УДК 612.9: 658.512

ОПТИМИЗАЦИЯ ДОПУСКОВ НА ВХОДНЫЕ И ВЫХОДНЫЕ ПАРАМЕТРЫ ПРОЦЕССА МЕХАНИЧЕСКОЙ ОБРАБОТКИ ДЕТАЛЕЙ ТЕКСТИЛЬНЫХ МАШИН

В.Н. ЛОХМАНОВ, Е.И. ЖАРИКОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)
E-mail: office@msta.ac.ru

Рассматривается вопрос оптимального расчета допусков, обеспечивающих заданную точность механической обработки при минимальной себестоимости технологического процесса.

The question of optimum account of the tolerances providing the set accuracy of machining at the minimum cost price of a technological process is considered herein.

Ключевые слова: текстильные машины, механическая обработка деталей, входные и выходные параметры, расчетные формулы, оптимизация допусков.

Для наглядного представления о методе определения допусков, обеспечивающих заданную точность и наименьшую себестоимость обработки, рассмотрим наиболее простой случай участия двух входных технологических параметров и одного выходного на точность обработки. Пусть выходной параметр является линейной комбинацией входных параметров X_1 и X_2:

$$y = a_0 + a_1X_1 + a_2X_2 . \qquad (1)$$

Если случайные величины X_1 и X_2 являются независимыми и подчиняются гауссовскому распределению [1], то поля распределения погрешностей выходного параметра и входных связаны соотношением:

$$K_y^2\Delta_y^2 = a_1^2K_{X_1}^2\Delta_{X_1}^2 + a_2^2K_{X_2}^2\Delta_{X_2} . \qquad (2)$$

Введем обозначения

$$\eta = K_y\Delta_y;\ \xi_i = K_{X_1}\Delta_{X_1}\ (i = 1,2). \qquad (3)$$

Тогда вместо формулы (2) имеем:

$$\eta^2 = a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 . \qquad (4)$$

Далее величины ξ_1, ξ_2 и η для краткости будем называть допусками. Пусть себестоимость изготовления детали зависит от допусков ξ_1 и ξ_2 по закону [2]:

$$S = A_1 + A_2 + \frac{B_1}{\xi_1^{\alpha}} + \frac{B_2}{\xi_2^{\alpha}}, \qquad (5)$$

где $\alpha \geq 0$.

Если допуск на выходной параметр (например, размерный параметр) детали задан

$$\eta \leq \eta_0, \qquad (6)$$

то допуски ξ_1 и ξ_2 на входные параметры должны удовлетворять неравенству:

$$a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 \leq \eta_0^2. \qquad (7)$$

Кроме того, по определению

$$\xi_1 > 0,\ \xi_2 > 0. \qquad (8)$$

Уравнение (4) геометрически выражает конус, вершина которого находится в начале координат, а ось симметрии совпадает с осью η (рис. 1).

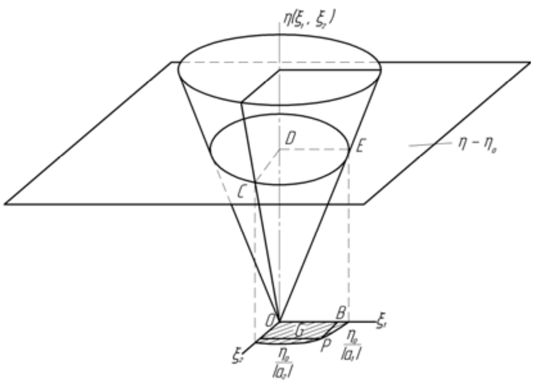

Рис. 1

Установление допуска на выходной параметр с геометрической точки зрения означает задание плоскости $\eta = \eta_0$, параллельной плоскости (ξ_1, ξ_2) входных параметров. Нахождение точки (ξ_1, ξ_2, η) внутри области D, определяющей собой четверть конуса (OCDE), удовлетворяет заданной точности обработки и обеспечивает допуск на входные параметры.

