

УДК 677.024

**МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ДЛЯ ПРОЧНОСТНОГО РАСЧЕТА  
НАПОРНЫХ ПОЖАРНЫХ РУКАВОВ  
ПРИ ГИДРАВЛИЧЕСКОМ ВОЗДЕЙСТВИИ\****Л.В. МОТОРИН, О.С. СТЕПАНОВ, Е.В. БРАТОЛЮБОВА*

(Ивановская государственная текстильная академия)

E-mail: ttp@igta.ru

*Получена математическая модель для прочностного расчета ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии.*

*The mathematical model for the cloth strength calculation of a bearing coating of a pressure fire hose under hydraulic influence is received herein.*

**Ключевые слова:** нелинейная теория изгиба гибких нитей, математическая модель, прочностный расчет ткани, несущая оболочка напорного рукава, гидравлическое воздействие.

Напорные пожарные рукава представляют собой гибкие трубопроводы, применяемые для подачи воды и водных растворов пенообразователей на расстояние под давлением. Согласно ГОСТу Р 51049–97 их изготавливают как прорезиненными, покрытыми только внутри слоем резины, привулканизированной к ткани рукава, так и с двухсторонним покрытием, когда слоем резины пожарный рукав покрыт как снаружи, так и внутри, а также латексированными, покрытыми внутри и снаружи, слоем латекса. При пожаротушении используются также непрорезиненные рукава, изготовленные из льняной оческовой пряжи.

Важным элементом напорного пожарного рукава является армирующий каркас, представляющий собой тканую несущую оболочку. Именно тканая несущая оболоч-

ка полностью воспринимает усилия, обусловленные наличием давления жидкости внутри пожарного рукава, если речь идет о непрорезиненных пожарных рукавах, и в определяющей степени – в случае прорезиненных, латексированных рукавов. Поэтому расчет на прочность пожарных рукавов сводится в основном к расчету на прочность их тканой несущей оболочки. Анализ тканей несущих оболочек напорных пожарных рукавов показал, что все они представляют собой однослойные ткани, которые могут быть отнесены к тканям полотняного переплетения. При этом по окружности пожарного рукава располагаются уточные нити, которые взаимно переплетены с основными нитями, проложенными по его длине. Прочность тканой несущей оболочки определяется в основном прочностью уточных нитей.

\*Работа выполнена под руководством проф., докт. техн. наук С.Г.Степанова.

Анализ литературных источников по гидравлическому расчету напорных пожарных рукавов показал, что они в основном сводятся к расчету потерь напора в пожарных рукавах. К настоящему времени нам удалось обнаружить лишь один литературный источник [1], в котором принята попытка по получению соотношений для расчета на прочность напорных пожарных рукавов при гидравлическом воздействии. Однако подход, предлагаемый автором, имеет ряд существенных недостатков, что не может не сказаться на точности прочностного расчета рукавов. Вместе с тем, разработка методики расчета на прочность напорных пожарных рукавов при гидравлическом воздействии с приемлемой точностью необходима, так как имеют место случаи их разрыва при тушении пожара. Кроме того, эта методика может быть востребована при проектировании и создании новых видов напорных пожарных рукавов.

Структура тканей несущих оболочек пожарных рукавов делает неприемлемым использование наработок по теории расчета сетчатых оболочек, в которых нити расположены по геодезическим линиям поверхности оболочки.

Тем не менее, многие положения теории строения ткани полотняного переплетения могут быть использованы при разработке метода расчета на прочность напорных пожарных рукавов при гидравлическом воздействии при учете ряда важных особенностей взаимодействия нитей в тканом каркасе рукава, а именно наличия внутреннего гидравлического давления в нем, а также того, что, в отличие от рассматриваемых в литературе тканей плоской структуры, тканые каркасы пожарных рукавов представляют собой цилиндрическую оболочку, что связано с дополнительным изгибом нитей утка в элементе ткани.

При теоретическом исследовании взаимодействия нитей в тканой несущей оболочке напорного пожарного рукава принимаем следующие допущения применительно к нити и к материалу, из которого она состоит.

1. Нити принимаем жесткими на растяжение и на изгиб.

