

## ТЕХНОЛОГИЯ РЕГЕНЕРАЦИИ РАВНОМЕРНО ДВИЖУЩЕГОСЯ ТЕКСТИЛЬНОГО МАТЕРИАЛА ПРИ ПОМОЩИ ЛОПАСТНОГО ВАЛА

В.Д. ФРОЛОВ, Н.Г. ЖАРОВА, И.В. ФРОЛОВА

(Ивановская государственная текстильная академия)

Узел разрыхления состоит из пустотелого лопастного вала, на котором закреплены по винтовой линии лопасти, а через внутренний канал вала поступает пар от парогенератора. Технологический процесс предусматривает движение от лопасти к лопасти текстильной смеси вместе с газом. В трубе, заполненной смесью, при  $t = 0$  смесь неподвижна. При  $t > 0$  при вращении вала и лопастей действует источник колебаний, занимающий лишь малый промежуток длины  $2\varepsilon$  и движущийся со скоростью  $v$ .

Колебание смеси в трубе, внутри которой расположен коаксиально к ней лопастной вал, описывается уравнением:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} = f(x, t),$$

где функция  $u$  является решением задачи распространения начальной деформации и скорости при начальных условиях:

$$u|_{t=0} = \frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = 0.$$

Началом координат выбираем положение центра источника движения:

– при  $t = 0$ ,  $f(x, t) = 0$  вне полосы между прямыми (рис.1):

$$x + \varepsilon = vt,$$

$$x - \varepsilon = vt;$$

– для точек  $x$ ,  $t$  между лопастями из этой полосы [1]:

$$f(x, t) = F(t),$$

где  $F(t)$  – заданная функция, характеризующая источник поступления смеси в различные моменты времени.

В случае волнового уравнения без дисперсии, то есть, когда  $C = 0$ , формула при отыскании функции Римана имеет вид:

$$z = \sqrt{(t-r)^2 - \frac{(x-\xi)^2}{a^2}} \quad (1)$$

и равна нулю вдоль обеих характеристик, проходящих через точку  $P(\xi, r)$ , и вещественна в треугольнике ( $\Delta$ ). Будем искать  $v$  в виде функции  $z$ :

$$v = \Phi(z). \quad (2)$$

При этом накладывается условие  $v = 1$  на характеристиках через точку  $P(\xi, r)$ , которое дает

$$\Phi(0) = 1. \quad (3)$$

При условии  $\square v = 0$  ограничимся случаем:

$$\square u \equiv \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} - a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} - cu = f(x, t), \quad (4)$$

где  $a$  и  $c$  – постоянные.

Таким образом, функция  $v$  зависит от координат  $(\xi, r)$  точки  $P$  как от параметров. Функцию  $v(x, t, \xi, r)$  при любых  $(\xi, r)$ , удовлетворяющую вышеприведенным условиям, называют функцией Римана дифференциального оператора  $\square u$ .

При условии  $\square v = 0$  найдем производные функции  $v$  по  $t$  и  $x$  при (3):

$$\frac{\partial^2 v}{\partial t^2} = \Phi'' \left( \frac{\partial z}{\partial t} \right)^2 + \Phi' \frac{\partial^2 z}{\partial t^2} = \Phi'' \frac{(t-r)^2}{z^2} - \Phi' \frac{(x-\xi)^2}{a^2 z^3},$$

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = \Phi'' \left( \frac{\partial z}{\partial x} \right)^2 + \Phi' \frac{\partial^2 z}{\partial x^2} = \Phi'' \frac{(x-\xi)^2}{a^4 z^2} - \Phi' \frac{(t-z)^2}{a^2 z^3}$$

и

$$\square v = \Phi'' \frac{(t-z)^2 - \frac{(x-\xi)^2}{a^2}}{z^2} + \Phi' \frac{(t-r)^2 - \frac{(x-\xi)^2}{a^2}}{z^2} - c\Phi = \Phi'' + \frac{1}{z}\Phi' - c\Phi.$$

Вследствие этого условие  $\square v = 0$ , которому должна удовлетворять функция Римана, приводит к обыкновенному дифференциальному уравнению для функции  $\Phi$ :

$$\Phi'' + \frac{1}{z}\Phi' - c\Phi = 0. \quad (5)$$

Это уравнение цилиндрических функ-

ций нулевого порядка, решение которого, удовлетворяющее начальному условию (3), будет:

$$\Phi(z) = J_0(z\sqrt{-c}) = J(z\sqrt{c}).$$

В силу этого функция Римана рассматриваемого оператора имеет вид:

$$v = J_0 \left( \sqrt{c \left[ \frac{(x-\xi)^2}{a^2} - (t-r)^2 \right]} \right) = J_0 \left( \sqrt{c \left[ (t-r)^2 - \frac{(x-\xi)^2}{a^2} \right]} \right). \quad (6)$$

