

УДК 677.021.16

**РАСЧЕТ ЧИСЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК
ВРЕМЕНИ ПРЕБЫВАНИЯ ВОЛОКОН
В СЛОЖНЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ ЦЕПЯХ
ПРЯДИЛЬНОГО ПРОИЗВОДСТВА**

А. В. ГРАЧЕВ, Л.Ю. ГОРИНОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Время пребывания волокон в технологических объектах прядильного производства является случайной величиной. Наиболее известно определение числовых характеристик времени пребывания волокон (среднего времени и дисперсии времени пребывания) для чесальной машины. Для

расчета принимается гипотеза об экспоненциальном законе времени пребывания волокон в чесальной машине [1].

Ниже предлагается использовать иные подходы для расчета числовых характеристик времени пребывания волокон в технологическом объекте, которые позволяют

учесть конкретное модельное описание как всей технологической цепи, так и ее локальных зон.

Первый метод – метод моментов может использоваться, если известно модельное описание сложной технологической цепи в виде передаточной функции. Данный метод с точностью до знака эквивалентен использованию характеристических функций для расчета числовых характеристик случайной величины [2]. Метод моментов позволяет более просто находить числовые характеристики случайных величин за счет замены трудно реализуемой процедуры символьного интегрирования в действительной области на процедуру дифференцирования и предельного перехода в комплексной области.

Пусть известна передаточная функция $W(p)$ (p – оператор Лапласа) по изменению концентрации волокнистого материала, удовлетворяющая условию нормировки ($W(p=0)=1$). При входящем возмущении концентрации в виде дельта-функции изображение по Лапласу для концентрации волокнистого потока на выходе совпадает с самой передаточной функцией. Тогда начальные моменты r -го порядка могут быть определены из выражения

$$M_r = (-1)^r \lim_{p \rightarrow 0} \frac{\partial^r W(p)}{\partial p^r}. \quad (1)$$

Основные числовые характеристики среднее время пребывания (СВП) \bar{t} и дисперсия времени пребывания (ДВП) D_t могут быть найдены на основе известных выражений:

$$\bar{t} = M_1, \quad D_t = M_2 - (M_1)^2. \quad (2)$$

Заметим, что в современных условиях эти вычисления могут быть реализованы с использованием символьного процессора, что позволяет автоматизировать процесс вывода символьных выражений в компьютерной среде.

Рассмотрим сначала применение метода моментов для расчета СВП и ДВП для типовой технологической схемы типа "ре-

цикл", где часть потока, определяемая коэффициентом возврата β , через время u_0 возвращается назад, а часть потока $1-\beta$ выходит из технологической зоны. За счет частичного возврата, определяемого коэффициентом возврата β , волокна, прежде чем выйти из такой зоны, могут циркулировать в контуре случайное число раз.

Эта технологическая цепь относится к числу базовых и может использоваться для описания движения волокон на некоторых типах разрыхлительных машин, на чесальной машине, в рабочей паре валиков.

Рассмотрим сначала случай детерминированного транспортирования в прямой и обратной ветвях рецикла. Передаточная функция для этого случая имеет вид:

$$W(p) = \frac{(1-\beta)e^{-pu}}{1-\beta e^{-p(u+u_0)}}, \quad (3)$$

где β – коэффициент возврата потока; u , u_0 – соответственно время транспортирования волокон в прямом и обратном участках рецикла.

Для рабочей пары валиков на чесальной машине u – время транспортирования волокон главным барабаном на участке от сечения главный барабан–съемный валик и до сечения главный барабан–рабочий валик; u_0 – время транспортирования по дугам рабочего и съемного валиков на обратном участке контура. Поэтому, выводя формулы для определения числовых характеристик для технологической цепи типа рецикл, мы одновременно находим и соответствующие формулы для рабочей пары валиков.

Тогда на основе (1)...(3) получаем выражение для расчета СВП волокон в рецикле при детерминированном транспортировании:

$$\bar{t} = \frac{1}{1-\beta}u + \frac{1}{1-\beta}u_0 = \bar{k}u + \bar{k}_0u_0. \quad (4)$$

Для волокон определенной длины коэффициенты \bar{k}_u , \bar{k}_{u_0} характеризуют среднюю кратность попадания волокон соответственно в прямой и обратный участки

технологической цепи типа рецикл. Для расчета СВП для волокон разной длины необходимо учесть фактическое распределение волокон по длине.

С учетом (1)...(4) находим ДВП волокон:

$$D_t = \frac{\beta}{(1-\beta)^2} (u + u_0)^2 = \overline{kk}_0 (u + u_0)^2. \quad (5)$$

Тогда коэффициент вариации для времени пребывания волокон в технологической цепи типа рецикл равен:

$$C_t = \frac{\sqrt{\beta}(u + u_0)}{\beta u_0 + u}. \quad (6)$$

При пренебрежении $u(u=0)$:

$$C_t = \frac{1}{\sqrt{\beta}}.$$

Отсюда видно, что коэффициент вариации времени пребывания волокон в технологической цепи типа рецикл при пренебрежении временем пребывания в прямом участке цепи обратно пропорционален корню квадратному из коэффициента распределения в рабочей паре. Для сравнения заметим, что при аппроксимации рабочей пары моделью с экспоненциальным законом распределения времени пребывания волокон в рабочей паре коэффициент вариации времени пребывания волокон в рабочей паре (на основе свойств экспоненциального распределения) окажется равным единице. Поэтому используемый подход позволяет более точно оценить числовые характеристики времени пребывания волокон в технологической цепи типа рецикл для случая, когда транспортирование в прямом и обратном участках технологической цепи является детерминированным. Аппроксимация рабочей пары валиков моделью с экспоненциальным распределением времени пребывания волокон в рабочей паре возможна при β близком к единице, но это значение β не соответствует практическому режиму работы рабочей пары валиков.