2. Материалы нитей считаем однородными и изотропными.

3. Принимаем гипотезу сплошности для нитей.

4. Сдвиги не учитываем (справедлива гипотеза плоских сечений Бернулли).

5. Перемещения точек осевой линии нити могут быть большими, но материал нити работает в пределах закона Гука.

Помимо изложенных нами будут приняты еще ряд допущений, которые целесообразно обосновать и привести непосредственно по ходу решения задачи.

Учитывая, что толщины слоев резины в прорезиненных или слоев латекса в латексированных пожарных рукавах малы (они составляют менее 1 мм), а резина и латекс обладают существенно меньшей жесткостью, чем нити тканой несущей оболочки, не будем учитывать слои резины и латекса при расчете, а считаем, что вся нагрузка от гидравлического давления внутри пожарных рукавов воспринимается только нитями тканой несущей оболочки.

При получении математических моделей строения ткани несущей оболочки пожарного рукава принимаем, что последний представляет собой длинное цилиндрическое тело с поперечным сечением в виде кольца, толщина которого равна толщине ткани. Считаем, что на тканую несущую оболочку непрорезиненного пожарного рукава изнутри передается равномерно распределенное по ее площади давление интенсивностью  $p$  от жидкости, заполняющей пожарный рукав. В случае прорезиненного или латексированного пожарного рукава такое давление будет передаваться не непосредственно на тканую несущую оболочку, а через внутренний слой резины или латекса.

Рассмотрим равновесие выделенных из тканой несущей оболочки рукава жестких на изгиб отрезков уточной нити (рис.1-а), расположенной по окружности пожарного рукава, и основной нити (рис.1-б), проложенной по его длине.

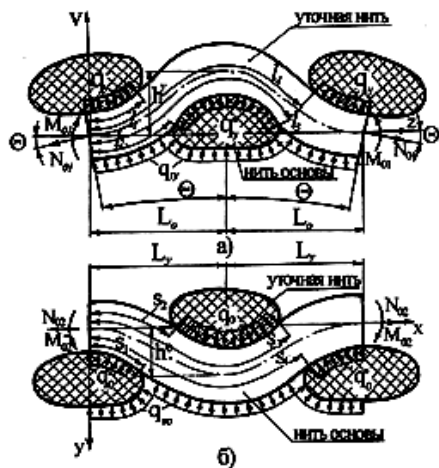


Рис. 1

В тканой несущей оболочке пожарного рукава эти отрезки утка и основы (рис. 1-а, б) взаимно переплетены, взаимодействуют друг с другом и представляют собой элемент последней. Нетрудно убедиться, что угол между двумя прямыми, исходящими из центра поперечного сечения пожарного рукава и проходящими через центры поперечных сечений двух соседних нитей основы (рис. 1-а), с достаточной точностью определяется по формуле:

$$\theta = \frac{L_o}{R}, \quad (1)$$

где  $L_o$  – геометрическая плотность по основе;  $R$  – радиус поперечного сечения пожарного рукава.

При наличии гидравлического давления внутри пожарного рукава интенсивностью  $p$  на каждую основную и уточную нить передаются давления, которые в пересчете на единицы длин нитей будут:

для уточной нити

$$q_{uy} = pL_y, \quad (2)$$

для основной нити

$$q_{oy} = pL_o, \quad (3)$$

где  $L_y$  – геометрическая плотность по утку.

Следует отметить, что в случае прорезиненного или латексированного пожарного рукава давления  $q_{uy}$  и  $q_{oy}$  будут переда-

ваться на нити тканой несущей оболочки через внутренний слой резины или латекса (на рис. 1-а, б эти слои резины или латекса не показаны).