Неравенства (7) и (8) определяют некоторую область G на плоскости (ξ_1, ξ_2) ограниченную осями координат и четвертью эллипса (рис. 2), имеющего уравнение

$$a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 = \eta_0^2. \qquad (9)$$

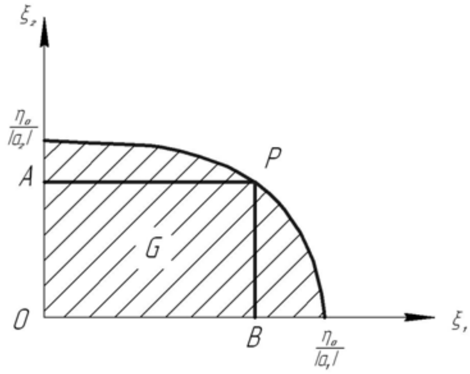

Рис. 2

Эта область является областью качества или допустимых значений параметров, поскольку нахождение входных параметров внутри области G обеспечивает заданную точность обработки. И, наоборот, если значения входных параметров лежат вне четверти эллипса, то требуемая точность не обеспечивается, и, следовательно, будет брак.

Впишем в область G прямоугольник OAPB так, чтобы его стороны были параллельны осям координат ξ_1, ξ_2, а вершина P, лежащая против начала координат, принадлежала кривой (9). Точку P будем определять так, чтобы в этой точке функция стоимости (5) достигла наименьшего значения в области G. Так как функция (9) нигде не имеет нулевых частных производных, минимум ее достигается на границе области. На осях координат эта функция бесконечно велика, поэтому ее минимум достигается в области G на кривой (дуге эллипса) (9), ограничивающей данную область.

Определим координаты точки P, принадлежащей кривой (9), в которой функция стоимости (5) достигает наименьшего значения. Эта задача на условный экстремум и решается с помощью метода неопределенных множителей Лагранжа. Применив этот метод, введем вспомогательную функцию:

$$\Phi = A_1 + A_2 + \frac{B_1}{\xi_1^{\alpha}} + \frac{B_2}{\xi_2^{\alpha}} + \lambda\left(a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 - \eta_0^2\right). \qquad (10)$$

Дифференцируя выражения (10) по ξ_1 и ξ_2, получим

$$\left.\begin{aligned} \frac{d\Phi}{d\xi_1} &= -\frac{\alpha B_1}{\xi^{\alpha+1}} + 2\lambda a_1^2\xi_1, \\ \frac{d\Phi}{d\xi_2} &= -\frac{\alpha B_2}{\xi_2^{\alpha+1}} + 2\lambda a_2^2\,\xi_2. \end{aligned}\right\} \qquad (11)$$

Приравнивая производные (11) нулю, составим вместе с выражением (9) систему трех уравнений с тремя неизвестными λ, ξ_1 и ξ_2:

$$\left.\begin{aligned} & a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 = \eta_0^2, \\ & -\frac{\alpha B_1}{\xi_1^{\alpha+1}} + 2\lambda a_1^2\,\xi_1 = 0, \\ & -\frac{\alpha B_2}{\xi_2^{\alpha+1}} + 2\lambda a_2^2\,\xi_2 = 0. \end{aligned}\right\} \qquad (12)$$

Решив эту систему, найдем координаты точки P, которые определяют оптимальные допуски на выходные параметры ξ_1 и ξ_2:

$$\left.\begin{aligned} \xi_1 &= \frac{\eta_0}{\left[B_1^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}a_1^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}} + B_2^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}a_2^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}\right]^{1/2}}\left(\frac{B_1}{a_1^2}\right)^{\frac{1}{\alpha+2}}, \\ \xi_2 &= \frac{\eta_0}{\left[B_1^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}a_1^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}} + B_2^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}a_2^{\frac{2\alpha}{\alpha+2}}\right]^{1/2}}\left(\frac{B_2}{a_2^2}\right)^{\frac{1}{\alpha+2}}. \end{aligned}\right\} \qquad (13)$$

Таким образом, определение допусков на выходные технологические параметры ξ_1 и ξ_2 с геометрической точки зрения можно трактовать как построение вписанного в область G прямоугольника OAPB, в вершине P которого себестоимость обработки (5) достигает наименьшего значения. Координаты (13) вершины прямоугольника определяют допуски на каждый входной параметр в отдельности.

