

## МЕХАНИЗМ ОБРАЗОВАНИЯ ПЕРИОДИЧЕСКОЙ НЕРОВНОТЫ В ПНЕВМОМЕХАНИЧЕСКОЙ ПРЯЖЕ

Г.В. БАШКОВА, А.П. БАШКОВ, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Периодическая неровнота пневмомеханической пряжи является причиной образования характерного брака ткани – муарового эффекта. Механизм ее возникновения может быть следующий. Микрочастицы и сорные примеси, скрепленные содержащимися в волокнистой массе восковыми и жировыми примесями, образуют в волокнистом желобе ротора "первоосадок" в виде локальных возвышений – бугорков, которые под воздействием центробежных сил довольно прочно прикрепляются к поверхности ротора обычно в том месте, где имеются локальные шероховатости.

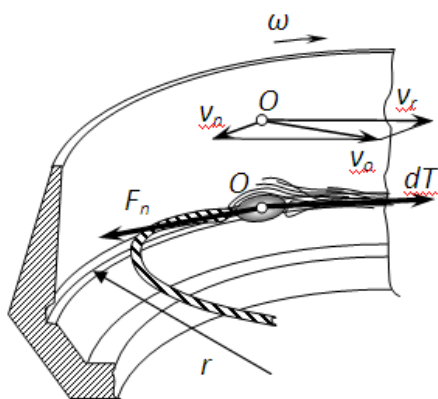


Рис. 1

Формируемый в желобе волокнистый клин (рис. 1 – схема образования волновых возмущений, вносимых единичным отложением в роторе), скручиваясь, выводится из камеры со скоростью  $v_n$ . В противоположную сторону со скоростью  $v_r = \pi r \omega$  вместе с точкой  $O$  поверхности ротора движется бугорок первоосадка, который с относительной скоростью  $\bar{v}_o = \bar{v}_r - \bar{v}_n$  ударяет по волокнистому клину, внося в него возмущения, сдвигая и изгибая волокна. Перед бугорком первоосадка по ходу волокнистого клина образуется сгущение волокон, позади него – разрежение, поскольку

ку только часть волокон преодолевает это препятствие. При этом за счет сил трения и адгезии с жировым первоосадком на нем остается часть микрочастиц и восковых включений, выпавших из волокна при возмущении, образуя отложение. Отложение увеличивается в размерах, а разница между утолщениями волокнистого клина перед ним и утонениями после него увеличивается. Пряжа при этом получает периодические колебания линейной плотности с длиной волны, кратной длине окружности ротора. С ростом отложений амплитуда колебаний увеличивается, усиливается и муаровый эффект. По мере накопления волокон перед осадком возникает момент, когда они перескакивают за бугорок, образуя в пряже узелки и шишки. Это происходит, когда силы трения сцепления между скопившимися волокнами позволяют преодолеть силу трения скольжения волокон об осадок  $T$  за счет тянущего усилия нити  $F_n$  (рис. 1). Если эта сила трения при развитой поверхности осадка становится больше, чем прочность волокнистого клина в начальной стадии кручения, происходит обрыв пряжи. В результате обязательной чистки ротора при ликвидации обрыва осадок удаляется, а описанный процесс возобновляется. В предельном случае, что происходит крайне редко, возможна самоочистка ротора. Это наблюдается при равенстве сил трения в парах конгломерат осадка–стенка ротора, волокнистый клин–осадок. В теле пряжи при этом также образуется шишка. Очевидно, уменьшить интенсивность отложений за счет самоочистки можно специальной обработкой внутренней поверхности ротора, снижающей коэффициент трения скольжения.

Описанная технологическая система может быть интерпретирована как нелинейная колебательная система второго по-

рядка. Поскольку все отложения сосредоточены в волокносорборном желобе, то есть вытянуты в одну линию, систему можно описать волновыми уравнениями для одномерного случая.

