УДК 677.021.16

ЗАКОН РАСПРЕДЕЛЕНИЯ КРАТНОСТИ ПОПАДАНИЯ ВОЛОКОН В ЗОНЫ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОЙ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОЙ ЦЕПИ, ОБРАЗОВАННОЙ ИЗ РЕЦИКЛОВ

А.В. ГРАЧЕВ, С.В. ЛАЗАРЕНКО

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
E-mail: office@msta.ac.ru

Для технологической цепи типа однородный рецикл показано, что кратность попадания волокон в обратную связь рецикла и число попаданий волокон в зону вероятностного выбора распределены по геометрическому закону.

For the technological chain of the homogeneous recycle type it is shown that the frequency rate of fibers reaching the recycle feedback and the number of fibers' hits in a zone of a likelihood choice are distributed under the geometric law.

Ключевые слова: волокнистый материал, технологическая цепь, одиночный рецикл, одинаковые параметры, обратная и прямая связь рециклов, вероятностный выбор.

Для повышения кратности воздействия на волокнистый материал, эффективности смешивания и выравнивания волокнистого потока в прядении и в технологии нетканых материалов используются технологические зоны с возвратом части волокнистого материала с последующим сложением с входящим потоком. Схему такого типа будем называть ниже рециклом.

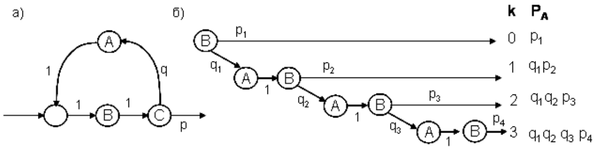


Рис. 1

На рис. 1-а изображен граф одиночного рецикла. Вершину С будем трактовать как зону вероятностного выбора. Обозначим: p – вероятность выхода текстильной частицы - ТЧ (волокна, сорной примеси) из рецикла; q – вероятность попадания в обратную связь (в вершину А) рецикла. Вершина В находится в прямой части контура. На остальных ребрах графа вероятности равны единице. Структура типа рецикл часто встречается в текстильной технологии как на этапе разрыхления, так и кардочесания.

Для одиночного рецикла можно выделить три дискретные случайные величины: ξ_A – число попаданий (кратность) в обратную связь, которая также может трактоваться как число циклов текстильной частицы; $\xi_B= \xi_A+1$ – кратность попадания ТЧ в прямой участок контура; ξ_C – кратность попадания ТЧ в зону вероятностного выбора. Поскольку $\xi_B = \xi_C$, то граф может быть упрощен и задача анализа сводится к определению законов распределений и числовых характеристик для случайных величин ξ_A и ξ_B. Учитывая связь между ξ_B и ξ_A, достаточно рассмотреть закон распределения для случайной величины ξ_A. Для получения закона распределения для этой случайной величины рассмотрим вероятностный процесс во времени в виде дерева вероятностных исходов (рис.1-б). При различных вероятностях на каждом шаге будем иметь неоднородный марковский процесс, или неоднородный рецикл. Из рис.1-б следует, что для неоднородного рецикла закон распределения для ξ_A при k=0,1,2,3… имеет вид

$$P_A(\xi = k) = \begin{cases} p_1, \\ p_1(1-p_1), \\ p_1(1-p_1)(1-p_2), \\ \ldots\ldots\ldots\ldots \\ p_1(1-p_1)(1-p_2)\ldots(1-p_k). \end{cases}$$

В том случае, если вероятности не зависят от времени, то закон распределения для кратности числа циклов представляется в виде геометрического распределения:

$$P_A(\xi = k) = p(1-p)^k,$$

где k = 0,1,2,… (1)

Отсюда математическое ожидание кратности числа циклов ТЧ в рецикле и дисперсия числа кратности циклов равны:

$$M\xi_A = \frac{1-p}{p}, \quad D\xi_A = \frac{1-p}{p^2}.$$

Соответствующие характеристики для случайных величин ξ_B и ξ_C с учетом свойств математического ожидания и дисперсии имеют вид:

$$M\xi_B = M\xi_C = M[\xi_A + 1] = \frac{1-p}{p} + 1 = \frac{1}{p},$$

$$D\xi_B = D\xi_C = D[\xi_A + 1] = \frac{1-p}{p^2}.$$

Как видно, полученные характеристики совпадают с результатами, которые были получены на основе использования однородных марковских цепей для зоны вероятностного выбора (зоны чесания) [1].