Рассмотрим общий случай, для которого в обратном и прямом участках рецикла располагаются технологические зоны, движение волокон в которых описывается последовательно стохастическим линейным и детерминированным транспортированием:

$$G(p) = \frac{1 + a_1 p + a_2 p^2}{1 + b_1 p + b_2 p^2} e^{-pu}, \quad (7)$$

$$R(p) = \frac{1 + d_1 p + d_2 p^2}{1 + c_1 p + c_2 p^2} e^{-pu_0},$$

где $G(p)$, $R(p)$ – соответственно передаточные функции в прямом и обратном участках рецикла.

Используя для вычислений символьный процессор, можно показать, что в этом случае СВП и ДВП в этих зонах определяются из выражений

$$\begin{aligned} \overline{t}_G &= -a_1 + b_1 + u, \\ \overline{t}_R &= -d_1 + c_1 + u_0, \end{aligned} \quad (8)$$

$$D_G = 2a_2 + b_1^2 - 2b_2 - a_1^2,$$

$$D_R = 2d_2 + c_1^2 - 2c_2 - d_1^2.$$

Заметим, что усложнение математических моделей (7) за счет использования полиномов более высокого порядка не оказывает влияния на формулы (8).

Расчет числовых характеристик СВП, а особенно ДВП на основе общей передаточной функции для случая сложной технологической цепи, даже при использовании символьного процессора приводит к громоздким выражениям. Этого можно избежать, если преобразовать технологической граф к типовым: последовательному, параллельному и рециклу. Расчет СВП и ДВП в последовательном и параллельном графе технологической цепи очевиден. Поэтому получим общие формулы для расчета СВП и ДВП для рецикла в случае, если прямой и обратный контуры рецикла описываются моделями (7).

Для определения СВП и ДВП для этого случая с использованием символьного процессора были получены следующие соотношения:

$$\bar{t} = \bar{t}_G \frac{1}{1-\beta} + \bar{t}_R \frac{\beta}{1-\beta} = \bar{t}_G \bar{k}_G + \bar{t}_R \bar{k}_R, \quad (9)$$

$$D_t = (\bar{t}_G + \bar{t}_R)^2 \bar{k}_G \bar{k}_R + D_G \bar{k}_G + D_R \bar{k}_R.$$

Как видно, ДВП в рецикле зависит не только от ДВП волокон в прямой и обратной ветвях, но и от среднего времени пребывания волокон в каждой из этих ветвей и учитывает среднюю кратность попадания волокон в эти ветви. Полученные выражения (9) позволяют сформулировать структурно-визуальный метод расчета СВП и ДВП, основанный на предварительном преобразовании технологического графа к типовым технологическим цепям с последующим выписыванием символьных выражений для расчета СВП и ДВП сложной технологической цепи.

Воспользуемся этим подходом для расчета СВП и ДВП для чесальных машин. Обозначая α – коэффициент съема, $1-\alpha$ – коэффициент возврата, с учетом формул (9) получаем выражение для расчета среднего времени пребывания волокон и дисперсии времени пребывания волокон на чесальной машине:

$$\begin{aligned} \bar{t}_{\text{чм}} &= \frac{1}{\alpha} \bar{t}_{\text{пр}} + \frac{1-\alpha}{\alpha} \bar{t}_{\text{обр}} = \\ &= \frac{1}{\alpha} (\tau_1 + \bar{\tau}_{\text{чес}} + \tau_2 + (1-\alpha)\tau_3), \end{aligned} \quad (10)$$

$$D_{t_{\text{чм}}} = \frac{1-\alpha}{\alpha^2} (\tau_1 + \bar{\tau}_{\text{чес}} + \tau_2 + \tau_3)^2 \frac{1}{\alpha} D_{\text{чес}},$$

где $\bar{t}_{\text{пр}}$, $\bar{t}_{\text{обр}}$ – соответственно СВП волокон в прямом и обратном участках чесаль-

ной машины, рассматриваемой как рецикл; $\tau_1 + \tau_2 + \tau_3$ – суммарное время транспортирования волокон главным барабаном за исключением участка зоны основного чесания; $\bar{\tau}_{\text{чес}}$, $D_{\text{чес}}$ – СВП и ДВП волокон в зоне основного чесания.

Для валичной чесальной машины, вследствие последовательного расположения n рабочих пар валиков, имеем:

$$\bar{\tau}_{\text{чес}} = \sum_{i=1}^n \left(\frac{1}{1-\beta_i} u_i + \frac{\beta_i}{1-\beta_i} u_{0_i} \right).$$

ВЫВОДЫ

Предложены методы символьного расчета числовых характеристик времени пребывания волокон в сложных технологических цепях и показана применимость методов для символьного расчета среднего времени пребывания и дисперсии времени пребывания волокон в чесальных машинах.

ЛИТЕРАТУРА

1. Ашнин Н.М. Кардочесание волокнистых материалов. – М.: Легкая промышленность и бытовое обслуживание, 1985.
2. Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В.С. Королюк, И.П. Поротенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 01.02.08.