Давления  $q_{uy}$  и  $q_{oy}$  считаем равномерно распределенными и направленными по нормальям к осям и контурам поперечных сечений нитей (рис. 1-а, б). Поскольку кривые контуров поперечных сечений нитей не представляется возможным установить, введем следующее допущение: принимаем, что все действующие на контуры поперечных сечений нитей распределенные нагрузки  $q_{uy}$  и  $q_{oy}$  передаются в зоны контакта между нитями с теми же интенсивностями  $q_{uy}$  и  $q_{oy}$ , которые продолжаем считать равномерно распределенными и направленными по нормальям к осям нитей. Однако, помимо нагрузок  $q_{uy}$  и  $q_{oy}$ , обусловленных гидравлическим давлением жидкости внутри пожарного рукава, в зонах контакта между нитями будут действовать распределенные нагрузки, обусловленные как ненулевыми изгибными жесткостями нитей, так и их натяжением. Обозначим суммарные нагрузки от этих факторов со стороны средней основной нити на уток в зоне контакта от  $l_2$  до  $l_3$  (рис. 1-а) соответственно  $q_y^*$ , а со стороны крайних уточин на основу в зонах контакта от 0 до  $s_1$  и от  $s_4$  до крайнего правого сечения основы соответственно  $q_o^*$  (рис. 1-б). Со стороны крайних нитей основы на уток в зонах контакта от 0 до  $l_1$  и от  $l_4$  до крайнего правого сечения утка будет передаваться нагрузка интенсивностью  $q_y$ , со стороны средней уточной нити на основу в зоне контакта от  $s_2$  до  $s_3$  будет воздействовать нагрузка интенсивностью  $q_o$  (рис. 1-б). Здесь  $l_1, l_2, l_3, l_4, s_1, s_2, s_3, s_4$  (рис. 1-а, б) представляют собой координаты, определяющие действие распределенных нагрузок в зонах контакта уточной и основной нитей.

Помимо нагрузок  $q_o, q_y, q_o^*, q_y^*, q_{uy}, q_{oy}$ , которые принимаем равномерно распределенными и направленными по нормальям к осям нитей, на нити обеих систем в краевых сечениях будут действовать внутренние изгибающие моменты

$M_{O_1}, M_{O_2}$  и внутренние продольные силы  $N_{O_1}, N_{O_2}$  (рис. 1-а, б).

Введем системы координат  $vO_1z$  и  $yO_2x$ , начала которых  $O_1$  и  $O_2$  совпадают с точками пересечения осевых линий нитей с плоскостями, проходящими через центры соответственно основной (рис. 1-а) и уточной (рис. 1-б) нитей.

Получим сначала математическую модель равновесия отрезка уточной нити.

Выделим на участке  $l_1$  (рис. 1-а) элемент нити длиной  $d\ell$  (рис. 2 – равновесие элемента уточной нити под действием внешних и внутренних сил) с распределенной нагрузкой  $q^y$  (под  $q^y$  следует понимать равнодействующую нагрузку – результат сложения нагрузок  $q_y, q_{гy}$ , ее значение будет конкретизировано ниже). Этот элемент будет находиться в равновесии под действием одной внешней нагрузки  $q^y$  и внутренних сил в сечениях элемента (рис. 2): изгибающих моментов  $M_y, M_y+dM_y$ ; продольных сил  $N_y, N_y+dN_y$ ; поперечных сил  $Q_y, Q_y+dQ_y$ .

Углы между касательными к оси нити и осью абсцисс обозначим  $\alpha, \alpha+d\alpha$ .

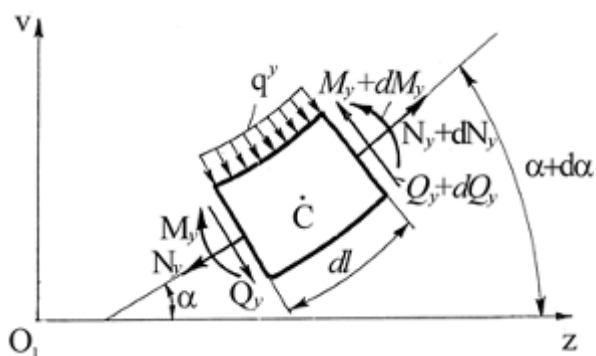


Рис. 2

Записывая уравнения проекций сил на оси  $z$  и  $v$ , уравнения моментов сил относительно т. С (рис. 2), выполняя преобразования аналогичные тем, которые имели место при получении уравнений равновесия уточных нитей в зоне формирования ткани (2, с. 34...38), и добавляя к полученным уравнениям зависимости между координатами осевой линии нити и углом  $\alpha$ , имеем