В случае волнового уравнения без дисперсии, то есть когда  $C = 0$  при  $J_0(0) = J_0(0) = 1$ :

$$v \equiv 1. \quad (7)$$

Решение задачи Коши будет иметь вид:

$$u(\xi; r) = \frac{u_{Q_1} + u_{Q_2}}{2} + \frac{1}{2a} \int_{Q_1}^{Q_2} \left[ \frac{\partial u}{\partial t} dx + a^2 \frac{\partial u}{\partial x} dt \right] + \frac{1}{2a} \iint_{(\Delta)} f(ds), \quad (8)$$

а если начальные условия заданы при  $t=0$ , то

$$u(\xi; r) = \frac{\varphi(\xi - ar) + \varphi(\xi + ar)}{2} + \frac{1}{2a} \int_{\xi-ar}^{\xi+ar} \psi(x) dx + \frac{1}{2a} \iint_{(\Delta)} f ds. \quad (9)$$

В соответствии с (9) получим:

$$u(\xi; r) = \frac{1}{2a} \iint_D F(t) ds, \quad (10)$$

где  $(D)$  – часть полосы, заключенной внутри треугольника  $(\Delta)$ . В связи с малой шириной  $2\varepsilon$  полосы  $(D)$  можно приближенно вычислить интеграл по  $(D)$ :

где  $r_1$  и  $r_2$  – координаты  $t$  точек пересечения прямой  $x = vt$  с границами треугольника  $(\Delta)$  (рис.1).

Если  $\xi < -ar$ , то прямая не пересечет треугольник: в точке наблюдается отсутствие смеси или нет ее передвижения. Для того, чтобы найти  $r_1$  и  $r_2$  для других положений точки  $P(\xi, r)$ , необходимо рассмотреть случаи:

$v < a$  – источник движения с медленной скоростью смеси,

$v > a$  – со значительной скоростью смеси.

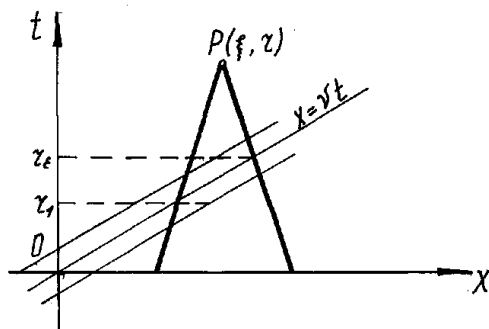


Рис. 1

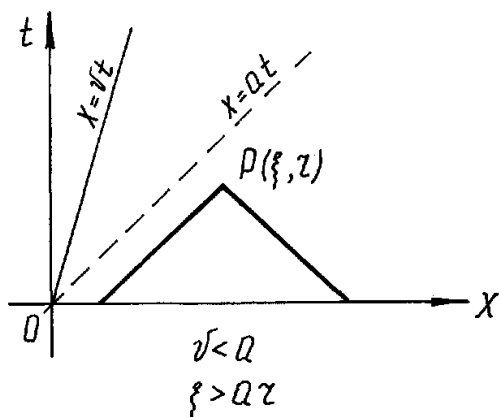


Рис. 2

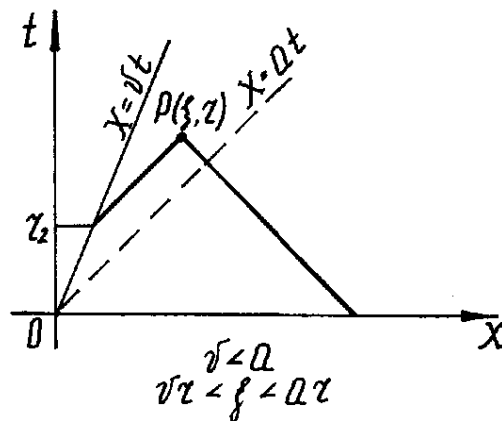


Рис. 3

В первом случае (рис.2) при  $\xi > ar$  прямая не пересекает треугольник и  $r=0$  (смесь не достигла еще точки  $\xi$ ).

При

$$vr < \xi < ar$$

точка  $\xi$  находится впереди источника (рис. 3), но смесь уже ее достигла  $r_1 = 0$ , а  $r_2$  есть ордината точки пересечения прямой

$$x = vt \quad (11)$$

с характеристикой

$$x - \xi = a(t - r) \quad (12)$$

Из уравнений (11) и (12) находим:

$$r_2 = \frac{ar - \xi}{a - v} \quad (13)$$

При

$$-ar \leq \xi < vt \quad (14)$$

смесь прошла мимо точки  $\xi$  и находится впереди ее (рис.4),  $r_1 = 0$ , а  $r_2$  есть ордината точки пересечения прямой  $x = vt$  с характеристикой

