

УДК 658.51.:677

ОПТИМИЗАЦИЯ ПРОИЗВОДСТВЕННОЙ ПРОГРАММЫ С УЧЕТОМ ЛИНЕЙНОЙ ЦЕНОВОЙ ФУНКЦИИ СПРОСА

М.Ю. СОМКОВА, А.А. ПАХОМОВ, А.В. ФИРСОВ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)
E-mail: office@msta.ac.ru

В работе рассматривается модель оптимизации производственной программы с учетом линейной ценовой функции спроса для многономенклатурного производства.

The optimisation model of the production program taking into account a linear price function of the demand for multinomenclature production is considered in the given paper.

Ключевые слова: оптимизация производственной программы, многономенклатурное производство, маркетинговые исследования, ценовая функция спроса, группы однородных артикулов продукции.

При выпуске большого числа артикулов продукции, различающихся по объему переменных затрат, большая роль в получении прибыли отводится ассортиментной политике предприятия, одним из элементов которой является планирование ассортимента продукции с учетом рыночного спроса.

Обозначим через N_i объем планируемого выпуска продукции i -го вида артикула продукции (i -й группы однородных видов артикулов) за определенный период времени (квартал, год).

При линейной аппроксимации рыночной цены i -го вида артикула имеем:

$$Ц_i = a_i N_i + b_i, \quad (1)$$

где $Ц_i$ – цена единицы продукции i -го вида артикула; N_i – объем продукции i -го вида артикула; a_i , b_i – постоянные коэффициенты $a < 0$, методика оценки которых изложена [1, с.119; 2, с.83].

Функция прибыли при ценовой функции, выражаемой формулой (1), будет иметь вид:

$$\begin{aligned} \Pi &= \sum_{i=1}^n Ц_i N_i - \left(\sum_{i=1}^n З_i N_i + З_{\text{пост}} \right) = \sum_{i=1}^n (a_i N_i + b_i) N_i - \sum_{i=1}^n З_i N_i - З_{\text{пост}} = \\ &= \sum_{i=1}^n a_i N_i^2 + \sum_{i=1}^n (b_i - З_i) N_i - З_{\text{пост}}, \end{aligned} \quad (2)$$

где z_i – переменные затраты на единицу i -го вида артикула; $z_{i \text{ пост}}$ – постоянные затраты, списываемые на объем выпуска i -го вида артикула.

Ставится задача определения такого объема N_i , при котором общая прибыль была бы наибольшей и при этом общий объем производства всех видов артикулов не превосходил бы заданного значения N_m . В качестве N_m может быть взята производственная мощность предприятия.

Математическая модель постановки задачи имеет вид:

$$\begin{cases} \Pi = \sum_{i=1}^n a_i N_i^2 + \sum_{i=1}^n (b_i - z_i) N_i - z_{\text{пост}} \rightarrow \max, \\ \sum_{i=1}^n N_i \leq N_m. \end{cases} \quad (3)$$

Данная задача решается нахождением условного экстремума с помощью множителей Лагранжа.

Функция Лагранжа имеет вид:

$$L(N_i, \lambda) = \sum_{i=1}^n [a_i N_i^2 + (b_i - z_i) N_i] + \lambda (\sum_i N_i - N_m) - z_{\text{пост}}. \quad (4)$$

Тогда значения N_i и λ определяются из системы уравнений:

$$\begin{cases} L'_{N_i}(N_i, \lambda) = 0, \\ \sum_{i=1}^n N_i = N_m. \end{cases} \quad (5)$$

В данном случае система $(n+1)$ уравнений (7) имеет вид:

$$\begin{cases} 2a_i N_i + b_i - z_i + \lambda = 0, \\ \sum_{i=1}^n N_i = N_m, \end{cases} \quad i = 1 \div n, \quad (6)$$

$$N_i = -\frac{b_i - z_i + \lambda}{2a_i}, \quad i = 1 \div n, \quad (7)$$

$$\sum_{i=1}^n N_i = -\sum_{i=1}^n \frac{b_i - z_i + \lambda}{2a_i} = N_m.$$

Из этого следует, что:

$$\lambda = -\frac{2N_m + \sum_{i=1}^n \frac{b_i - z_i}{a_i}}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{a_i}}. \quad (8)$$

Подставляя формулу (8) в (7) получаем значение N_i .

П р и м е р. Пусть имеются данные о трех группах артикулов продукции для планирования производственной программы (табл. 1).

Согласно формуле (8) находим значение множителя Лагранжа λ :

$$\lambda = \frac{2 \cdot 2100 - \left(\frac{0,509}{0,028} + \frac{0,867}{0,0090} + \frac{0,901}{0,022} \right)}{\frac{1}{0,028} + \frac{1}{0,009} + \frac{1}{0,022}} = 22,651.$$

Т а б л и ц а 1

Показатели	Группа артикулов		
	1	2	3
Переменные затраты (дол/м)	3,20	3,87	4,70
Значения коэффициентов линейной ценовой функции a_i	-0,028	$-9,0 \cdot 10^{-3}$	-0,022
b_i	2,691	3,003	3,799
Максимальный объем выпуска всех видов артикулов (т.п.м)	2100		

Согласно формуле (7) находим объемы производства каждой группы артикулов:

$$N_1 = -\frac{0,509 + 22,651}{-2 \cdot 0,028} = 395,39 \text{ т.п.м.},$$

$$N_2 = -\frac{0,867 + 22,651}{-2 \cdot 0,009} = 1210,22 \text{ т.п.м.},$$

$$N_3 = -\frac{0,901 + 22,651}{-2 \cdot 0,022} = 494,32 \text{ т.п.м.}$$

$$N_1 + N_2 + N_3 = 2099,93 < N_{\max} = 2100.$$

ВЫВОДЫ

1. Предложенный метод оптимизации производственной программы для многономенклатурного производства может быть применен на предприятиях текстильной и легкой промышленности.

2. Оптимизационный план многономенклатурной продукции максимизирует прибыль в пределах производственной мощности предприятия.

3. Оптимизация производственной программы осуществляется с учетом идентификации ценовой функции спроса по группам однородных артикулов продукции. Данная идентификация осуществляется в рамках маркетинговых исследований.

ЛИТЕРАТУРА

1. Лальк В.М., Пахомов А.А., Петрова Т.В., Сомкова М.Ю. Контроллинг: Монография. – М.: МГТУ им. А.Н. Косыгина, 2005.

2. Друри К. Введение в управленческий и производственный учет. – М.: Аудит, 1994.

Рекомендована кафедрой экономики. Поступила 11.06.10.