$$\frac{dN_y}{d\ell} - Q_y \frac{d\alpha}{d\ell} = 0, \quad (4)$$

$$\frac{dQ_y}{d\ell} + N_y \frac{d\alpha}{d\ell} - q^y = 0, \quad (5)$$

$$A_y \frac{d^2\alpha}{d\ell^2} + Q_y = 0, \quad (6)$$

$$\frac{dv}{d\ell} = \sin \alpha, \quad (7)$$

$$\frac{dz}{d\ell} = \cos \alpha, \quad (8)$$

где  $A_y$  – изгибная жесткость уточной нити.

Аналогичная система уравнений была получена для отрезка основной нити (рис. 1-б):

$$\frac{dN_o}{ds} - Q_o \frac{d\phi}{ds} = 0, \quad (9)$$

$$\frac{dQ_o}{ds} + N_o \frac{d\phi}{ds} - q^o = 0. \quad (10)$$

$$A_o \frac{d^2\phi}{ds^2} + Q_o = 0, \quad (11)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \phi, \quad (12)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \phi, \quad (13)$$

где  $N_o, Q_o$  – текущие значения соответственно продольной и поперечной сил в сечениях уточной нити;  $s$  – текущая координата изогнутой оси основной нити;  $\phi$  – текущее значение угла поворота плоскости сечения основной нити;  $y, x$  – координаты произвольной точки осевой линии основной нити в осях соответственно  $O_2y$  и  $O_2x$ ;  $A_o$  – изгибная жесткость основной нити.

Распространив действие  $q^y, q^o$  на весь рассматриваемый отрезок соответственно уточной (рис. 1-а) и основной (рис. 1-б) нити, получим:

$$q^y = q_y [1 - H(\ell - \ell_1) + H(\ell - \ell_4)] - q_y^* [H(\ell - \ell_2) - H(\ell - \ell_3)] - q_{ry} [1 - H(\ell - \ell_2) + H(\ell - \ell_3)], \quad (14)$$

$$q^o = q_o^* [1 - H(s - s_1) + H(s - s_4)] - q_o [H(s - s_2) - H(s - s_3)] + q_{ro} [H(s - s_1) - H(s - s_4)], \quad (15)$$

где  $H(\ell - \ell_j)$ ,  $H(s - s_j)$  – функции Хевисайда [3].

Из условий равенства усилий в зоне контакта имеем интегральное соотношение:

$$\int_{\ell_2}^{\ell_3} q_y^* \cos \alpha \, d\ell = \int_{s_2}^{s_3} q_o \cos \phi \, ds. \quad (16)$$

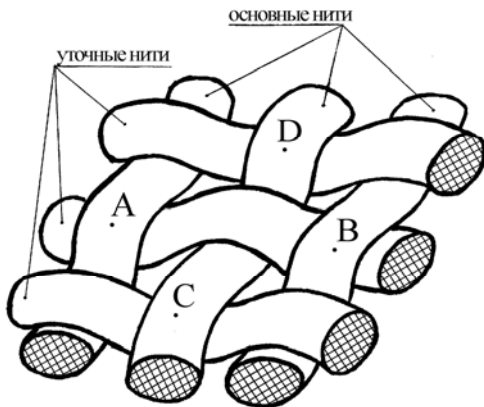


Рис. 3

На рис. 3 показано взаимодействие нитей основы и утка в тканой несущей оболочке напорного пожарного рукава. Отрезок утка АВ соответствует отрезку уточной нити на рис. 1-а, а отрезок основы CD – отрезку основной нити на рис. 1-б. При этом точки А, В, С, D принадлежат центрам пятен контакта между нитями основы и утка. Анализ взаимодействия нитей в переплетении позволяет сделать вывод, что контактное взаимодействие основы и утка в точках А и С ( а также в точках В и D) полностью идентично. Следовательно, в этих точках должны быть равны силы, действующие со стороны утка на основу и со стороны основы на уток. В обозначениях, представленных на рис. 1-а и б это означает:

$$\int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha \, d\ell = \int_0^{s_1} q_o^* \cos \phi \, ds. \quad (17)$$

