УДК 677.075.017.363

КРИТЕРИИ ДЛИТЕЛЬНОЙ ПРОЧНОСТИ И ПОВРЕЖДАЕМОСТЬ НИТИ НА ОСНОВОВЯЗАЛЬНОЙ МАШИНЕ

В.П. ЩЕРБАКОВ, А.А. ЛИКУЧЕВА

(Московский государственный текстильный университет им. А. Н. Косыгина)

На основовязальных машинах приходится оценивать прочность нитей при нагрузках, определенным образом меняющихся во времени. В силу этого необходимо установить закономерности длительной прочности при одноосном напряженном состоянии при переменном нагружении.

В механике разрушения введена функция повреждаемости $\omega \geq 0$, равная нулю в начальном состоянии и единице в момент разрушения. Учет влияния истории нагружения сделан В.В. Москвитиным, который построил соотношения нелинейной вязкоупругости с учетом степени накопленных повреждений [1]. Степень поврежденности материала $\omega(t)$ удовлетворяет условиям $\omega(0)=0$, $\omega(t_*) = 1$, где t_* – время до начала разрушения при произвольном законе изменения напряжений во времени.

Приняв $\omega(t_*) = 1$, напишем предельное условие длительной прочности:

$$\frac{1}{1+n} = \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^n \frac{d\tau}{t_0^{1+n}(\sigma)}. \qquad (1)$$

Постоянная n учитывает влияние истории нагружения в условии длительной прочности. Здесь $t_0(\sigma)$ представляет собой долговечность – время, необходимое для разрушения при постоянном напряжении. При исследовании долговечности нитей испытывают несколько одинаковых образцов при различных напряжениях и устанавливают время, необходимое для разрыва каждой нити.

Примем степенную зависимость:

$$t_0 = B\sigma_0^{-b}. \qquad (2)$$

В случае использования степенного закона долговечности соотношение (1) преобразуется к виду:

$$\frac{B^{1+n}}{1+n} = \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^n \sigma^{b(1+n)}(\tau) d\tau. \qquad (3)$$

Формула (3), полученная В.В. Москвитиным, является критерием длительной прочности и определяет время до разрушения t_*, при заданном законе нагружения $\sigma(t)$ и экспериментально определяемой функции долговечности $t_0 = t_0(\sigma_0)$.

Теория прочности А.А. Ильюшина [2] в случае одноосного напряженного состояния приводит к предельному соотношению вида $1 = \int_0^{t_*} \frac{d\sigma(\tau)}{\sigma_0(t_* - \tau)}$.

В случае степенной аппроксимации долговечности $t_0 = B\,\sigma_0^{-b}$ получим:

$$B^{\frac{1}{b}} = \int_0^{t_*} (t_* - \tau)^{\frac{1}{b}} d\sigma(\tau), \qquad (4)$$

что в точности совпадает с критерием В.В. Москвитина при определенном значении параметра $n = \frac{1}{b} - 1$.

После интегрирования по частям выражения (4) преобразуем критерий А.А. Ильюшина к виду:

$$bB^{\frac{1}{b}} = \int (t_* - \tau)^{\frac{1}{b}-1} \sigma(\tau) d\tau . \qquad (5)$$

Опытные данные долговечности характеризуются огромным статистическим разбросом, на порядок превышающим точечные оценки прочности. Но любой рассмотренный нами вариант построен на соотношении, предполагаемом известным из опытов на долговечность. Базовая же зависимость $t_0 = t_0(\sigma_0)$ для индивидуального образца неизвестна. В связи с этим данную зависимость следует заменить ее математическим ожиданием $E\{t_0\}$.

Среднее время "жизни" волокон определяется формулой [3]:

$$E\{t_0\} = \left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{-\frac{1}{k}} \Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right) B\sigma_0^{-b} . \qquad (6)$$

Здесь $\Gamma(x)$ – гамма-функция Эйлера; k – положительная константа; ℓ_0 – длина образца, при которой определялась долговечность (в нашем случае ℓ_0 = 150 мм).

