

## НЕЛИНЕЙНАЯ МОДЕЛЬ ВОЗДЕЙСТВИЯ НА СОРНУЮ ЧАСТИЦУ ПРИ ОЧИСТКЕ ВОЛОКНА \*

Д.А. ЛЕБЕДЕВ, А.Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ, К.Е. ШИРЯЕВ, Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственной технологической университет)

Качество и количество пороков и примесей в волокне определяют его прядильную ценность, выход пряжи из волокна и устойчивость технологического процесса. Чем больше сора и пороков в волокне, тем меньше выход пряжи из волокна, тем менее стабилен технологический процесс.

Для сорных примесей, сосредоточенных в объеме волокнистого материала и способных воспринимать инерцию удара, применимы механические способы очистки, основанные на эффекте удара, при котором пороки и примеси, находящиеся снаружи клочка волокна (или выходящие наружу при его разделении), в силу сообщенной им инерции теряют связь с волокном и вылетают через колосники в угарную камеру.

На стадии проектирования волоконно-очистительной машины необходимо выбрать кинематические параметры очистительной секции, позволяющие максимально эффективно удалять сорные примеси из волокнистой массы. В этой связи исследование динамики процесса воздействия на сорную примесь является важной задачей.

Рассмотрим процесс удаления сорной примеси, находящейся на открытой поверхности пучка волокон. На рис. 1 представлена модель воздействия на сорную примесь: 1 – сорная примесь, 2 – пучок волокна, 3 – рабочий орган.

При создании модели процесса примем следующие допущения.

1. Демпфирующими свойствами волокна пренебрегаем.

2. Жесткость связи сорной примеси с пучком волокон считаем постоянной.

3. Силами сопротивления воздуха и тяжести, действующими на волокно, также пренебрегаем.

4. Расположение сорной частицы на волокне может быть произвольным, однако движение частицы в результате взаимодействия пучка волокон с рабочим органом полагаем прямолинейным в направлении действия ударной нагрузки.

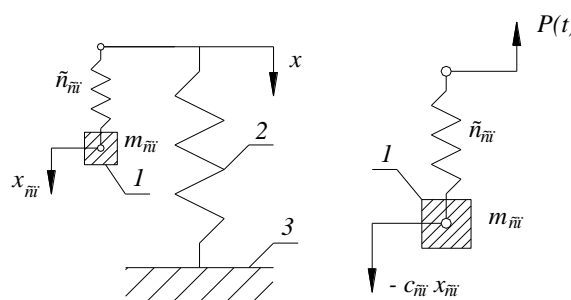


Рис. 1

Дифференциальным уравнением движения сорной примеси при взаимодействии пряди волокон с рабочим органом будет

$$m_{\tilde{m}} \frac{d^2 x_{\tilde{m}}}{dt^2} + c_{\tilde{m}} x_{\tilde{m}} = P(t), \quad (1)$$

где  $m_{\tilde{m}}$  – масса сорной примеси;  $c_{\tilde{m}}$  – коэффициент жесткости связи сорной примеси с прядью волокон;  $P(t)$  – усилие взаимодействия пучка волокон с рабочим органом.

\* Работа выполнена при поддержке гранта Федерального агентства по образованию Российской Федерации в рамках реализации целевой программы "Развитие научного потенциала высшей школы" (2009 – 2010 гг.) по разделу 2.1.2.

Ранее нами была представлена модель воздействия на сорную примесь и описана методика, позволяющая определить силы, действующие на сорные примеси при взаимодействии волокна с рабочим органом, в предположении, что возмущающее усилие  $P(t)$  изменяется по линейному [1] и синусоидальному закону [2].

Для более точного описания процесса необходимо учесть нелинейность изменения характеристики жесткости пучка волокон во взаимодействии.

Известно, что при взаимодействии плотность пучка волокон увеличивается. Вначале работа затрачивается на перемещение волокон относительно друг друга. Промежутки между волокнами уменьшаются, отдельные волокна при этом могут изгибаться. По мере увеличения количества точек соприкосновения волокон все большую роль начинает играть непосредственное сжатие волокон в поперечном направлении. На этой стадии для той же деформации требуется уже значительно большая нагрузка. Таким образом, сжатие пучка волокон следует рассматривать как деформацию упругого элемента с нелинейной зависимостью усилие – деформация.