Запишем основное геометрическое соотношение Н. Г. Новикова для однослойных тканей полотняного переплетения – сумма высот волн изгиба нитей основы и утка равна сумме их диаметров с учетом вертикального смятия нитей:

$$h^o + h^y = d_o \eta_{ов} + d_y \eta_{ув}, \quad (18)$$

где  $h^o$ ,  $h^y$  – высоты волн изгиба отрезков соответственно основной и уточной нитей (рис. 1-а, б);  $d_o$ ,  $d_y$  – диаметры поперечных сечений нитей основы и утка;  $\eta_{ов}$ ,  $\eta_{ув}$  – коэффициенты вертикального смятия нитей.

Соотношение Н. Г. Новикова (18) получено для плоских тканей. В случае пожарного рукава одна из систем, а именно система уточных нитей, расположена по окружности, что в выбранной системе координат  $vO_1z$  приводит к увеличению высоты волны изгиба рассматриваемого отрезка уточной нити. Нетрудно убедиться, что это увеличение составляет величину второго порядка малости и ею можно пренебречь. Поэтому соотношение Н.Г. Новикова применительно к тканям пожарных рукавов сохранит прежний вид (18).

Высоты волн изгиба нитей основы и утка  $h^o$ ,  $h^y$  связаны с функциями  $v$  и  $u$  соотношениями:

$$v|_{z=L_o} = h^y, \quad (19)$$

$$u|_{x=L_y} = h^o. \quad (20)$$

Записывая уравнение равенства нулю суммы проекций всех сил, действующих на отрезок основной нити (рис. 1-б), на ось  $u$ , получим:

$$-\int_0^{S_1} q_0^* \cos \phi ds - \int_{S_1}^{S_4} q_{r0} \cos \phi ds + \int_{S_2}^{S_3} q_0 \cos \phi ds - \int_{S_4}^{S_*} q_0^* \cos \phi ds = 0, \quad (21)$$

где  $S_*$  – полная длина рассматриваемого отрезка основной нити (рис. 1-б).

Учитывая симметрию нагрузки, имеем:

$$\int_{S_4}^{S_*} q_0^* \cos \phi ds = \int_0^{S_1} q_0^* \cos \phi ds = 0.$$

С учетом последнего равенства выражение (21), связывающее  $q_0$  и  $q_0^*$ , принимает вид:

$$-2 \int_0^{S_1} q_0^* \cos \phi ds - \int_{S_1}^{S_4} q_{r0} \cos \phi ds + \int_{S_2}^{S_3} q_0 \cos \phi ds = 0. \quad (22)$$

Записывая уравнение равенства нулю суммы проекций всех сил, действующих

на отрезок точной нити (рис. 1-а), на ось  $v$ , получим:

$$\begin{aligned} & \int_0^{\ell_2} q_{ry} \cos \alpha dl + \int_{\ell_3}^{\ell_*} q_{ry} \cos \alpha dl + \int_{\ell_2}^{\ell_3} q_y^* \cos \alpha d\alpha - \int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha dl - \\ & - \int_{\ell_4}^{\ell_*} q_y \cos \alpha dl - 2N_{01} \sin \theta = 0, \end{aligned} \quad (23)$$

где  $\ell_*$  – полная длина рассматриваемого отрезка точной нити (рис. 1-а).

С учетом симметрии нагрузки имеем:

$$\int_{\ell_3}^{\ell_*} q_{ry} \cos \alpha dl = \int_0^{\ell_2} q_{ry} \cos \alpha dl; \quad \int_{\ell_4}^{\ell_*} q_y \cos \alpha dl = \int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha dl.$$

Учитывая два последних равенства, а также то, что для малого параметра  $\theta$  име-

ем  $\sin \theta \approx \theta$ , выражение (23) принимает вид:

$$2 \int_0^{\ell_2} q_{ry} \cos \alpha dl + \int_{\ell_2}^{\ell_3} q_y^* \cos \alpha d\alpha - 2 \int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha dl - 2N_{01} \theta = 0. \quad (24)$$