Коэффициент вариации [3]:

$$C\{t_0\} = \frac{\sqrt{D\{t_0\}}}{E\{t_0\}} = \left[\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{k}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{k}\right)} - 1\right]^{\frac{1}{2}} \qquad (7)$$

не зависит от нагрузки.

В соответствии с формулой для C $\{t_0\}$ возможна постановка эксперимента для определения параметра k: при зажимной длине ℓ_0 и индивидуальных значениях долговечности σ_0 = const вычисляются среднее, дисперсия, коэффициент вариации и по формуле (7) определяется параметр k.

В табл. 1 (время до разрыва, секунды)приведены величины долговечности, полученные при зажимной длине ℓ_0=150 мм и σ_0=20,077 кгс/мм^2.

Таблица 1

112	114	135	133	118	131	140

Получены точечные характеристики случайных величин долговечности: среднее t_0=126,143 с; несмещенное среднее квадратическое отклонение s=11,216 с^2; коэффициент вариации C = 0,089.

Решение уравнения:

$$0,089 = \left[\frac{\Gamma\left(1+\frac{2}{k}\right)}{\Gamma^2\left(1+\frac{1}{k}\right)} - 1\right]^{\frac{1}{2}}$$

относительно k дало k =13,607.

С учетом изложенной теории изменится и вид критериев прочности, отражающих процесс накопления повреждений. Вместо критерия (4) получим критерий:

$$\frac{\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} B^{\frac{1}{b}}}{\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\frac{1}{bk}}} = \int (t_* - \tau)^{\frac{1}{b}} d\sigma(\tau) , \qquad (8)$$

учитывающий статистический разброс механических свойств нити.

Для оценки длительной прочности при произвольном нагружении воспользуемся функцией повреждаемости нити $\omega(t)$ и построенной на критерии (8):

$$\omega(t) = \frac{\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\frac{1}{bk}}}{\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} bB^{\frac{1}{b}}} \int_0^t (t-\tau)^{\frac{1}{b}-1} \sigma(\tau) d\tau . \qquad (9)$$

Оценим прочность нити в условиях ее переработки на основовязальной машине, вычислив степень поврежденности материала $\omega(t)$. Технологический процесс на основовязальной машине характеризуется периодическим нагружением нити при ее движении от навоя до ушковины.

Рассматривая изменение натяжения нити на тензограмме, отметим, что возрастание натяжения нити, как и спад его при высокой частоте нагружения, свойственной основовязальным машинам, происходит с большой скоростью.

Принимая ступенчатый процесс нагружения, получаем циклы прямоугольной формы (рис.1 – расчетная схема нагружения).

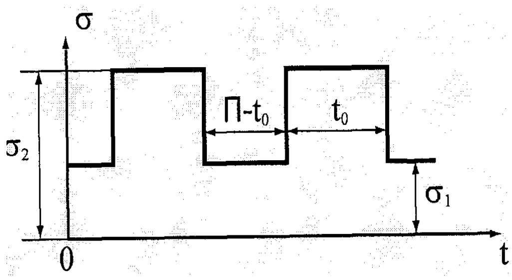

Рис. 1

Запишем ω(t) в форме, основанной на принятом в нашей работе для оценки прочности нити критерии А.А. Ильюшина [4]:

$$\omega'(t)=\frac{\Pi^{\frac{1}{b}}}{2\left(-1+\frac{1}{b}\right)B^{\frac{1}{b}}}\left\{\begin{array}{l}\sigma_2\left[2N^{-1+\frac{1}{b}+2}+\left(-1+\frac{1}{b}+2\right)N^{\frac{1}{b}}-2\right]-(\sigma_2-\sigma_1)\times\\ \times\left[\begin{array}{l}2N^{-1+\frac{1}{b}+2}+N^{\frac{1}{b}}\left(\frac{1}{b}+2\right)-\left(\frac{t_0}{\Pi}\right)\frac{1}{b}N^{-1+\frac{1}{b}}-\left(\frac{t_0}{\Pi}\right)^{-1+\frac{1}{b}+2}\\ -\left(1-\frac{t_0}{\Pi}\right)^{1+\frac{1}{b}+2}-\left(1-\frac{t_0}{\Pi}\right)^{\frac{1}{b}}-\sigma_1\left(\begin{array}{l}2N^{-1+\frac{1}{b}+2}-\frac{1}{b}N^{\frac{1}{b}}\\ -\frac{1}{b}N^{-1+\frac{1}{b}}-1\end{array}\right)\end{array}\right]\end{array}\right\}+\frac{\sigma_1 N^{\frac{1}{b}}\Pi^{\frac{1}{b}}}{B^{\frac{1}{b}}}.$$