В общем случае уравнение колебаний линейной плотности волокнистого клина может быть записано в следующем виде [1]:

$$g \frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = \operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad} u) - qu + F(t, x_1, \dots, x_n), \quad (1)$$

где  $u$  – амплитуда колебаний, то есть отклонение от заданной линейной плотности продукта, определяемая функцией  $u(t, x_1, \dots, x_n)$ ;  $g$ ,  $q$  и  $p$  – действительные положительные числа, зависящие от свойств волокнистого продукта (волокнистого клина);  $F(t, x_1, \dots, x_n)$  – интенсивность внешнего воздействия.

Поскольку в данной колебательной системе

$$\operatorname{div}(p \cdot \operatorname{grad} u) = \sum_{i=1}^n \frac{\partial}{\partial x_i} \left( \frac{\partial u}{\partial x_i} \right), \quad (2)$$

то выражение (1) является неоднородным гиперболическим дифференциальным уравнением и для одномерного случая запишется в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + F(t, x). \quad (3)$$

где  $\lambda_1, \dots, \lambda_k, \dots, \lambda_n$  – собственные значения оператора  $L = a^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ ;  $f(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n)$  – соответствующие собственные функции, определяемые равенством  $Lf_k = a^2 \lambda_k f_k$ , действующим в пространстве  $s$ , то есть  $(x_1, \dots, x_k, \dots, x_n) \in s$ ;  $a_k = \int_s u_0 f_k dx$ ;

Ранее [2] было определено, что масса отложений, а следовательно, и интенсивность внешнего воздействия, определяется зависимостью:

$$F(t) = C + ae^{-\frac{b}{t}}, \quad (4)$$

где  $a$  – величина, связанная с коэффициентом трения и площадью взаимодействия отложения с волокнистым клином. Она связывает массу отложений  $m$  с возмущающей силой  $F(t)$ ;  $b$  – коэффициент, зависящий от содержания в питающей ленте пыли, сорных примесей и от технологических параметров прядильной камеры;  $C$  – постоянное число, связанное с линейной плотностью продукта.

Для упрощения модели рассмотрим единичное отложение, которое за один оборот ротора действует как отдельный импульс, что в реальности чаще всего и бывает. Тогда выражение (3) с учетом (4) можно записать в следующем виде:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = C + a^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + ae^{-\frac{b}{t}}. \quad (5)$$

Уравнения подобного вида (5) решаются методом Фурье. Формальное решение имеет вид:

$$u(t, x_1, \dots, x_n) = \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \cos \sqrt{\lambda_k} t + b_k \sin \sqrt{\lambda_k} t + \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_0^1 c_k \sin \sqrt{\lambda_k} t dt \right\} f_k, \quad (6)$$

$$b_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_s u_1 f_k dx,$$

$$c_k(t) = \int_s F(t) dx = \int_s F(t) \pi \omega dt. \quad (7)$$

Подставив в выражение (6) формулу (4), получим:

$$c_k(t) = C + \int_a^b \pi r \omega dt = C + \pi r \omega b e^{-\frac{b}{t}}. \quad (8)$$

Каждый член ряда, от 1-го до n-го, определяет гармоническое колебание с амплитудой  $f_k \sqrt{a_k^2 + b_k^2}$  и частотой  $\sqrt{\lambda_k}$ . При начальных условиях  $u|_{t=0} = u_0(x)$ ,  $\frac{\partial u}{\partial t}|_{t=0} = u_1(x)$  и краевых ус-

ловиях  $u|_{x=0} = u|_{x=1} = C$  собственные значения дифференциального оператора будут:

$$\lambda_k = \left( \frac{\pi k a}{\ell} \right)^2 = \left( \frac{k a}{2r} \right)^2, \quad (9)$$

где  $\ell$  – длина окружности ротора, определяемая как  $\ell = 2\pi r$ ;  $k = 1, 2, \dots, n$ .

