УДК 677.052.3

АНАЛИТИЧЕСКОЕ ОПРЕДЕЛЕНИЕ ДЛИНЫ ПРОСТРАНСТВЕННОЙ ФОРМЫ БАЛЛОНИРУЮЩЕЙ НИТИ НА КОЛЬЦЕВОЙ ПРЯДИЛЬНОЙ МАШИНЕ

ANALYTICAL DETERMINATION OF THE DIMENSIONAL FORM LENGTH OF A BALLOONING YARN AT A RING SPINNING MACHINE

Н.Л. УШАКОВА, Е.И. УШАКОВ, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ
N.L. USHAKOVA, E.I. USHAKOV, G.I. CHISTOBORODOV

**(Южно-Российский государственный университет экономики и сервиса,
Ивановская государственная текстильная академия)**
**(South Russian State University of Economics and Service,
Ivanovo State Textile Academy)**
E-mail: ushakova20082008@yandex.ru

Целью исследования является оценка воздействия силовых факторов на параметры баллонирующей нити, которые предложено определять в безразмерных единицах.

The study aims to assess the impact of power factors on the parameters of ballooning threads that are suggested to define in dimensionless units.

Ключевые слова: пространственная форма, баллонирующая нить, образующая, длина нити, безразмерные единицы, центробежная сила, лобовое сопротивление, сила Кориолиса.

Keywords: a dimensional form, a ballooning thread, length of a thread, dimensionless units, centrifugal force, front resistance, the Koriolis force.

С целью модернизации конструкции кольцевой прядильной машины выявим длину, а следовательно, и пространственную форму баллонирующей нити, образуемую крутильно-наматывающим механизмом.

Полагаем, что пространственная форма нити определяется ее кривой, расположенной на виртуальной поверхности гибкой оболочки – баллона. При этом форма текущей поверхности баллона зависит от формы его образующей, кото-рая, в свою очередь, связана с такими параметрами как: радиус кольца R; максимальный радиус y_{max} баллона и высота H баллона, соответствующая одному обороту бегунка.

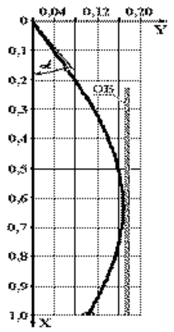

Рис. 1

Рассмотрим форму баллона, у которой y_{max} определяется установочными размерами кольцевого или пластинчатого ограничителя баллона (ОБ). При наличии кольцевого ОБ высота его расположения на кольцепрядильной машине определяет точку образующей баллона, имеющей y_{max}.

При монтаже пластинчатого ОБ ее необходимо выявить, что усложняет решение задачи. Поэтому нами будет рассматриваться задача с установкой пластинчатого ОБ (рис. 1 – форма образующей баллона)

Поскольку баллон имеет волновую природу [1], то уравнение его образующей можно описать синусоидальной кривой вида [2]:

$$y = k\sin ax \;\; (0 \le x \le H, \quad y = y_{max} \text{ при } x = 0{,}5\pi/a), \qquad (1)$$

где x, y – высота и радиус текущей точки баллона соответственно;

$$a = \sqrt{\mu_o \omega_б^2 / T_x}\,,$$

где μ_o – линейная плотность материала баллонирующей нити; $\omega_б$ – угловая скорость вращения баллона, определяемая угловой скоростью $\omega_в$ – вращения веретена; T_x – вертикальная составляющая натяжения нити в баллоне.

Для выше определенных условий имеем [2]:

$$T_x = \mu_o \omega_б^2 H^2 \Big/ \left[\pi - \arcsin\left(R/y_{max}\right)\right]^2 \quad (k = y_{max}\,;\; y_{max} \succ R)\,. \qquad (2)$$

Во вращающейся цилиндрической системе координат рассматриваем элемент нити dS сферической формы, расположенный на образующей баллона, положение которого определяется радиусом y, аппликатой x и углом поворота φ образующей (рис. 2 – пространственная форма баллона и нити).

Допускаем, что вся нить, имеющая пространственную форму длиной L, состоит из сфер, спаянных между собой в местах контакта, количество которых достаточно велико и каждая из них находится на соответствующей ей образующей баллона, при этом толщина образующей равна диаметру $d_н$ нити, а суммарная масса всех сфер равна ее массе.

