УДК [677.021:533.6]:519.760

ТЕПЛОВАЯ И ГИДРОДИНАМИЧЕСКАЯ МОДЕЛИ ПРОЦЕССА КОНЦЕНТРИРОВАНИЯ ТЕХНОЛОГИЧЕСКОГО РАСТВОРА В ПОЛЕ ДЕЙСТВИЯ ЦЕНТРОБЕЖНЫХ СИЛ

THERMAL AND HYDRODYNAMIC MODELS OF THE PROCESS OF CONCENTRATION OF TECHNOLOGICAL SOLUTION IN THE FIELD OF CENTRIFUGAL FORCES INFLUENCE

Е.Н. КАЛИНИН, Е.Е. КОРОЧКИНА, И.П. ГОРНАКОВ
E.N. KALININ, E.E. KOROCHKINA, I.P. GORNAKOV

(Ивановская государственная текстильная академия)
(Ivanovo State Textile Academy)
E-mail: enkalini@gmail.com

Разработаны тепловая и гидродинамическая модели процесса концентрирования жидкого технологического раствора в поле действия центробежных сил. Греющая поверхность представлена в форме конуса с возможностью динамической трансформации. Найден алгоритм, позволяющий определить численные значения полей скоростей и давлений в ортогональной системе координат на основе решения уравнения Навье-Стокса.

Thermal and hydrodynamic models of the process of concentration of liquid technological solution in the field of centrifugal forces influence have been developed. A warming up surface is presented in the form of a cone with the possibility of dynamic transformation. The algorithm allowing to define numerical values of speed and pressure fields in orthogonal coordinate system on the basis of solving Navier-Stokes equation has been determined.

Ключевые слова: выпарной аппарат, греющая поверхность, тепловой расчет, алгоритм, гидравлическая модель, уравнение Навье-Стокса, конечно-разностный метод переменных направлений.

Keywords: an evaporator, a warming up surface, thermal calculation, an algorithm, a hydraulic model, the Navier-Stokes equation, finite difference method of alternate directions.

Основной задачей синтеза тепловой и гидравлической моделей процесса концентрирования отработанного раствора является прогнозирование основных технологических параметров эксплуатации выпарного аппарата центробежного типа [1] на этапах его проектирования, основными из которых являются площадь греющей поверхности и его производительность при заданных входных характеристиках. Задача осложняется необходимостью варьирования частотой вращения при переменных значениях углов раскрытия конусности динамически трансформируемой греющей поверхности выпарного аппарата [2].

Тепловой расчет выполняется на основе закона сохранения энергии.

Уравнение материального баланса [3] для всего количества раствора определяется как:

$$G_{\text{Н}} = G_{\text{К}} + W,$$

а по растворенному веществу:

$$G_{\text{Н}} x_{\text{Н}} = G_{\text{К}} x_{\text{К}},$$

где $G_{\text{н}}$ – массовый расход начального (исходного) раствора, кг/с; $G_{\text{к}}$ – массовый расход конечного (упаренного) раствора, кг/с; W – массовый расход выпариваемой воды, кг/с; $x_{\text{к}}$ – массовая доля растворенного вещества в исходном растворе; $x_{\text{н}}$ – массовая доля растворенного вещества в упаренном растворе.

Уравнение теплового баланса выпарного аппарата имеет вид:

$$Q + G_{\text{н}} C_{\text{н}} t_{\text{н}} = G_{\text{к}} C_{\text{к}} t_{\text{к}} W i_{\text{вт}} \;\; Q_{\text{пот}},$$

где Q – расход теплоты на выпаривание, Вт; $C_{\text{н}}$, $C_{\text{к}}$ – удельная теплоемкость начального (исходного) и конечного (упаренного) раствора, Дж/(кг·К); $t_{\text{н}}$, $t_{\text{к}}$ – температура начального раствора на входе в аппарат и конечного раствора на выходе его из аппарата,$^{\text{o}}$C; $i_{\text{вт}}$ – удельная энтальпия вторичного пара на выходе из аппарата, Дж/кг; $Q_{\text{пот}}$ – расход теплоты на компенсацию потерь в окружающую среду, Вт.