Принимая $t_0=\frac{1}{2}\Pi$ и вычисляя число циклов N = 282 при расстоянии от точки схода нити с навоя до ушковины L=1480 мм и длине нити в петле ℓ=5,25 мм, получим $\omega'(t)$ = 0,137 при σ_1=2,2 кг/мм^2 и σ_2=2,613 кг/мм^2.

Это значение $\omega'(t)$=0,137 записано без учета поправки на математическое ожидание долговечности, определяемое формулой (9). Вводя эту поправку, имеем:

$$\Gamma\left(1+\frac{1}{13,607}\right)^{\frac{1}{8,846}}=0,996,\qquad \left(\frac{1480}{150}\right)^{\frac{1}{13,607-8,846}}=1,019.$$

Окончательно значение циклической повреждаемости равно ω(t)=0,14.

Достигнув игольницы, нить нагружается усилиями со стороны иглы. Внешней силой, воздействующей на нить и увеличивающей ее натяжение, является сила трения. Не усложняя задачи, вычислим максимальное натяжение по обычной формуле Эйлера.

Конечно, можно учесть и жесткость при изгибе, и влияние сосредоточенных сил в точках входа и схода нити с иглы и пр. Но в данном случае это не то что необходимо, а даже неоправданно, так как при построении теории прочности, определении долговечности пришлось пренебречь достаточно существенными факторами, определяющими прочность нити в реальных условиях вязания.

Хотя вычислить угол охвата нитью иглы φ несложно, в силу приведенных условий примем φ=π. Тогда имеем $T=15,6e^{0,25\pi}$=34,215 сН. Для образования одного петельного ряда потребуется время t=0,3 с. В момент t напряжение определяется не только мгновенным деформированным состоянием, оно релаксирует при кулировании.

Ранее было введено условие, полагающее, что на величину скорости накопления повреждений $\frac{d\omega}{dt}$ оказывает влияние как напряжение $\sigma(t)$ в момент времени t, так и напряжение, которое существовало за промежуток времени $0 \le \tau \le t$. Как бы ни мало было время t, нужно иметь в виду, что скорость распространения упругой волны в нити, в частности, вискозной, составляет около 2000 м/с.

Тогда нужно учесть уменьшение напряжения, которое производит деформирование во время t. Уравнение для релаксирующих напряжений записывается в форме:

$$\sigma(t) = E\left[\varepsilon(t) - \int_0^t \Gamma(t-\tau)\varepsilon(\tau)d\tau\right], \quad (10)$$

где $\Gamma(t-\tau)$– функция влияния, учитывающая влияние предыдущей деформации $\varepsilon(\tau)$ на напряжение в данный момент t. Типичным ядром интегрального уравнения (10), в котором объединены свойства экспоненциального ядра со слабой особенностью, является

$$\Gamma(t) = \frac{Ae^{-\beta t}}{t^{1-\alpha}} \quad (0<\beta<1, 0<\alpha<1). \quad (11)$$

Определение параметров функции влияния и упругих постоянных проведем на основе обработки экспериментальных данных по релаксации напряжений при одноосном растяжении при $\varepsilon(t) = \varepsilon_0$ =const. Наиболее совершенный метод, исключающий произвольный подбор параметров, основан на методах численной многомерной оптимизации; в данном случае выбран метод деформируемого многогранника.