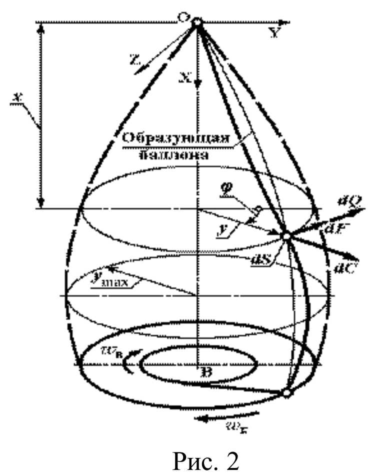

Рис. 2

На баллонирующую нить действуют активные силы: аэродинамическое сопротивление; сила тяжести G нити; центробежная сила инерции C и Кориолисова сила инерции F. Аэродинамическое сопротивление, в свою очередь, раскладывается на лобовое сопротивление Q, подъемную силу P и боковое сопротивление, которое не учитываем, так как эксперименты с текстильными нитями его обнаружили [3]. Сопротивление Q и сила P определяются как [4]:

$$Q = 0,5C_x d_н \rho \upsilon^2 \ell, \tag{3}$$

$$P = 0,5C_y d_н \rho \upsilon^2 \ell, \tag{4}$$

где C_x, C_y – коэффициенты лобового сопротивления и подъемной силы соответственно, зависящие от угла атаки χ (угла между направлениями касательной к элементу нити dS и скоростью потока υ в рассматриваемой точке); ρ – плотность воздуха; ℓ – длина нити, перпендикулярная движению.

Поскольку элемент dS расположен на образующей, то $\ell = dS$, χ =90° и C_y = 0. Тогда (4) равно нулю, то есть подъемная сила отсутствует. Это соответствует постоянной величине T_x для всех точек текущей формы нити [5], так как в вертикальной плоскости на единицу длины нити в баллоне действуют только силы G и T_x, уравновешивающие друг друга. Из этого с учетом (2) и $G=\mu_o Lg$, где g – ускорение свободного падения, следует:

$$\mu_o \omega_б^2 H^2 \big/ \left[\pi\text{-}\arcsin\left(R/y_{max}\right)\right]^2 = \mu_o = Lg \rightarrow y_{max} = R/\sin\left(\pi\text{-}\omega_б H/\sqrt{Lg}\right). \tag{5}$$

Из (5) $y_{max}=f\left(R,H,\omega_б, L\right)$, что по-новому интерпретирует зависимость [4]:

$$y_{max}=\sqrt{3\mu_o R/2\rho C_x d_н}.$$

Как, будет показано далее, параметры μ_o, ρ, $C_x d_н$ определяют величину L и поэтому (5) учитывает большее количество параметров баллона.

Силы C, F, Q действуют в плоскости, перпендикулярной оси вращения баллона. Очевидно, что длина нити $L=\xi\,(x, y, \varphi)$, лежащая на виртуальной поверхности баллона, больше длины $S=j\,(x,y)$ его образующей. Считаем, что масса нити длиной L равна массе нити длиной S и это обусловлено растяжением последней под действием активных сил. При этом имеем зависимость:

$$\mu_o L=\mu_н S=\lambda\mu_o S \quad (\text{при } \mu_н=\lambda\mu_o\ ,\ \lambda 1), \tag{6}$$

где $\mu_н$ – линейная плотность материала нити в ненапряженном состоянии; λ – коэффициент пропорциональности. Тогда с учетом (6) центробежная сила инерции dC, действующая на элемент dS, равна (μ_o=const):

$$dC=\lambda\mu_o\omega_б^2 y dS, \tag{7}$$

где $dS=\sqrt{1+\left(y'\right)^2}dx=\sqrt{1+\left(ka\cos ax\right)^2}dx$. (8)

Принимаем $t=\left(ka\cos ax\right)^2$ и разложим в ряд $\sqrt{1+\left(ka\cos ax\right)^2}=\left(1+t\right)^{1/2}$ с учетом

$$\left(1+t\right)^m \approx 1+\frac{mt}{1!}+\frac{m\left(m\text{-}1\right)}{2!}t^2+...+\frac{m\left(m\text{-}1\right)...\left(m\text{-}n+1\right)}{n!}t^n. \tag{9}$$

Погрешность (9) можно сделать сколь угодно малой величиной. Для упрощения математических зависимостей положим n=2. Получим:

$$\sqrt{1+\left(\mathrm{ka}\cos\mathrm{ax}\right)^2}\approx\left(1+\mathrm{k}^2\mathrm{a}^2\cos^2\mathrm{ax}/2-\mathrm{k}^4\mathrm{a}^4\cos^4\mathrm{ax}/8\right). \quad (10)$$

