УДК 687.054

ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ТЕПЛОФИЗИЧЕСКИХ ПРОЦЕССОВ ВЛАЖНО-ТЕПЛОВОЙ ОБРАБОТКИ ПРИ ДИНАМИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ НА ПОЛУФАБРИКАТ

А.А. ЧЕРЕПЕНЬКО, А.П. ЧЕРЕПЕНЬКО

(Орловский государственный технический университет, Орловский государственный университет)

Для улучшения качества влажно-тепловой обработки (ВТО) в последнее время используется динамическое воздействие на полуфабрикат (виброформование).

При этом одновременно с виброформованием объект обработки пропаривается технологическим паром, воздействуя на него теплом, что обусловливает теоретические исследования данного процесса.

Для описания теплофизических процессов при динамическом воздействии на полуфабрикат рассматриваем область Q, являющуюся параллелепипедом [1].

Представим, что участок ткани находится в трехмерной области Q, $x=(x_1,x_2,x_3)$ и имеет плотность $\rho(x)$, теплоемкость c(x), коэффициент теплопроводности $k(x)$.Тогда уравнение теплового баланса в Q_1 имеет вид:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{Q_1} q(x,t)dx - \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{\partial Q_1} k(x)\frac{\partial u}{\partial n} dS = \int_{Q_1} c(x)\rho(x)(u(x,t_2)-u(x,t_1))dx, \quad (1)$$

где Q_1 – некоторая подобласть Q, ∂Q_1 – граница области Q_1; $u(x,t)$ - температура в точке $x \in Q$ в момент времени t; n - внешняя нормаль к ∂Q_1; $-\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{\partial Q_1} k(x)\frac{\partial u}{\partial n} dS$ – количество тепла, проходящее через границу ∂Q_1 в область Q за промежуток времени (t_1,t_2), $t_0 \le t_1 < t_2$,

Если в области Q имеются тепловые источники с известной плотностью $q(x,t)$, то приращение количества тепла в Q_1 за промежуток времени (t_1,t_2), $t_0 \le t_1 < t_2$ равно:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{Q_1} q(x,t)dx - \int_{t_1}^{t_2} dt \int_{\partial Q_1} k(x)\frac{\partial u}{\partial n} dS.$$

Используя формулу Остроградского, получим:

$$\int_{t_1}^{t_2} dt \int_{Q_1} [c(x)\rho(x)\frac{\partial u}{\partial t} - \mathrm{div}(k(x)\nabla u) - q(x,t)]dx = 0 .$$

Данное соотношение приводит к дифференциальному уравнению в частных производных:

$$c(x)\rho(x)\frac{\partial u}{\partial t} = \mathrm{div}(k(x)\nabla u) + q(x,t). \quad (2)$$

Пусть температура среды вне области Q равна $u_0(x,t)$,а плотность теплового потока через границу ∂Q пропорциональна разности температур $u_{|_{\partial Q}}$ и $u_{0|_{\partial Q}}$, тогда граничное условие имеет вид:

$$k\frac{\partial u}{\partial n} + k_1\, u_{|\partial Q_1} = k_1\, u_{0|\partial Q_1};\ u_{|\partial Q_2} = T_1;\ u_{|\partial Q_3} = T_2, \tag{3}$$

где $k_1(x)$ – коэффициент теплообмена тела с окружающей средой; $\partial Q_1, \partial Q_2, \partial Q_3$ – различные участки поверхности тела.

Решая задачу методом Фурье, определяем собственные функции оператора Лапласа:

$$\Delta u = \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial^2 x_1^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial^2 x_2^2} + \frac{\partial^2 \tilde{u}}{\partial^2 x_3^2} = \lambda \tilde{u}, \quad k\frac{\partial \tilde{u}}{\partial n} + k_1\, \tilde{u}_{|\partial Q_1} = k_1\, u_{0|\partial Q_1},\ \tilde{u}_{|\partial Q_2} = T_1,\ \tilde{u}_{|\partial Q_3} = T_2. \tag{4}$$

В рассматриваемом случае граница области Q состоит из прямоугольников:

$$\Pi_{z1} = \{z=0; 0 \le x \le a; 0 \le y \le b\};\ \Pi_{z2} = \{z=h; 0 \le x \le a; 0 \le y \le b\}, \tag{5}$$

$$\Pi_{y1} = \{y=0; 0 \le x \le a; 0 \le z \le h\};\ \Pi_{y2} = \{y=b; 0 \le x \le a; 0 \le z \le h\}, \tag{6}$$

$$\Pi_{x1} = \{x=0; 0 \le y \le b; 0 \le z \le h\};\ \Pi_{x2} = \{x=a; 0 \le y \le b; 0 \le z \le h\}. \tag{7}$$

