

## О НАРУШЕНИИ СВЯЗЕЙ МЕЖДУ СТЕБЛЯМИ ПРИ СЛОЕУТОНЕНИИ НА СЛОЕФОРМИРУЮЩЕЙ МАШИНЕ\*

С.Е. МАЯНСКИЙ

(Костромской государственной технологической университет)

Одним из факторов, отрицательно влияющих на процесс слоеутонаения, является наличие механических связей (сцепленности) между стеблями, образующими слой. Сцепленность стеблей льна как в вершинной, так и в комлевой частях способствует росту угловой дезориентации и растянутости стеблей в слое при выходе из машины, что ведет к уменьшению выхода трепаного льна.

Для повышения эффективности способа слоеутонаения при помощи зубчатых дисков за счет уменьшения величины сцепленности между стеблями возможно использование их механических колебаний в процессе слоеутонаения [1].

Для теоретического изучения явлений, имеющих место при колебаниях стеблей, будем исходить из того, что при движении в утоняющем механизме слой стеблей примерно в середине удерживается зубчатыми дисками, на некотором расстоянии от плоскостей дисков контактирует с направляющими ползками, а концы стеблей при этом являются свободными (за исключением сцепленности друг с другом).

Исследуем, в первом приближении, собственные колебания половины одного стебля согласно схеме на рис. 1 – расчет-

ная схема собственных колебаний стебля в механизме слоеутонаения.

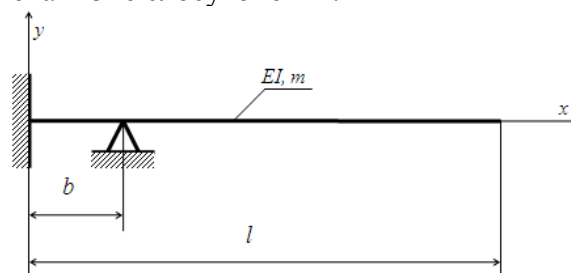


Рис. 1

В этой схеме: половина стебля условно принята за стержень длиной  $l$  с равномерно распределенной массой  $m = \text{const}$  и с постоянной изгибной жесткостью  $EI = \text{const}$ ; взаимодействие стебля с зубчатым диском рассматривается как защемление; опора соответствует линии утонаения, то есть взаимодействию стебля с направляющим ползком, отстоящим от диска на расстояние  $b$ .

Дифференциальное уравнение свободных поперечных колебаний стержня имеет вид [2]:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} + \frac{EI}{m} \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = 0. \quad (1)$$

\*Работа выполнена под руководством д.т.н., проф. Е.Л.Пашина

Используя метод Фурье, частное решение уравнения (1) ищем в виде произведения двух функций  $y=X(x) T(t)$ . В результате приходим к двум уравнениям:

$$\frac{d^2 T}{dt^2} + p^2 T = 0, \quad (2)$$

$$\frac{d^4 X}{dx^4} - \frac{mp^2}{EI} X = 0. \quad (3)$$

Первое уравнение указывает на то, что движение носит колебательный характер с частотой  $p$ . Второе уравнение определяет форму колебаний. Из него также находятся частоты собственных колебаний стержня.

Решение уравнения (3) имеет вид:

$$X = C_1 S(\alpha x) + C_2 T(\alpha x) + C_3 U(\alpha x) + C_4 V(\alpha x), \quad (4)$$

где  $C_1, C_2, C_3, C_4$  – постоянные интегрирования;  $S, T, U, V$  – комбинации круговых и гиперболических функций, введенных А.Н.Крыловым [3];  $\alpha = \sqrt[4]{\frac{mp^2}{EI}}$  – корень уравнения частот.

Для определения собственных частот и форм колебаний используем граничные условия, учитывая, что рассматриваемый стержень имеет два участка, слева и справа от опоры.

В точках сопряжения двух участков (на промежуточной опоре) будут [4] одинаковые прогибы  $X_{\text{прав}} = X_{\text{лев}}$ , углы поворота касательной  $X'_{\text{прав}} = X'_{\text{лев}}$ , а также изгибающие моменты и пропорциональные им вторые производные от смещений  $X''_{\text{прав}} = X''_{\text{лев}}$ . Поперечные силы для правого и левого участков отличаются на величину опорной реакции  $R$ :  $EI X'''_{\text{прав}} = EI X'''_{\text{лев}} + R$ . Все условия сопряжения участков выполняются, если принять, при общем для обоих участков начале отсчета, что:

$$X_{\text{прав}} = X_{\text{лев}} + \frac{R}{\alpha^3 EI} V[\alpha(x-b)]. \quad (5)$$

Величина реакции  $R$ , как еще одна неизвестная, может быть определена из условия равенства нулю прогиба стержня над опорой.

Для определения постоянных интегрирования используем сначала граничные условия на левом (защемленном) конце балки:

$$X(0) = 0; \quad X'(0) = 0. \quad (6)$$

Из уравнения (4) находим:  $C_1 = 0, C_2 = 0$ , и для левого участка стержня при  $x < b$  получим:

$$X = C_3 U + C_4 V. \quad (7)$$

Для правого участка в соответствии с (5) имеем (при  $x > b$ ):

$$X = C_3 U + C_4 V + \frac{R}{\alpha^3 EI} V[\alpha(x-b)]. \quad (8)$$

Величины постоянных  $C_3, C_4$  и реакции  $R$  определим из следующих условий: при  $x=b$  (на опоре)

$$X=0; \quad (9)$$

при  $x=l$  (на свободном конце)

$$X'' = 0, X''' = 0. \quad (10)$$

Подставляя (9) и (10) в (7) и (8), получаем три уравнения:

$$\begin{aligned} 0 &= C_3 U(\alpha b) + C_4 V(\alpha b), \\ 0 &= C_3 S(\alpha \ell) + C_4 T(\alpha \ell) + \frac{R}{\alpha^3 EI} T[\alpha(\ell-b)], \\ 0 &= C_3 V(\alpha \ell) + C_4 S(\alpha \ell) + \frac{R}{\alpha^3 EI} S[\alpha(\ell-b)]. \end{aligned}$$