Характеристическая функция для геометрического распределения для случайной величины ξ_A равна [2]:

$$\psi_A(\omega) = \frac{p}{1-(1-p)e^{i\omega}}.$$

С учетом того, что $\xi_B = \xi_A + 1$, а также свойств характеристических функций, характеристическая функция для случайной величины ξ_B равна:

$$\psi_A(\omega) = \frac{pe^{i\omega}}{1-(1-p)e^{i\omega}}.$$

Закон распределения для случайных величин ξ_B и ξ_C имеет такой же вид (1), как и для случайной величины ξ_A, только смещен вправо на единицу и k=1,2,3….

Рассмотрим теперь закон распределения кратности попадания в зоны при последовательном соединении однородных рециклов. Такой тип соединений имеет место, в частности, и при последовательном расположении рабочих пар валиков на валичной чесальной машине.

В этом случае случайная величина "число циклов" в последовательной цепи равна сумме случайных величин. Рассматривая отдельные случайные величины как независимые (при различных параметрах зон вероятностного выбора), общая характеристическая функция будет равна произведению частных:

$$\psi_{OA}(\omega) = \prod_{i=1}^{n} \psi_A .$$

В частном случае, если характеристические функции одинаковы, то есть $\psi_{A_i} = \psi_A$, то общая характеристическая функция последовательной цепи из рециклов равна:

$$\psi_{OA}(\omega) = \left(\frac{p}{1-(1-p)e^{i\omega}} \right)^n .$$

Сравнивая полученную характеристическую функцию с характеристическими функциями типовых законов распределений [2], видим, что для рассматриваемого случая имеем отрицательное биноминальное распределение, или распределение Паскаля, которое имеет вид:

$$P(\xi = k) = C_{n+k-1}^{k} p^n (1-p)^k ,$$

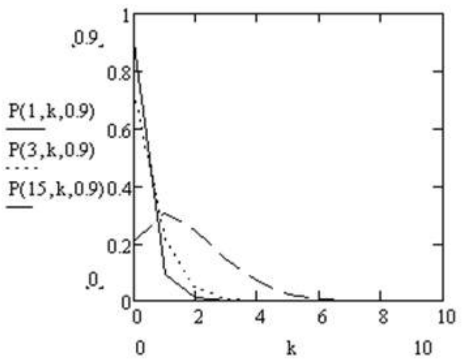
где k =0,1,2….

Числовые характеристики: математическое ожидание, дисперсия, коэффициент асимметрии в этом случае равны:

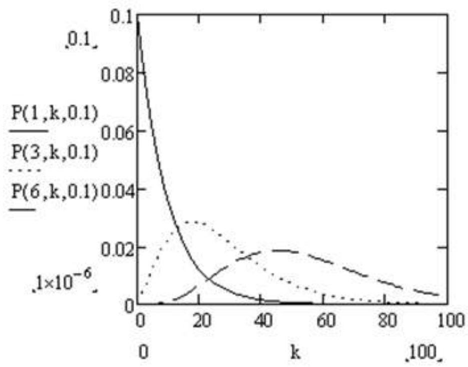
$$M\xi_A = \frac{1-p}{p}, \quad D\xi_{An} = \frac{1-p}{p^2},$$

$$k_{df} = \frac{2p}{\sqrt{n(1-p)}} .$$

Из анализа коэффициента асимметрии следует, что с ростом числа последовательно размещенных рециклов n распределение кратности циклов становится все более симметричным. Это также подтверждается графиками распределений вероятностей, приведенных на рис. 2-а, б.



а)



б)

Рис. 2

Существенное влияние на характер кривых распределения вероятностей кратности циклов оказывает величина вероятности выхода из рецикла, что видно из сравнения графиков, представленных на рис. 2-а и б, первые из которых построены при p=0,9, вторые – при p=0,1 при различном числе рециклов n. Малая вероятность выхода из рецикла обеспечивает большую возможность для смешивания волокон в продольном направлении при одинаковом числе рециклов в последовательной технологической цепи.

В Ы В О Д Ы

1. Для технологической цепи типа однородный рецикл кратность попадания волокон в обратную связь рецикла, или кратность циклов и число попаданий в зону вероятностного выбора распределены по геометрическому закону.

2. При последовательном соединении однородных рециклов с одинаковыми параметрами зоны вероятностного выбора кратность циклов распределена по распределению Паскаля.

3. Определены числовые характеристики кратности попадания волокон в обратную и прямую связь рециклов и зону вероятностного выбора.

Л И Т Е Р А Т У Р А

1. *Ашнин Н.М.* Кардочесание волокнистых материалов. – М.: Легкая промышленность и бытовое обслуживание, 1985.

2.Справочник по теории вероятностей и математической статистике/ В.С. Королюк, И.П. Поротенко, А.В. Скороход, А.Ф. Турбин. – М.: Наука, Главная редакция физико-математической литературы, 1985. С.111.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 09.04.10.