Собственная функция будет:

$$f_k(x) = \sqrt{\frac{2}{\ell}} \sin \frac{\pi k x}{\ell} = \sqrt{\frac{1}{\pi r}} \sin \frac{k x}{2r}. \quad (10)$$

При этом

$$a_k = \int_a^b u_0 f_k dx = -C \sqrt{\frac{1}{\pi r}} \frac{2r}{k} \cos \frac{k x}{2r} = -2C \frac{1}{k} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k x}{2r}, \quad (11)$$

$$b_k = \frac{1}{\sqrt{\lambda_k}} \int_a^b u_1 f_k dx = C \frac{4r}{k^2 a} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k x}{2r}. \quad (12)$$

Тогда формальное решение можно за-

писать в виде следующего ряда:

$$u(t, x) = \sqrt{\frac{1}{\pi r}} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ a_k \cos \frac{k a}{2r} t + b_k \sin \frac{k a}{2r} t + \frac{2r}{k a} \int_0^t C + \pi r \omega b e^{-\frac{b}{t}} \sin \frac{k a}{2r} t dt \right\} \sin \frac{k x}{\pi r} =$$

$$\sqrt{\frac{1}{\pi r}} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ -2C \frac{1}{k} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k x}{2r} \cos \frac{k a}{2r} t + C \frac{4r}{k^2 a} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k x}{2r} \sin \frac{k a}{2r} t + \frac{C 2r}{k a} - \right.$$

$$\left. - \frac{2r}{k a} \pi r \omega b \frac{e^{-\frac{b}{t}}}{\left( \frac{b}{t} \right)^2 + \left( \frac{k a}{2r} \right)^2} \left( \frac{b}{t} \sin \frac{k a}{2r} t + \frac{k a}{2r} \cos \frac{k a}{2r} t \right) \right\} \sin \frac{k x}{\pi r}. \quad (13)$$

Поскольку,  $x = \pi r \omega t$ ,  $a = \frac{x}{\pi r}$ ,

то уравнение (13) можно записать как

$$u(t) = \sqrt{\frac{1}{\pi r}} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ C \frac{4r}{k^2 a} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k \pi \omega t}{2} \sin \frac{k a}{2r} t + \frac{C 2r}{k a} - 2C \frac{1}{k} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{k \pi \omega t}{2} \cos \frac{k a}{2r} t - \right.$$

$$\left. - \frac{2r}{k a} \pi r \omega b \frac{e^{-\frac{b}{t}}}{\left( \frac{b}{t} \right)^2 + \left( \frac{k a}{2r} \right)^2} \left( \frac{b}{t} \sin \frac{k a}{2r} t + \frac{k a}{2r} \cos \frac{k a}{2r} t \right) \right\} \sin \omega t \quad (14)$$

или

$$u(x) = \sqrt{\frac{1}{\pi r}} \sum_{k=1}^{\infty} \left\{ C \frac{4r}{ka} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{kx}{2r} \sin \frac{kax}{2\pi r^2 \omega} + \frac{C2r}{ka} - 2C \frac{1}{k} \sqrt{\frac{r}{\pi}} \cos \frac{kx}{2r} \cos \frac{kax}{2\pi r^2 \omega} - \right. \\ \left. - \frac{2r}{k} \pi r \omega b \frac{e^{-\frac{b\pi r \omega}{x}}}{\left(\frac{b\pi r \omega}{x}\right)^2 + \left(\frac{ka}{2r}\right)^2} \left( \frac{b\pi r \omega}{x} \sin \frac{kax}{2\pi r^2 \omega} + \frac{ka}{2r} \cos \frac{kax}{2\pi r^2 \omega} \right) \right\} \sin \frac{x}{\pi r}. \quad (15)$$

График функции (15), построенный с использованием математического приложения Origin 6.1 при  $r=0,034$  м;  $\omega=1500$  с<sup>-1</sup>;  $b=1,67$ ;  $a=21$  [2];  $C=4,0$ ;  $k=10$ , приведен на

