999	-0,026	0,004	29,07	0,057
Образец №11	1,918	0,229	-0,082	1,85	0,002	-0,033	29,86	0,034
Образец №2	0,727	0,026	-0,619	0,563	-0,026	0,011	14,77	0,066
Образец №8	2,305	0,325	0,073	2,609	0,002	-0,014	22,37	0,087
Образец №9	1,464	0,049	-0,298	1,012	-0,013	0,002	29,08	0,182
Образец №7	1,657	0,163	-0,211	1,382	-0,001	-0,04	33,25	0,146
Образец №6	2,958	0,550	0,759	4,208	-0,019	-0,019	25,36	0,139
Образец №10	1,747	0,144	-0,154	1,51	-0,002	-0,017	29,13	0,092
Образец №4	5,899	42,938	0,001	5,932	-0,008	0,003	37,14	0,101
Образец №5	12,559	0,375	-3,234	2,857	-0,024	0,008	25,03	0,147

Сопоставляя полученные данные, мы видим, что первый способ нахождения коэффициентов уравнения (1) имеет большую степень отклонения в начальной и конечной стадии испытаний, что неприемлемо. Второй способ имеет очень маленькую погрешность вне зависимости от стадии испытания, поэтому стоит предпочесть именно 2-й способ нахождения

коэффициентов эмпирического уравнения (1), как наиболее точный.

Результаты моделирования показали, что коэффициенты уравнения (1) определяются структурой, толщиной, волокнистым составом и способом получения. Коэффициент а зависит от структурных характеристик и объема образца: чем более неупорядоченная

структура и чем объемнее материал, тем больше значение коэффициента  $a$  (образцы № 8, 10, 11, табл. 2), коэффициенты  $b$  и  $c$  зависят от способа получения и волокнистого состава нетканых материалов.

## ВЫВОДЫ

1. В работе предложена математическая модель изменения деформации при воздействии многоциклового сжатия.

2. Для описания данной модели выбрана функциональная зависимость, адекватно описывающая изменения деформации при сжимающих воздействиях.

3. На основе эмпирических данных получены коэффициенты уравнения модели изменения деформации при воздействии многоциклового сжатия для нетканых материалов.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Дерябина А.И., Лисиенкова Л.Н.* Исследование деформации волокнисто-сетчатых материалов методом циклического сжатия // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2013, №1. С. 32...36.

2. *Киселев А.М.* Математическое моделирование процесса сжатия волокнистых материалов в массе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010, №5. С. 14...17.

3. *Пикулев В.Б.* Методы компьютерных вычислений для физиков. – ПетрГУ., 2006.

4. *Грановский Г.И.* Обработка результатов экспериментальных исследований резания металлов. – М.: Машиностроение, 1982.

5. Патент на полезную модель Российская Федерация № 144579 U1, МПК G01N 3/08 Устройство для определения деформации текстильных материалов при сжатии / А.И. Дерябина, Л.Н. Лисиенкова, Е.А. Трофимов, Ю.С. Мязина – Заявка № 2014115352/28; заявл. 16.04.2014; опубл. 27.08.2014.

6. *Стельмашенко В.И., Воронцова Н.В., Шушуннова Т.Н.* Методы и средства исследования в процессах оказания услуг. – М.: ИД "Форум", 2007.

Рекомендована кафедрой проектирования и технологии изделий сервиса. Поступила 20.03.15.