Из уравнения теплового баланса расход теплоты на выпаривание, поступающей с греющим паром, составит:

$$Q = G_{\text{н}} C_{\text{н}} (t_{\text{н}} - t_{\text{к}}) + W(i_{\text{вт}} - G_{\text{B}} t_{\text{к}}) + Q_{\text{пот}}.$$

При этом расход теплоты, затрачиваемой на нагревание раствора до температуры кипения, составит:

$$Q_{\text{нагр}} = G_{\text{н}} C_{\text{н}} (t_{\text{к}} - t_{\text{н}}),$$

а расход теплоты на испарение жидкой фазы в растворе:

$$Q_{\text{исп}} = W(i_{\text{вт}} - G_{\text{B}} t_{\text{к}}),$$
$$Q = Q_{\text{нагр}} + Q_{\text{исп}} + Q_{\text{пот}},$$

где $C_{\text{в}}$ – удельная теплоемкость жидкости при $t_{\text{к}}$, Дж/(кг·К).

По условию раствор поступает при температуре кипения, следовательно:

$$Q_{нагр} = 0.$$

Определяем температуру вторичного пара в барометрическом конденсаторе как температуру насыщения при давлении в барометрическом конденсаторе и в сепараторе выпарного аппарата. Температурную депрессию по Тищенко [3]:

$$\Delta t_{депр} = 16,2\frac{T^2}{\sigma}t_{атм},$$

где $\Delta t_{депр}$ – температурная депрессия,°С; $t_{атм}$ – температурная депрессия при атмосферном давлении, °С; Т – абсолютная температура воды при данном давлении, °С; σ – теплота испарения для воды при данном давлении, Дж/кг.

Расчет коэффициента теплоотдачи от стенки к кипящему раствору начинается с определения величины минимально допустимой линейной плотности орошения Г по формуле:

$$\frac{\Gamma_{min}}{\rho\nu} = \left(\frac{\sigma}{\rho g^{1/3}\nu^{4/3}}\right)^{0.625}.$$

Рабочая величина Г должна находиться в пределах 1,5–3 Γ_{min}. При $\Gamma > 3\Gamma_{min}$ волновые эффекты при течении пленки по греющей поверхности начинают отрицательно влиять на стабильность работы аппарата [3]. После выбора рабочей плотности орошения Г становится возможным определить толщину пленки концентрируемого раствора δ:

$$\delta = \sqrt[3]{\frac{3\Gamma\mu}{g\rho^2}}.$$

Для определения коэффициента α_2 теплоотдачи со стороны продукта необходимо знать, какой режим в аппарате: пузырьковое кипение или испарение с поверхности пленки жидкости без образования пузырьков. Расчет осложняется различными угловыми скоростями вращения греющей камеры и различными углами ее раскрытия. Режим пузырькового кипения начинается, когда удельная тепловая нагрузка q достигает или превышает величину $q_т$ [3], которая вычисляется следующим образом:

$$q_m = \left[\left(0,75A_1\right) + \left(0,56A_1^2 + 130A_2\right)^{0,5}\right]^2,$$

где $A_1 = \alpha_2\sqrt{\frac{\sigma T_{нас}}{\rho_п r\lambda}}$; $A_2 = \frac{\alpha_2\rho_п r}{c\rho\,Re^{0,4}}$, при $60 < Re < 500$; $A_2 = \frac{2,6\alpha_2\rho_п r}{c\rho\,Re^{0,55}}$ при $Re > 500$; $T_{нас}$ – абсолютная температура насыщенных вторичных паров при данном давлении; $\rho_п$ –плотность; $Re = \omega\delta/\nu$, где ω – угловая скорость вращения греющей поверхности.

