

УДК 681.326:667.021

**МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ  
ДВИЖЕНИЯ ВОЛОКОН И СОРНЫХ ЧАСТИЦ  
В ВИНТОВОМ ВОЗДУШНОМ ПОТОКЕ**

*Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ, Е.Г. НЕФЕДЬЕВА, Ф.Н. ЯСИНСКИЙ*

**(Ивановская государственная текстильная академия,  
Ивановский государственный энергетический университет)**

С помощью устройства, представленного на рис.1, удастся первоначально хаотически расположенные волокна выстраивать вдоль по потоку и отделять из волокнистой массы сорные частицы [1...6].

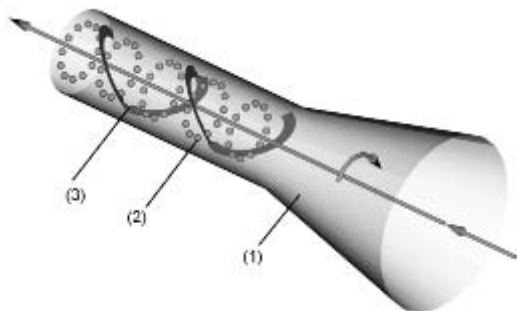


Рис. 1

Устройство состоит из конусообразной сужающейся части (1), перфорированной цилиндрической трубы (2) и внутренней винтовой направляющей (3).

Воздушно-волокнистый поток входит в сужающуюся часть. При этом скорость воздуха возрастает, волокна вытягиваются и устанавливаются вдоль по течению. Винтовая направляющая закручивает поток и возникающие центробежные силы сносят волокна и сорные частицы к стенкам перфорированной трубы.

Сорные частицы через отверстия перфорации выходят из потока, а волокна скользят далее по стенке трубы. Упорядоченность волокон, полученная в сужающейся части, облегчает отделение сорных частиц.

С целью определения оптимальных конструктивных параметров и режимов работы этого устройства было предпринято математическое моделирование. Приняты следующие допущения (рис.2 – схематическое представление модели волокна и условные обозначения):

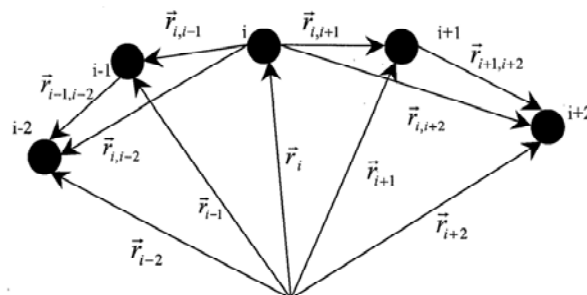


Рис. 2

1. Волокна представлены цепочками одинаковых точечных масс, соединенных упругими связями с трением,

2. Кроме связей с соседними, каждая частица связана также с соседями соседей, что обеспечивает сопротивление скручиванию волокна.

3. На частицы действуют аэродинамические силы, определенные разностью скоростей воздуха и волокна в данной точке.

Приняты следующие обозначения:

$\vec{r}_i$  – радиус-вектор, определяющий положение  $i$ -й частицы;

$\vec{r}_{i,j}$  – вектор, направленный из  $i$ -й частицы в  $j$ -ю частицу;

$\vec{r}_{i,i+1}$  – радиус-вектор, направленный из  $i$ -й частицы в  $(i+1)$ -ю;

$\vec{F}_{i,i+1}^Y, \vec{F}_{i,i+1}^T$  – силы упругости и трения, с которыми на  $i$ -ю частицу действует связь  $\vec{r}_{i,i+1}$ .

Согласно этому дифференциальные уравнения движения волокна будут иметь вид:

$$m_i \frac{d\vec{V}_i}{dt} = \vec{F}_{i,i+1}^Y + \vec{F}_{i,i+1}^T + \vec{F}_{i,i-1}^Y + \vec{F}_{i,i-1}^T +$$

$$+ \vec{F}_{i,i+2}^Y + \vec{F}_{i,i+2}^T + \vec{F}_{i,i-2}^Y + \vec{F}_{i,i-2}^T + \vec{F}_i^A + \vec{G}$$

$$\frac{d\vec{r}_i}{dt} = \vec{V}_i; \quad i = 1, 2, \dots, N, \quad (2)$$

где  $m_i$  – масса  $i$ -й частицы, составляющей цепочки,  $N$  – их число;  $\vec{V}_i$  – скорость  $i$ -й частицы (верхние индексы  $Y$  и  $T$  соответственно обозначают силы упругости и трения);  $\vec{G}$  – вес  $i$ -й частицы;  $\vec{F}_i^A$  – аэродинамическая сила.

Все  $m_i = m$ . Для этих сил можно предложить следующие выражения:

$$\left. \begin{aligned} \vec{F}_{i,i+1}^Y &= c \left( \left| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right| - \ell \right) \frac{\vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i+1} - \vec{r}_i \right|}, \\ \vec{F}_{i,i-1}^Y &= c \left( \left| \vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i \right| - \ell \right) \frac{\vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i-1} - \vec{r}_i \right|}, \\ \vec{F}_{i,i+2}^Y &= c \left( \left| \vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i \right| - 2\ell \right) \frac{\vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i+2} - \vec{r}_i \right|}, \\ \vec{F}_{i,i-2}^Y &= c \left( \left| \vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i \right| - 2\ell \right) \frac{\vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i}{\left| \vec{r}_{i-2} - \vec{r}_i \right|}. \end{aligned} \right\} \quad (3)$$

Здесь  $c, \ell$  – жесткость и длина связи в ненапряженном состоянии.