Усилие взаимодействия будет изменяться по следующему закону [3]:

$$P(x) = kx^a, \quad (2)$$

где  $x$  – деформация волокна;  $k$ ,  $a$  – постоянные опытные коэффициенты, учитывающие свойства волокна (причем  $a \neq 1, a > 0$ ).

Для установления вида функциональной зависимости усилия взаимодействия от времени  $P(t)$ , входящей в правую часть уравнения (1), последуем таким рассуждениям.

Полезная работа, затрачиваемая на процесс деформации пучка волокон при взаимодействии последнего с рабочим органом, определится как

$$A = \int_0^{x_{\max}} P(x) dx, \quad (3)$$

где  $x_{\max}$  – максимальная деформация пучка волокон.

Средняя за время деформации пучка волокон мощность будет:

$$N = \frac{A}{T}, \quad (4)$$

где  $T$  – время нарастания нагрузки.

Элементарная работа сжатия выражается двумя формулами:

$$dA = P dx, \quad (5)$$

или

$$dA = N dt. \quad (6)$$

Приравнявая эти выражения и интегрируя, получим

$$\int P dx = N \int dt. \quad (7)$$

Из выражения, полученного в результате интегрирования, можно найти деформацию пучка волокон как явную функцию времени при условии постоянства мощности.

Так, с учетом (2) запишем (3) в следующем виде:

$$A = k \int_0^{x_{\max}} x^a dx = \frac{kx_{\max}^{a+1}}{a+1}. \quad (8)$$

Средняя мощность будет:

$$N = \frac{A}{T} = \frac{kx_{\max}^{a+1}}{(a+1)T}. \quad (9)$$

Приравнявая элементарные работы и интегрируя, получаем:

$$k \int x^a dx = \frac{kx_{\max}^{a+1}}{(a+1)T} \int dt + \tilde{N}, \quad (10)$$

или

$$x^{a+1} = x_{\max}^{a+1} \frac{t}{T} \quad (11)$$

(постоянная интегрирования  $C=0$ , поскольку при  $t=0$  деформация  $x=0$ ).

Отсюда

$$x = x_{\max} \left( \frac{t}{T} \right)^{\frac{1}{a+1}}. \quad (12)$$

Тогда изменение усилия взаимодействия во времени с учетом (2) будет определяться формулой

$$P(t) = kx_{\max}^a \left( \frac{t}{T} \right)^{\frac{a}{a+1}}. \quad (13)$$

Теперь, подставляя (13) в уравнение (1), получим окончательный вид дифференциального уравнения движения сорной примеси при взаимодействии волокна с рабочим органом:

$$\frac{d^2 x_{\text{м}}}{dt^2} + \frac{c_{\text{м}}}{m_{\text{м}}} x_{\text{м}} = \frac{kx_{\max}^a}{m_{\text{м}} T^{\frac{a}{a+1}}} t^{\frac{a}{a+1}}. \quad (14)$$

Уравнение (14) можно записать в виде:

$$\frac{d^2 x_{\text{м}}}{dt^2} + p^2 x_{\text{м}} = \dot{\Lambda} t^{\alpha}, \quad (15)$$

где  $\dot{\Lambda} = \frac{kx_{\max}^a}{m_{\text{м}} T^{\frac{a}{a+1}}}$ ,  $\alpha = \frac{\dot{\Lambda}}{\dot{\Lambda} + 1}$  – постоянные,

которые могут быть определены на основе экспериментальных данных, например из

[4], [5];  $\delta^2 = \frac{\tilde{n}_{\text{м}}}{m_{\text{м}}}$  – частота собственных

колебаний упругой связи.

Необходимо решить уравнение (15) при следующих условиях:  $A \neq 0$ ;  $\alpha$  – не целое число [3]. Для решения уравнения данного вида используем метод вариации произвольных постоянных.