$$x - \xi = -a(t - r) \quad (15)$$

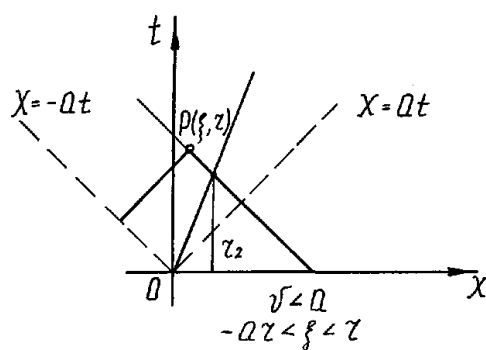


Рис. 4

Решение уравнений прямой и (15) определяется:

$$r_2 = \frac{ar + \xi}{a + v}.$$

Таким образом, при малых скоростях решение имеет вид:

$$u(\xi; r) = \begin{cases} 0 & (\xi < -ar), \\ \frac{\varepsilon}{a} \int_0^{\frac{ar+\xi}{a+v}} F(t) dt & (-ar < \xi < vr), \\ \frac{\varepsilon}{a} \int_0^{\frac{ar-\xi}{a-v}} F(t) dt & (vr < \xi < ar), \\ 0 & (ar < \xi). \end{cases}$$

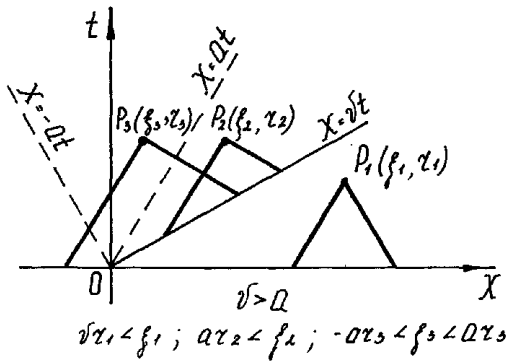


Рис. 5

При высоких скоростях  $u = 0$  (рис.5), когда

$$\xi > vr$$

с ординатой  $ar < \xi < vr_1$  – ордината точек пересечения прямых

$$x = vt$$

и

$$x - \xi = a(t - r),$$

а  $r_2$  прямых:

$$x = vt$$

и

$$x - \xi = a(t - r).$$

В этом случае:

$$r_1 = \frac{ar - \xi}{a - v}, \quad r_2 = \frac{ar - \xi}{a - v}.$$

При

$$-ar < \xi < ar, \quad r_1 = 0$$

и

$$r_2 = \frac{ar + \xi}{a + v}.$$

Тогда

$$u(\xi; r) = \begin{cases} 0 & (\xi < -ar), \\ \frac{\varepsilon}{a} \int_0^{\frac{ar+\xi}{a+v}} F(t) dt & (-ar < \xi < vr), \\ \frac{\varepsilon}{a} \int_0^{\frac{ar-\xi}{a-v}} F(t) dt & (vr < \xi < ar), \\ 0 & (ar < \xi). \end{cases}$$

При гармоническом колебании с частотой  $\omega$ :

$$F(t) = A \cos \omega t. \quad (16)$$

Тогда при малых скоростях обрабатываемой смеси имеем:

$$u(\xi; r) = \begin{cases} 0 & (\xi < -ar), \\ \frac{A\varepsilon}{a\omega} \sin \omega \frac{ar + \varepsilon}{a + v} & (-ar < \xi < vr), \\ \frac{A\varepsilon}{a\omega} \sin \omega \frac{ar - \varepsilon}{a - v} & (vr < \xi < ar), \\ 0 & (ar < \xi). \end{cases}$$

Таким образом, при  $\xi > 0$  начинает появляться обрабатываемая смесь, с момента  $\frac{\xi}{v}$  с частотой  $\omega \frac{a}{a - v}$ .

С момента  $\frac{\xi}{v}$ , когда смесь удаляется

от лопатки, имеет частоту  $\omega \frac{a}{a + v}$ .

При больших скоростях перемещения

смеси отходов и газа в виде пара, а также на выходе потока приближение к очередной лопатке осуществляется при  $\left( u = 0, \quad r < \frac{\xi}{v} \right)$ . После прохождения через очередную лопатку она воспринимает наложение двух разных частот:

$$u = \frac{A\varepsilon}{a\omega} \left[ \sin \omega \frac{ar + \xi}{a + v} - \sin \omega \frac{ar - \xi}{a - v} \right].$$

Таким образом, определено физико-математическое состояние смеси из текстильных отходов и газа при движении от лопатки к лопатке, вращающихся с различными скоростями, и модели колеба-

тельной системы с разными частотами, воздействующих на смесь с начальной и конечной деформацией и скоростью в этом промежутке, что, в конечном случае, определяет эффект регенерации отходов от вида продукции.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Младов А.Т. Системы дифференциальных уравнений и устойчивость движения по Ляпунову. – М.: Высшая школа, 1966.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 01.02.08.