Системы уравнений (4)...(8) и (9)...(13) являются связанными через соотношения (16)...(18). Объединяя все эти уравнения, а

также соотношения (19), (20), (22), (24) в одну систему, получим:

$$\frac{dN_y}{dl} - Q_y \frac{d\alpha}{dl} = 0, \quad (25)$$

$$\frac{dQ_y}{dl} + N_y \frac{d\alpha}{dl} - q^y = 0, \quad (26)$$

$$A_y \frac{d^2 \alpha}{dl^2} + Q_y = 0, \quad (27)$$

$$\frac{dv}{dl} = \sin \alpha, \quad (28)$$

$$\frac{dz}{dl} = \cos \alpha, \quad (29)$$

$$\frac{dN_0}{ds} - Q_0 \frac{d\phi}{ds} = 0, \quad (30)$$

$$\frac{dQ_o}{ds} + N_o \frac{d\varphi}{ds} - q^o = 0, \quad (31)$$

$$A_o \frac{d^2\varphi}{ds^2} + Q_o = 0, \quad (32)$$

$$\frac{dy}{ds} = \sin \varphi, \quad (33)$$

$$\frac{dx}{ds} = \cos \varphi, \quad (34)$$

$$\int_{\ell_2}^{\ell_3} q_y^* \cos \alpha \, d\ell = \int_{s_2}^{s_3} q_o \cos \varphi \, ds, \quad (35)$$

$$\int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha \, d\ell = \int_0^{s_1} q_o^* \cos \varphi \, ds, \quad (36)$$

$$-2 \int_0^{s_1} q_o^* \cos \varphi \, ds - \int_{s_1}^{s_4} q_{\Gamma O} \cos \varphi \, ds + \int_{s_2}^{s_3} q_o \cos \varphi \, ds = 0, \quad (37)$$

$$2 \int_0^{\ell_2} q_{\Gamma Y} \cos \alpha \, d\ell + \int_{\ell_2}^{\ell_3} q_y^* \cos \alpha \, d\alpha - 2 \int_0^{\ell_1} q_y \cos \alpha \, d\ell - 2N_{O1} \theta = 0, \quad (38)$$

$$h^o + h^y = d_o \eta_{OB} + d_y \eta_{yB}, \quad (39)$$

$$v|_{z=L_o} = h^y, \quad (40)$$

$$y|_{x=L_y} = h^o. \quad (41)$$

Система (25)...(41) получена для случая, когда на перемещения точек осевой линии нитей (прогибы) не накладывалось каких-либо ограничений. Она характеризует взаимодействие нитей в тканой несущей оболочке напорного пожарного рукава при действии внутреннего гидравлического давления. На ее основе может быть выполнен прочностной расчет ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии. Система (25)...(41) содержит 17 уравнений и столько же неизвестных:  $N_y$ ,  $Q_y$ ,  $\alpha$ ,  $q_y$ ,  $q_y^*$ ,  $v$ ,  $z$ ,  $N_{O1}$ ,  $N_o$ ,  $Q_o$ ,  $\varphi$ ,  $q_o$ ,  $q_o^*$ ,  $x$ ,  $y$ , а также неизвестные высоты волн изгиба нитей основы и утка  $h^o$ ,  $h^y$ .

Полученная нелинейная система уравнений, включающая дифференциальные уравнения, интегральные и геометрические соотношения, в общем виде не имеет

аналитического решения. Для решения этой системы затруднено использование методов прямого интегрирования, а наиболее эффективным методом ее решения, по нашему мнению, является метод конечных разностей.

## В Ы В О Д Ы

На основе нелинейной теории изгиба гибких нитей получена математическая модель для прочностного расчета ткани несущей оболочки напорного пожарного рукава при гидравлическом воздействии.

## Л И Т Е Р А Т У Р А

1. Тарасов-Агалаков Н.А. Практическая гидравлика в пожарном деле. – М., 1959.
2. Чистобородов Г.И., Степанов С.Г., Федоров Ю.А. Прикладные задачи нелинейной механики гибких нитей. – Иваново, 2008.
3. Светлицкий В.А. Механика гибких стержней и нитей. – М.: Машиностроение, 1978.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 20.11.10.