Для текущего положения баллона ($\omega_Б$=const, a=const) после нтегрирования (7) с учетом (1), (10) и $\cos^2 A=0{,}5\left(1+\cos 2A\right)$ имеем:

$$C=\lambda\mu_o\omega_б^2 k\sin ax\left[\left(1+k^2a^2/4-3k^4a^4/64\right)x+\left(k^2a/8-k^4a^3/32\right)\sin 2ax-k^4a^3\sin 4ax/256\right]+C_1, \quad (11)$$

где C_1 – постоянная интегрирования. Из граничных условий C = 0 при $y_{x=0}$ =0 получим C_1 = 0. После подстановки в (11) значения x =0,5π/а имеем максимальную величину силы C_{max}, формирующую текущую виртуальную поверхность гибкой оболочки и равную:

$$C_{max}=0{,}5\pi\lambda\mu_o\omega_б^2 ka\left(1+k^2a^2/4-3k^4a^4/64\right), \quad (12)$$

при этом зависимость C=f(x) подобна (1) и рис. 1, где в безразмерных единицах y=y/H, тогда H = 1. Текущее значение силы C, определяемое согласно (11) и выраженное в безразмерных единицах, определится как

$$C=y_{max}C/C_{max}H. \quad (13)$$

Кориолисова сила инерции dF, действующая на элемент dS, с учетом (6) равна:

$$dF=2\lambda\mu_o u\omega_б\sin\alpha dS, \quad (14)$$

где u – текущая линейная скорость движения элемента dS нити по контуру образующей баллона (текущая линейная скорость наматывания нити на початок, принимаем u = const); α – угол между направлениями векторов $\overline{u}$ и $\overline{\omega}$, равный углу между осью вращения баллона и касательной к его образующей, так как элемент dS лежит на образующей баллона.

Подставив в (14)

$$\sin\alpha=\mathrm{tg}\alpha\Big/\sqrt{1+\mathrm{tg}^2\alpha}=y'\Big/\sqrt{1+\left(y'\right)^2},$$

а также (8), имеем:

$$F=2\lambda\mu_o u\omega_б ka\int\cos ax\,dx=2\lambda\mu_o u\omega_б k\sin ax+C_2, \quad (15)$$

где C_2 – постоянная интегрирования, определяемая из граничных условий F = 0 при y = y_{max}, x = 0,5π/а, и равная $C_2=-2\lambda\mu_o u\omega_б k$. Знак (–) означает, что направление действия силы противоположно направлению вращения баллона.

Текущее значение силы F, определяемое согласно (15) и выраженное в безразмерных единицах, определится аналогично (13) как

$$F=y_{max}F/C_{max}H. \quad (16)$$

Зависимость F = q(S) строится в безразмерных единицах на развертке поверхности баллона, при этом значения S сопоставляются с соответствующим значением x (рис. 3 – кривая изменения кориолисовой силы инерции). Аналогично далее строится и зависимость Q = p(S).

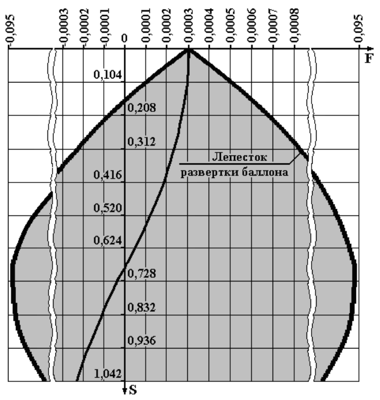

Рис. 3

Определим dQ с учетом (3), (7). Значение $C_x d_н$ выбирается из [4] согласно μ_o, χ. Элемент dS расположен на образующей и ℓ=dS, $\upsilon=\omega_Б y$. Имеем:

$$dQ=0{,}5C_x d_н \rho \omega_б^2 y^2 dS = 0{,}5C_x d_н \rho y dC/\lambda\mu_o \ . \quad (17)$$

После подстановки (1) в (17) и последующего интегрирования получим:

$$Q=0{,}5C_x d_н \rho\left(k\omega_Б \sin ax\right)^2+\left[\left(1+k^2a^2/4-3k^4a^4/64\right)x+\left(k^2a/8-k^4a^3/32\right)\sin 2ax-k^4a^3\sin 4ax/256\right]+C_3, \quad (18)$$

где C_3 – постоянная интегрирования. Из граничных условий Q=0 при $y_{x=0}=0$ имеем C_3 = 0.