Общее решение сопровождающего дифференциального уравнения (соответствующего уравнения без правой части) есть

$$x_{\text{м}}(t) = C_1 \cos pt + C_2 \sin pt, \quad (16)$$

где  $C_1$  и  $C_2$  – произвольные постоянные.

Ищем решение уравнения (15) в виде (16), считая теперь  $C_1$  и  $C_2$  неизвестными функциями, удовлетворяющими системе:

$$\begin{cases} C_1' \sin pt + C_2' \cos pt = 0, \\ C_1' p \cos pt - C_2' p \sin pt = \dot{\Lambda} t^{\alpha}. \end{cases} \quad (17)$$

Решением системы являются:

$$C_1' = \frac{A}{p} t^{\alpha} \cos pt, \quad (18)$$

$$C_2' = -\frac{A}{p} t^{\alpha} \sin pt. \quad (19)$$

При не целом  $\alpha$   $C_1$  и  $C_2$  не могут быть найдены интегрированием в квадратурах. Однако, разложив  $\sin pt$  и  $\cos pt$  в ряд, можно доказать равномерную сходимость рядов  $\frac{A}{p} t^{\alpha} \cos pt$  и  $\frac{A}{p} t^{\alpha} \sin pt$  и возможность их почленного интегрирования:

$$\begin{aligned} C_1' &= \frac{A}{p} t^{\alpha} \cos pt = \frac{A}{p} t^{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (pt)^{2n}}{(2n)!} = \\ &= \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A p^{2n-1} t^{2n+\alpha}}{(2n)!}, \end{aligned} \quad (20)$$

откуда

$$C_1 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A p^{2n-1} t^{2n+\alpha+1}}{(2n)!(2n+\alpha+1)} + \tilde{N}_3. \quad (21)$$

Аналогично

$$C_2' = -\frac{A}{p} t^{\alpha} \sin pt = -\frac{A}{p} t^{\alpha} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n (pt)^{2n+1}}{(2n+1)!} = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} A p^{2n} t^{2n+\alpha+1}}{(2n+1)!}, \quad (22)$$

откуда\

$$C_2 = \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} A p^{2n} t^{2n+\alpha+2}}{(2n+1)!(2n+\alpha+2)} + \tilde{N}_4. \quad (23)$$

$$x_{\tilde{m}}(t) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A p^{2n-1} t^{2n+\alpha+1}}{(2n)!(2n+\alpha+1)} + \tilde{N}_3 \right) \cos pt + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} A p^{2n} t^{2n+\alpha+2}}{(2n+1)!(2n+\alpha+2)} + \tilde{N}_4 \right) \sin pt. \quad (24)$$

Постоянные  $C_3$  и  $C_4$  могут быть определены из начальных условий (при  $t=0$ :  $x_{\text{сн}}=0$ ,  $\frac{dx_{\tilde{m}}}{dt} = V_0$ , где  $V_0$  – начальная скорость взаимодействия пучка волокон с рабочим органом): учитывая из вида рядов

$$x_{\tilde{m}}(t) = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A p^{2n-1} t^{2n+\alpha+1}}{(2n)!(2n+\alpha+1)} \right) \cos pt + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} A p^{2n} t^{2n+\alpha+2}}{(2n+1)!(2n+\alpha+2)} + \frac{V_0}{p} \right) \sin pt. \quad (25)$$

При нахождении численных значений  $x_{\tilde{m}}(t)$  с целью достижения необходимой точности результата в (25) берется определенное количество  $n$  первых слагаемых (чем больше  $n$ , тем выше точность результата).

На рис. 2 представлен график движения сорной примеси при следующих исходных данных:  $k=2680$ ;  $a=1,726$ ;  $m=6 \cdot 10^{-5}$  кг;  $V_0=15$  м/с;  $\dot{O}=17 \cdot 10^{-5}$  с;  $x_{\text{max}}=3,665 \cdot 10^{-3}$  м;  $\tilde{n}_{\tilde{m}}=1$  Н/м;  $m_{\tilde{m}}=1 \cdot 10^{-6}$  кг,  $n=10$  [3].