Тогда граничные условия принимают вид:

$$u_{|\Pi_{z1}} = T_1;\ \left(k\frac{\partial u}{\partial z} + k_1 u -\right)_{|\Pi_{z2}} = k_1 u_{0\ |\Pi_{z2}}, \tag{8}$$

$$\left(-k\frac{\partial u}{\partial y} + k_1\, u\right)_{|_{\Pi_{y1}}} = k_1\, u_{0|_{\Pi_{y1}}};\ \left(k\frac{\partial u}{\partial y} + k_1\, u\right)_{|_{\Pi_{y2}}} = k_1\, u_{0|_{\Pi_{y2}}}, \tag{9}$$

$$\left(-k\frac{\partial u}{\partial x} + k_1\, u\right)_{|_{\Pi_{\kappa 1}}} = k_1\, u_{0|_{\Pi_{\kappa 1}}};\ \left(k\frac{\partial u}{\partial x} + k_1\, u\right)_{|_{\Pi_{x2}}} = k_1\, u_{0|_{\Pi_{x2}}}. \tag{10}$$

При определении собственных функций граничной задачи по координате z получим:

$$u_3^{//}(z) - \lambda_3 u_3(z) = 0;\ u_3^{//}(z) + \omega^2 u_3(z) = 0,\ u_3(z) = C_1\cos(\omega z) + C_2 \sin(\omega z),$$

$$u_3(0) = 0 \Rightarrow C_1 = 0;\ ku_3'(h) + k_1 u_3(h) = 0 \Rightarrow k\omega\cos(\omega h) + k_1\sin(\omega h) = 0 \Rightarrow \mathrm{tg}(\omega h) = -\frac{k\omega}{k_1}. \tag{11}$$

Затем определяют собственные значения граничной задачи:

$$\omega_{13}, \omega_{23}, ..., \omega_{n3}, ... \Rightarrow \lambda_{3n} = -\omega_{n3}; n = 1, 2, 3, ... \quad (12)$$

Собственные функции описываются уравнением:

$$u_{3n}(z) = \sin(\omega_{3n} z); n = 1, 2, ... \quad (13)$$

При вычислении функции Грина учитывают, что:

$$G_{3n}(z) = \sin(\omega_{3n} z); n = 0, 1, 2, ...$$

Решение краевой задачи при виброформовании деталей швейных изделий производят посредством формулы:

$$u(x, y, z, t) = u_0 + \int_Q G(x, y, z, x_1, y_1, z_1, t, 0)\varphi(x_1, y_1, z_1)\, dx_1 dy_1 dz_1 +$$

$$+\tilde{T}_1 \int_0^t d\tau \int_{\Pi_{z_1}} \frac{\partial G(x, y, z, x_1, y_1, 0, t, \tau)}{\partial z}\, dx_1 dy_1, \quad (14)$$

где $\varphi(x, y, z) = \frac{h - z}{h}\tilde{T}_1 + \frac{z}{h}\tilde{T}_2$.

Представленное выше математическое описание теплофизических процессов при виброформовании полуфабриката позволяет оптимизировать соответствующие параметры, а расчет производится на ПК.

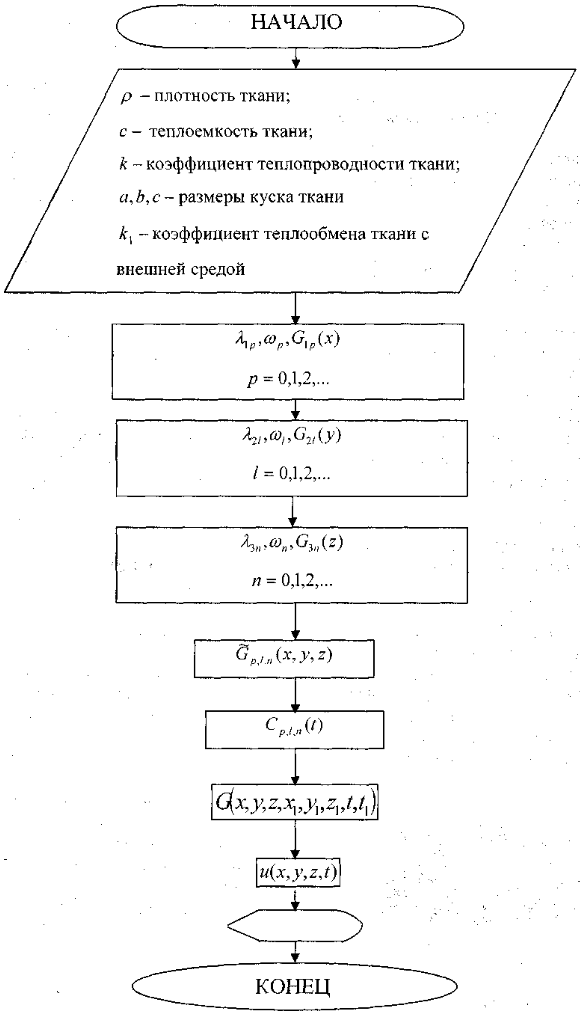

Рис. 1

На рис. 1 представлен алгоритм расчета тепловых параметров теплофизических процессов при виброформировании изделия.

В результате решения полученных уравнений с использованием кубических сплайнов получают зависимости динамики распределения температуры по толщине пакетов тканей при виброформовании участков полуфабриката.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Черепенько А.А., Черепенько А.П.* Теоретические основы процесса перевода волокон тканей в высокоэластическое состояние при влажно-тепловой обработке // Индустрия дизайна и технологии. Алматы – 2008. № 4. С. 11…17.

Рекомендована кафедрой технического машиностроения и конструкторско-технологической информатики Технологического института ОрелГТУ. Поступила 29.01.09.