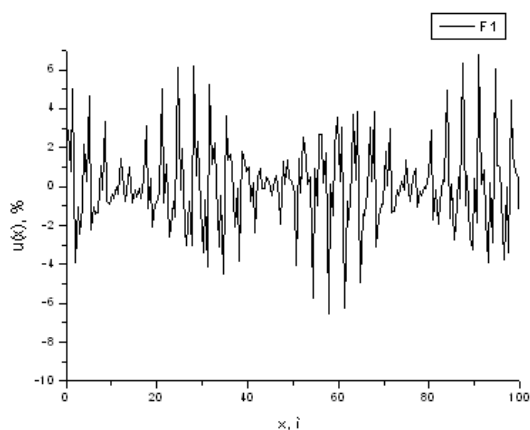


Рис. 2

С помощью преобразований Фурье функции (15) в том же программном продукте была получена спектрограмма колебаний линейной плотности пряжи, вызванных единичным отложением в роторе (рис. 3), из которой видно, что длина волны преобладающих колебаний кратна длине окружности ротора ( $\lambda_1=0,22$  м;  $\lambda_2=0,88$  м). Волна, длиной большей окружности ротора, образуется при наложении утолщенных мест волокнистого клина друг на друга при вращении ротора. Это согласуется с экспериментальными данными работы [3]. Как видно из выражения (15), амплитуда колебаний увеличивается с ростом частоты вращения ротора и уменьшением его диаметра. Судя по выражению (15) и результатам эксперимента [3], влияние массы отложений на относительную амплитуду  $\delta_i$  с течением времени увеличивается, сглаживаясь по экспоненциальному закону (рис. 4 – влияние времени накопления отложений на относительную ампли-

рис. 2 (диаграмма колебаний линейной плотности пряжи, вызванных единичным отложением в роторе).

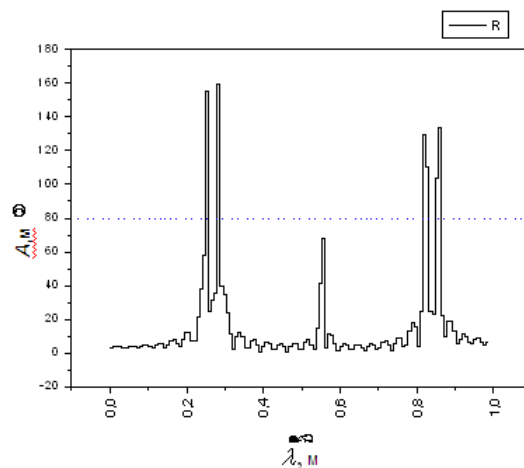


Рис. 3

туду  $\delta_i$  колебаний линейной плотности пряжи).

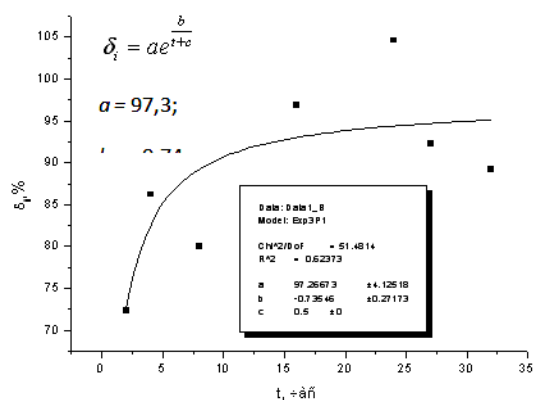


Рис. 4

## ВЫВОДЫ

Получена имитационная модель образования неровноты пневмомеханической пряжи за счет отложений в прядильном роторе, позволяющая прогнозировать ка-

чество пряжи в зависимости от технологических параметров прядильной камеры и времени накопления отложений.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. *Бронштейн И.Н.* Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986.

2. *Башкова Г.В.* Влияние воздушных потоков на сороотложения в прядильном роторе // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2008, № 5.

3. *Башкова Г.В.* Обоснование режимов чистки прядильных камер с учетом вероятности появления

"муарности" в пряже // Межвуз. сб. науч. тр.: Охрана труда и окружающей среды на предприятиях текстильной и легкой промышленности./ ИГТА. – Иваново, 1998. С. 65...69.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 17.11.08.

---