Аэродинамическая сила взята в виде:

$$\vec{F}_i^A = \rho S \left| \vec{U} - \vec{V}_i \right| \cdot \left( \vec{U} - \vec{V}_i \right), \quad (4)$$

где  $\rho$  – аэродинамический коэффициент;  $\rho$  – плотность воздуха;  $S$  – эффективная

площадь в расчете на одну частицу;  $\vec{U}, \vec{V}_i$  – векторы скорости воздуха и частицы в окрестности  $i$ -й частицы.

Силы трения предполагаем пропорциональными скорости удлинения соответствующих связей и направленными вдоль этих связей. Так, для связи  $\vec{r}_{i,i+1}$  сила трения будет иметь вид:

$$\vec{F}_{i,i+1}^T = \alpha \frac{d}{dt} \vec{r}_{i,i+1}, \quad (5)$$

Очевидно, что уравнения в форме (1) справедливы для внутренних частиц цепочки. Для 1, 2,  $N-1, N$ -частиц уравнения будут проще, так как некоторые из сил будут отсутствовать;  $\alpha$  – коэффициент пропорциональности.

Уравнения движения для сорных частиц включают лишь вес частицы и аэродинамическую силу:

$$M_S \frac{d\vec{V}_S}{dt} = M_S g + K_S \rho \frac{\pi \cdot D_S^2}{4} \left| \vec{U} - \vec{V}_S \right| \left( \vec{U} - \vec{V}_S \right), \quad (6)$$

$$\frac{d\vec{R}_S}{dt} = \vec{V}_S; \quad S = 1, 2, \dots, n. \quad (7)$$

Здесь  $M_S, D_S, \vec{V}_S, \vec{R}_S$  – масса, диаметр, скорость и радиус-вектор, определяющий положение сорной частицы.

Вычисления, реализующие данную модель, выполняются в следующем порядке.

1. Согласно (2), (3), (5) определяем аэродинамические поля скорости для чистого воздуха, протекающего через устройство.

2. С помощью генератора случайных чисел на входе в устройство хаотически разбрасываются волокна и сорные частицы.

3. Интегрируем дифференциальные уравнения движения волокон и сорных частиц. Использован метод Рунге-Кутты второго порядка. Положение волокон и сорных частиц непрерывно выдается на экран и можно визуально оценивать происходящие процессы (распрямление, вытягивание волокон, их переориентацию, отделение сорных частиц).

В процессе интегрирования накапливаются статистические характеристики, оценивающие очистку волокнистой массы и упорядочение волокон. Интегрирование продолжается до установления статистических характеристик.

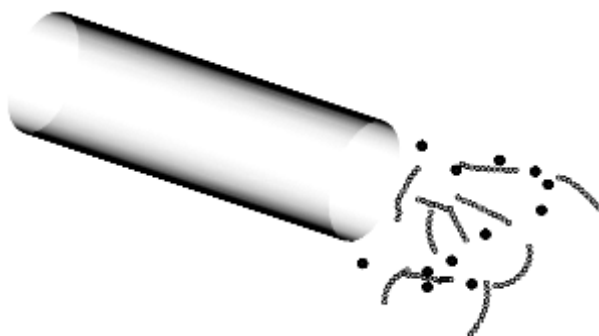


Рис.3.

На рис.3 и 4 показаны состояния воздушно-волокнистой массы и сорных частиц на входе и выходе из устройства соответственно.

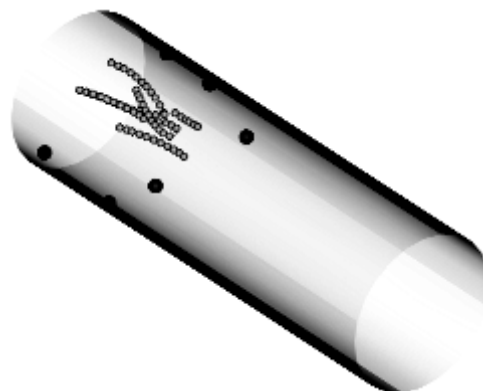


Рис.4.

4. Изменяя условия численных экспериментов, определяем оптимальные конструктивные и технологические характеристики устройства.

Вычислительные процессы были распараллелены и реализованы на многопроцессорном суперкомпьютере МВС-100, так как при большом числе волокон и сорных частиц объем вычислений весьма велик [6].

## ВЫВОДЫ

1. Предложена математическая модель и реализующий ее программный пакет, позволяющие исследовать процессы отделения сора и укладки волокон в прямоточном устройстве с винтовым движением воздушно-волокнистой смеси.

2. Модель позволяет определить оптимальные конструктивные характеристики устройства и режимы его работы.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Балаев Э.Ф., Ясинский Ф.Н. Компьютерное моделирование текстильных технологических процессов в аэродинамических полях. – Иваново: ИГЭУ, 2002.
2. Балаев Э.Ф., Нуждин Н.В., Пекунов В.В., Сидоров С.Г., Чернышева Л.П., Ясинский Ф.Н. Численные методы и параллельные вычисления для задач механики жидкости, газа и плазмы. – Иваново: ИГЭУ, 2003.
3. Павлов Г.Г. Аэродинамика технологических процессов и оборудования текстильной промышленности. – М.: Легкая индустрия, 1975.
4. Мигушов И.И. Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1998.
5. Радовицкий В.П., Стрельцов Б.Н. Электроаэромеханика текстильных волокон. – М.: Легкая индустрия, 1970.
6. Ясинский Ф.Н., Чернышева Л.П. Многопроцессорные вычислительные системы. – Иваново: ИГЭУ, 1998.

Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 21.12.07.