Рассмотрим теперь случай оптимизации допусков при произвольном конечном числе независимых входных параметров и одном выходном точном параметре. При наличии n выходных параметров уравнение полей рассеяния на основании (9) принимает вид:

$$\eta_0^2 = a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 + \ldots + a_n^2\xi_n^2. \qquad (14)$$

Ограничения на входные технологические параметры задаются неравенствами:

$$\left.\begin{aligned} & a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 + \ldots + a_n^2\xi_n^2 \ge \eta_0^2, \\ & \xi_1 > 0, \xi_2 > 0, \xi_3 > 0, \ldots \xi_n > 0. \end{aligned}\right\} \qquad (15)$$

Эти неравенства изображают некоторую область G в n-мерном пространстве переменных ξ_i, ограниченную координатами гиперплоскостями и поверхностью гиперэллипсоида, имеющего уравнение:

$$a_1^2\xi_1^2 + a_2^2\xi_2^2 + \ldots + a_n^2\xi_n^2 = \eta_0^2. \qquad (16)$$

Функция стоимости, подлежащая минимизации, имеет вид:

$$S=\sum_{j=1}^{n}\left(A_j+\frac{B_j}{\xi_j^{\alpha}}\right). \qquad (17)$$

В рассматриваемом случае задача оптимизации допусков сводиться к нахождению ξ_1, ξ_2, … ξ_n, удовлетворяющих неравенством (15), при которых себестоимость обработки (17) принимает наименьшее значение.

С этой целью составим функцию Лагранжа:

$$\Phi=\sum_{j=1}^{n}\left(A_j+\frac{B_j}{\xi_j^{\alpha}}\right)+\lambda\left(-\eta_0^2+\sum_{j=1}^{n}a_j^2\xi_j^2\right).$$

Тогда условия оптимума запишем в виде:

$$\left.\begin{aligned}&-\frac{\alpha B_j}{\xi_j^{\alpha+1}}+2\lambda a_j^2\xi_j=0\left(j=1,2,...,n\right),\\&\sum_{j=1}^{n}a_j^2\xi_j^2=\eta_0^2.\end{aligned}\right\} \qquad (18)$$

Откуда найдем оптимальное значение допусков на выходные параметры заготовок и технологической системы, при которых достигается наименьшее значение функции стоимости обработки:

$$\xi_j=\frac{\eta_0}{\sqrt{\sum_{k=1}^{n}B_k^{\frac{2}{\alpha+2}}a_k^{\frac{2}{\alpha+2}}}}\left(\frac{B_j}{a_j^2}\right)^{\frac{1}{\alpha+2}}\left(j=1,2,...,n\right). \qquad (19)$$

Формула (19) для произвольного числа независимых входных технологических параметров обобщает результат формулы (13). Аналогично решается задача оптимизации допусков для зависимых параметров, которая не имеет аналитического решения и может быть решена только численными методами.

ВЫВОДЫ

Получены расчетные формулы для нахождения оптимальных допусков на параметры технологического процесса механической обработки деталей.

Геометрически это означает построение гиперпараллелепипеда, вписанного в область G с вершиной, лежащей на поверхности (16) и определяемой координатами (19), в которой функция себестоимости технологической обработки (17) минимальна.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бородачев Н.А. и др.* Точность производства в машиностроении и приборостроении. – М.: Машиностроение, 1973.
2. *Балакшин В.С.* Основы технологии машиностроения. – М.: Машгиз, 1979.

Рекомендована кафедрой технологии текстильного машиностроения и конструкционных материалов. Поступила 15.04.10.