Текущее значение силы Q, определяемое согласно (18) и выраженное в безразмерных единицах, определится аналогично (13) как (рис. 4 – кривая изменения аэродинамической силы):

$$Q= y_{max} Q/C_{max} H \ . \quad (19)$$

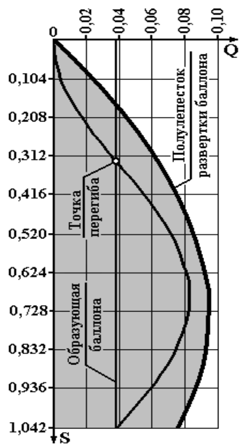

Рис. 4

Результирующая сила N, определяющая угол поворота φ образующей с расположенным на ней элементом dS, равна:

$$N=Q\pm F\approx Q \ , \quad (20)$$

так как величина F по сравнению со значением Q очень мала. При этом с учетом (1), (19) и безразмерных единиц N, y имеем параметр φ (град):

$$\varphi=180N/\pi y\approx 180y_{max}Q/C_{max}\pi k\sin ax \ . \quad (21)$$

Бегунок формирует положение нити на поверхности баллона, так как он движется посредством ее натяжения, а также определяет направление изгиба нити относительно его образующей и точку перегиба нити (рис. 4), которая, как правило, не совпадает с точкой, имеющей y_{max}. Длина L нити в баллоне, выраженная в безразмерных единицах, с учетом (20) и (17) равна:

$$L=\int_0^{S_{x=1}}\sqrt{1+\left(N'\right)^2}dS\approx\int_0^{S_{x=1}}\sqrt{1+\left(Q'\right)^2}dS=\int_0^{S_{x=1}}\sqrt{1+\left(dQ/dS\right)^2}dS \ . \quad (22)$$

После преобразования (17), подстановки его и (1), (8), (10) в (22), использования (9) при n = 2 и дальнейшего интегрирования имеем:

$$L=\int_0^{S_{x=1}}\sqrt{1+\left(0{,}5C_x d_н \rho\omega_Б^2 y^2\right)^2}dS=\Big(1+k^2a^2/4-3k^4a^4/64+3\delta^2/16+$$

$$+\delta^2k^2a^2/64-3\delta^2k^4a^4/2048-11\delta^4k^2a^2/4096\Big)x+\Big(k^2a/8-k^4a^3/32-\delta^2/8a-$$

$$-\delta^2k^2a/256+11\delta^4k^2a/8192\Big)\sin 2ax-\Big(k^4a^3/256+\delta^2/64a-\delta^2k^2a/256+$$

$$+\delta^2k^4a^3/2048+3\delta^4k^2a/4096\Big)\sin 4ax+\Big(\delta^2k^2a/768-21\delta^4k^2a/49152\Big)\sin 6ax-$$

$$-\Big(\delta^2k^4a^3/16384+\delta^4k^2a/32768\Big)\sin 8ax-\delta^4k^2a\sin 10ax/81920, \qquad (23)$$

где $\delta=\left(0{,}5C_x d_н \rho\omega_Б^2 y^2\right)/\left(C_{max}/H\right)$; $k = k/H$; $a = aH$; $x = x/H$. Для перевода параметра L в размерные единицы его следует умножить на H.

ВЫВОДЫ

1. Показано, что центробежная, аэродинамическая силы, а также сила Кориолиса зависят от уравнения образующей баллона. Предложено эти силы определять в безразмерных единицах.

2. Аналитически определена пространственная форма баллонирующей нити, а также ее длина за период одного оборота бегунка.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Barr A.E.* A Descriptiv Account of Yern Tension and Ballon Shapes in Ring Spinning // Journal of the textile Institute. – 1958, № 2. P. 58...88.
2. *Ушаков Е.И., Ушакова Н.Л.* Определение адекватности двух решений уравнения плоского баллона в кольцепрядении // Вестник научно-технического общества. – М.: «АЛЕВ-В», 2003, №6. С. 20… 27.
3. *Каган В.М.* Взаимодействие нити с рабочими органами текстильных машин. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
4. *Павлов Г.Г.* Аэродинамика технологических процессов и оборудования текстильной промышленности. – М.: Легкая индустрия, 1975.
5. *Минаков А.П.* О форме баллона и натяжении нити в крутильных машинах // Изв. Московского текстильного института. – М.: МТИ. Т.2. 1929.

Рекомендована кафедрой текстильного производства ЮРГУЭС. Поступила 27.11.11.