Эта система трех однородных уравнений может иметь отличные от нуля решения только в том случае, когда ее определитель будет равен нулю:

$$D(\alpha\ell) = \begin{vmatrix} U(\alpha b) & V(\alpha b) & 0 \\ S(\alpha\ell) & T(\alpha\ell) & T[\alpha(\ell-b)] \\ V(\alpha\ell) & S(\alpha\ell) & S[\alpha(\ell-b)] \end{vmatrix} = 0. \quad (11)$$

Раскрывая определитель (11), получаем уравнение частот собственных колебаний стержня:

$$U(\alpha b)T(\alpha\ell)S[\alpha(\ell-b)] + V(\alpha\ell)V(\alpha b)T[\alpha(\ell-b)] = U(\alpha b)S(\alpha\ell)T[\alpha(\ell-b)] + S(\alpha\ell)V(\alpha b)S[\alpha(\ell-b)]. \quad (12)$$

Учитывая, что  $b=k\ell$  ( $0 < k < 1$ ), пере- пишем (12):

$$\begin{aligned} & U(k\alpha\ell) T(\alpha\ell) S[\alpha\ell(1-k)] + V(\alpha\ell) V(k\alpha\ell) T[\alpha\ell(1-k)] = \\ & = U(k\alpha\ell) S(\alpha\ell) T[\alpha\ell(1-k)] + S(\alpha\ell) V(k\alpha\ell) S[\alpha\ell(1-k)]. \end{aligned} \quad (13)$$

Корни  $(\alpha\ell)_i$  этого уравнения можно найти при помощи табулированных значений функций А.Н.Крылова [3].

Для удобства автоматизированного расчета приведем (13) к виду:

$$\begin{aligned} & [\operatorname{ch}(k\alpha) \operatorname{sh}\alpha - \cos(k\alpha) \operatorname{sh}\alpha + \operatorname{ch}(k\alpha) \sin\alpha - \cos(k\alpha) \sin\alpha] \{ \operatorname{ch}[\alpha(1-k)] + \cos[\alpha(1-k)] \} + \\ & + [\operatorname{sh}\alpha \operatorname{sh}(k\alpha) - \sin\alpha \operatorname{sh}(k\alpha) - \operatorname{sh}\alpha \sin(k\alpha) + \sin\alpha \sin(k\alpha)] \{ \operatorname{sh}[\alpha(1-k)] + \sin[\alpha(1-k)] \} = \\ & = [\operatorname{ch}(k\alpha) \operatorname{ch}\alpha - \cos(k\alpha) \operatorname{ch}\alpha + \operatorname{ch}(k\alpha) \cos\alpha - \cos(k\alpha) \cos\alpha] \{ \operatorname{sh}[\alpha(1-k)] + \sin[\alpha(1-k)] \} + \\ & + [\operatorname{ch}\alpha \operatorname{sh}(k\alpha) + \operatorname{sh}(k\alpha) \cos\alpha - \operatorname{ch}\alpha \sin(k\alpha) - \cos\alpha \sin(k\alpha)] \{ \operatorname{ch}[\alpha(1-k)] + \cos[\alpha(1-k)] \}. \end{aligned} \quad (14)$$

Частоты собственных колебаний стебля находим по формуле:

$$p_i = (\alpha\ell)_i^2 \sqrt{\frac{EI}{m\ell^4}} \quad (i = 1, 2, 3, \dots). \quad (15)$$

Проведенные исследования показывают, что частоты собственных колебаний стебля в рассматриваемом механизме слоеутонения зависят как от длины, погонной массы стебля, его изгибной жесткости, так и от расположения линии утонения.

Вместе с тем, слой стеблей представляет собой плохо организованную структуру, в которой совершенно случайным образом могут рядом оказаться стебли различной длины, жесткости и массы. В связи с этим будут отличаться не только частоты собственных колебаний стеблей, но и амплитуды их вынужденных колебаний при кинематическом или силовом возбуждении. Это, вероятно, будет способствовать на-

рушению связей (сцепленности) между стеблями в слое и улучшению процесса слоеутонения.

## ВЫВОДЫ

1. Проведено, в первом приближении, обоснование возможности использования механических колебаний слоя стеблей льняной тресты непосредственно в процессе слоеутонения на слоеформирующей машине.

2. Выполнены теоретические исследования собственных колебаний стебля, находящегося в зоне утонения. Показано, что частоты собственных колебаний стеблей могут отличаться друг от друга.

3. При возбуждении вынужденных колебаний амплитуды перемещений соприкасающихся точек соседних стеблей в слое будут различны, что будет способствовать снижению сцепленности между ними.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Левин В.Б.* Экспериментальное исследование процесса утонения слоя льняной тресты // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1964, № 4. С.29...33.

2. *Пановко Я.Г.* Основы прикладной теории колебаний и удара. – Л.: Машиностроение, 1976.

3. *Ананьев И.В., Егоршева Н.И.* Табулированные значения комбинаций круговых и гиперболических функций. – М.: Машиностроение, 1974.

4. *Пономарев С.Д. и др.* Расчеты на прочность в машиностроении. – Т. 3. – М.: Машгиз, 1959.

Рекомендована кафедрой теоретической механики и сопротивления материалов. Поступила 30.06.08.

---