При этом коэффициент теплоотдачи α_2 вычисляется при Re > 500 из выражения [3]:

$$\frac{\alpha_2}{\lambda}\sqrt[3]{\frac{\nu^2}{g}} = 0,023\sqrt[4]{4\,Re}\sqrt{Pr},$$

а при 60 < Re < 500 из формулы:

$$\frac{\alpha_2}{\lambda} = \frac{Re^{0,2}\,Pr}{5\,Pr + 2,9\,Re^{0,2}\sqrt[3]{Pr}}.$$

Для определения коэффициента теплопередачи к раствору в качестве первого приближения принимаем температуру наружной поверхности внешнего слоя загрязнений t_1' на греющей поверхности. Температура поверхности загрязнений со стороны раствора определится как t''_2:

$$t''_2 = t'_1 - q\sum\sigma_{cm},$$

а коэффициент теплопередачи:

$$K = \frac{1}{\frac{1}{\alpha_1} + \sum\sigma_{ст} + \frac{1}{\alpha_2}},$$

где К – коэффициент теплопередачи, Вт/(м^2·К); α_1 – коэффициент теплоотдачи от пара к стенке, Вт/(м^{2}К); α_2 – коэффициент теплоотдачи от стенки к раствору, Вт/(м^2·К); $\sum \sigma_{ст}$ – сумма тепловых сопротивлений.

Площадь греющей поверхности определяется по формуле:

$$F = \frac{Q_{г.п}}{K\Delta t_{пол}},$$

где $Q_{г.п}$ – теплота, отданная греющим паром раствору, Вт; $\Delta t_{пол}$ – полезная разность температур; K – коэффициент теплоотдачи, Вт/м^2·°С.

В начальной стадии синтеза гидродинамической модели исследуемого процесса необходимо определить численные значения поля скоростей U и поля давлений P в ортогональной системе координат на основе решения уравнения Навье-Стокса в различные моменты времени процесса. Для этого мы используем метод переменных направлений [4], так как эта задача является многомерной:

$$\frac{\partial U_x}{\partial t} + U_x \frac{\partial U_x}{\partial x} + U_y \frac{\partial U_x}{\partial y} = \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} \right) - \frac{1}{\rho} \frac{\partial P}{\partial x} + F_x .$$

В методе переменных направлений шаг по времени делится на 2 этапа продолжительностью $\tau/2$. На первом этапе строится разностная схема: неявная – в направлении координатной оси Ох и явная – в направлении оси Оу. На втором этапе строится разностная схема: явная – в направлении Ох и неявная – в направлении Оу.

Конечно-разностная аппроксимация уравнения Навье-Стокса в направлении оси Ох по неявной разностной схеме и по явной в направлении оси Оу записывается в следующем виде:

$$\frac{U_x^{k+\frac{1}{2}} - U_x^{k}}{\tau/2} = -U_x^{k} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^{k+\frac{1}{2}} - U_y^{k} \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^{k} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \right)^{k+\frac{1}{2}} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} \right)^{k} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{k+1} + F_x^{k+1}.$$

Конечно-разностная аппроксимация уравнения Навье-Стокса в направлении оси Ох по явной разностной схеме и по неявной в направлении оси Оу записывается в следующем виде:

$$\frac{U_x^{k+1} - U_x^{k+\frac{1}{2}}}{\tau/2} = -U_x^{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial U_x}{\partial x} \right)^{k+\frac{1}{2}} - U_y^{k+\frac{1}{2}} \left(\frac{\partial U_x}{\partial y} \right)^{k+1} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial x^2} \right)^{k+\frac{1}{2}} + \nu \left(\frac{\partial^2 U_x}{\partial y^2} \right)^{k+1} - \frac{1}{\rho} \left(\frac{\partial P}{\partial x} \right)^{k+1} + F_x^{k+1}.$$

Реализуемый конечно-разностный алгоритм содержит 3 неизвестных: $U_{xi+1,j}^{k+к}$, $U_{xi,j}^{k+к}$, $U_{xi-1,j}^{k+к}$ – значения скорости потока в предыдущем, текущем и последующем узле конечно-разностной сетки в будущий момент времени. Для решения последнее уравнение приведем к виду, которое решается методом прогонки:

$$a_i U_{xi-1,j}^{k+1} + b_i U_{xi,j}^{k+1} + c_i U_{xi+1,j}^{k+1} = f_i \ ,$$

где a_i, b_i, c_i – коэффициенты прогонки.