Подставляя (21) и (23) в (16), получим общее решение:

$C_1$  и  $C_2$ , что  $C_1(0)=C_2(0)=C'_1(0)=C'_2(0)=0$ , имеем:  $C_3=0$ ;  $C_4 = \frac{V_0}{p}$ .

Таким образом, решением задачи Коши является функция

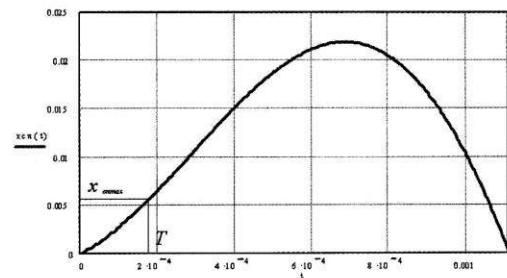


Рис. 2

Максимальное значение  $x_{\tilde{m}}$  может быть определено как

$$x_{\tilde{m} \text{ max}} = \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^n A p^{2n-1} T^{2n+\alpha+1}}{(2n)!(2n+\alpha+1)} \right) \cos pT + \left( \sum_{n=0}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1} A p^{2n} T^{2n+\alpha+2}}{(2n+1)!(2n+\alpha+2)} + \frac{V_0}{p} \right) \sin pT. \quad (26)$$

Максимальное перемещение  $x_{\tilde{m} \text{ max}}$  обуславливает и максимальное воздействие на сорную примесь:

$$P_{\tilde{m} \text{ max}} = \tilde{n}_{\tilde{m}} x_{\tilde{m} \text{ max}}. \quad (27)$$

Относительная трудность удаления из волокнистой среды сорных примесей и пороков волокна зависит от их массы, величины разряжения материала, а также от степени связи их с волокном, что обуслов-

лено видом и сортом волокна, влажностью материала, а также схемой и интенсивностью предварительной обработки. То есть для данного состояния волокна, зная средние значения  $\bar{k}$ ,  $\bar{a}$ ,  $\bar{m}$ ,  $\bar{V}_0$ ,  $\bar{O}$ ,  $\bar{x}_{\text{max}}$ ,  $\bar{n}_{\tilde{m}}$  и  $\bar{m}_{\tilde{m}}$ , критерием эффективности процесса будет отношение средней реакции  $\bar{P}_{\tilde{m} \text{ max}}$  к среднему значению прочности связи между сорными примесями и волокном  $\bar{P}_{\tilde{m} \text{ a}}$ :

$$R = \frac{\bar{P}_{\text{нi max}}}{\bar{P}_{\text{нa}}} . \quad (28)$$

Очевидно, что величина  $R$ , тесно связанная с динамикой процесса очистки и физико-механическими свойствами волокна, определяет уровень сороочистки и должна быть возможно большей. Условием однозначного удаления сорных примесей с поверхности пучка волокон будет  $R \geq 1$ .

Таким образом, подробно рассмотрены теоретические аспекты вопроса сороудаления в приложении к схеме передачи энергии ударного импульса от рабочего органа к сорной примеси, связанной с пучком волокон через упругую связь с нелинейной характеристикой жесткости. Представлена модель воздействия на сорную примесь и описана методика, позволяющая определить силы, действующие на сор при взаимодействии волокна с рабочим органом.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Лебедев Д.А. Модель воздействия на сорную примесь при ударе пряжи волокна о рабочий орган // Сб. научн. тр. молодых ученых КГТУ. Вып. 6. – Кострома: КГТУ, 2005.
2. Корабельников А.Р. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005, №2.
3. Корабельников Р.В., Лебедев Д.А., Корабельников А.Р. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2003, №2.
4. Бурнашев Р.З. и др. Экспериментальное исследование ударного взаимодействия летучек хлопка-сырца с колосниками очистителя крупного сора // Реф. сб.: Хлопковая промышленность. – 1980, №1.
5. Лебедев Д.А. Экспериментальное исследование процесса ударного взаимодействия пряжки волокна с рабочим органом очистителя // Вестник КГТУ. – 2003, №7.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 25.05.09.