В результате аппроксимации экспериментальных данных получено: E=757,9 кг/мм^2; A=0,0699; α=0,2462; β=0,4237. Расчетные и опытные кривые релаксации напряжений приведены на рис. 2.

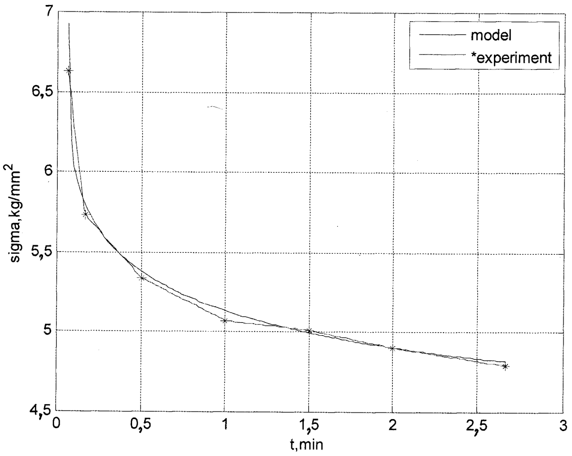

Рис. 2

Время образования одной петли весьма мало и составляет всего 0,3 с, поэтому можно принять уменьшение напряжений, соответствующих максимальному натяжению нити на игле, в условиях постоянной скорости деформации $\dot{\varepsilon}$=const.

Тогда уравнение (10) примет вид:

$$\sigma(t) = \sigma_2 - \frac{\sigma_2}{t}\int_0^t \Gamma(t-\tau)\tau d\tau. \quad (12)$$

Заменим в интеграле переменную τ по формуле τ=t-ξ. Подставляя в (12) численные значения напряжений и реологических параметров, получим 2,573 кг/мм^2.

При напряжении σ_1=2,573 кгс/мм^2 скорость нагружения равна $\dot{\sigma}$=8,577 кгс/мм^2·с.

При постоянной скорости нагружения $\dot{\sigma}$=const функция повреждаемости (9) принимает вид:

$$\omega(t) = \frac{\left(\frac{\ell}{\ell_0}\right)^{\frac{1}{bk}} \dot{\sigma}}{\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{k}\right)\right]^{\frac{1}{b}} bB^{\frac{1}{b}}} \int_0^t (t-\tau)^{\frac{1}{b}-1}\sigma(\tau)\tau d\tau. \quad (13)$$

Длина нити от ушковины до внутренней поверхности кулирующей иглы в нижнем положении ℓ=14,8 мм; ℓ_0, как уже отмечалось – 150 мм.

Приведем вычисление функции повреждаемости $\omega(t)$ нити в рассмотренных условиях:

$$\omega(t) = \frac{\left(\frac{14,8}{150}\right)^{\frac{1}{13,607 \cdot 8,846}} \cdot 8,577}{\left[\Gamma\left(1+\frac{1}{13,607}\right)\right]^{\frac{1}{8,846}} 8,846(4,206 \cdot 10^{13})^{\frac{1}{8,846}}} \int_0^{0,3} (0,3-\tau)^{-1+\frac{1}{8,846}} \tau d\tau = 0,057 . \quad (14)$$

Таким образом, если суммарная повреждаемость $\omega_{\sum}(t)$= 0,14+0,057=0,197, то можно считать, что нить в процессе петлеобразования исчерпала лишь часть своей прочности, причем не такую значительную, чтобы говорить о разрыве нити.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Москвитин В. В.* Сопротивление вязкоупругих материалов. – М.: Наука, 1972.

2. *Ильюшин А.А., Победря Б.Е.* Основы математической теории термовязкоупругости. – М.: Наука, 1970.

3. *Coleman B.D.* Statistics and Time Dependence of Mechanical Breakdown in Fibres // Journal of applied Physics. – Vol. 29, №6, 1958., P.968…983.

4. *Щербаков В.П.* Прикладная механика нити. – М.: РИО МГТУ им. А. Н. Косыгина, 2001.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 23.10.07.