На первом этапе метода переменных направлений коэффициенты прогонки определяются следующим образом:

$$a_i = -\frac{\tau}{2}\frac{U_{xi,j}^{k} + \left|U_{xi,j}^{k}\right|}{2h} - \frac{\nu\tau}{2h^2};$$

$$b_i = 1 + \frac{\tau}{2}\frac{U_{xi,j}^{k} + \left|U_{xi,j}^{k}\right|}{2h} - \frac{\tau}{2}\frac{U_{xi,j}^{k} - \left|U_{xi,j}^{k}\right|}{2h} + \frac{\nu\tau}{h^2} = 1 + \frac{\tau}{2}\frac{\left|U_{xi,j}^{k}\right|}{h} + \frac{\nu\tau}{h^2};$$

$$c_i = \frac{\tau}{2}\frac{U_{xi,j}^{k} - \left|U_{xi,j}^{k}\right|}{2h} - \frac{\nu\tau}{2h^2};$$

$$f_i = U_{xi,j}^{k} + +\frac{\tau}{2}\left(-\frac{U_{yi,j}^{k} + \left|U_{yi,j}^{k}\right|}{2}\frac{U_{xi,j}^{k} - U_{xi,j-1}^{k}}{h} - \frac{U_{yi,j}^{k} - \left|U_{yi,j}^{k}\right|}{2}\frac{U_{xi,j+1}^{k} - U_{xi,j}^{k}}{h} + \right.$$

$$\left. +\nu\frac{U_{xi,j+1}^{k} - 2U_{xi,j}^{k} + U_{xi,j-1}^{k}}{h^2} - \frac{1}{\rho}\frac{P_{i+1,j+1}^{k+1} + P_{i+1,j-1}^{k+1} - P_{i-1,j+1}^{k+1} - P_{i-1,j-1}^{k+1}}{4h} + F_{xi,j}^{k+1}\right).$$

Представим $U_{xi-1,j}^{k+1}$ в виде

$$U_{xi-1,j}^{k+1} = L_i U_{xi,j}^{k+1} + M_i.$$

Аналогично можно записать:

$$U_{xi,j}^{k+1} = L_{i+1} U_{xi+1,j}^{k+1} + M_{i+1}.$$

Рекуррентные формулы для L_i и M_i имеют выражения:

$$L_{i+1} = -\frac{c_i}{a_i L_i + b_i}; \qquad M_{i+1} = \frac{f_i - a_i M_i}{a_i L_i + b_i}.$$

Значения L1 и M1 определяются из граничных условий первого или второго рода. Для граничного условия первого рода задано значение скорости на границе. Для граничного условия второго рода задана производная скорости по нормали к границе. При использовании метода прогонки вначале выполняется прогонка слева-направо и находятся прогоночные коэффициенты Li и Mi, а затем – справа-налево и вычисляются значения поля скоростей.

Таким образом, синтез тепловой и гидравлической моделей исследуемого процесса является основой создания компьютерного инструмента, реализующего прогнозирование и оптимизацию комплекса параметров принципиально нового устройства для концентрирования в поле действия центробежных сил отработанных жидких технологических сред [5].

ВЫВОДЫ

Синтезированы тепловая и гидравлическая модели процесса концентрирования отработанного жидкого раствора обеспечивающие прогнозирование основных технологических эксплуатационных параметров выпарного аппарата центробежного типа на этапах его оптимального проектирования, а также позволяющие вести количественный и качественный анализ динамических свойств системы при решении исследовательских и конструкторских задач.

ЛИТЕРАТУРА

1. Патент РФ №2185868, МПК B01D 1/22. Опубл. 27.07.2002 Бюл.№ 21.
2. *Ганичев И.В., Калинин Е.Н.* Идентификация динамической модели вихревого движения пленочного потока жидкости // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2004, №2.
3. *Таубман Е.И.* Расчет и моделирование выпарных установок. – М.: Химия, 1970.
4. *Балаев Э.Ф., Нуждин Н.В., Пекунов В.В. и др.* Численные методы и параллельные вычисления для задач механики жидкости, газа и плазмы: Учебное пособие. — Иваново: Изд-во ИГЭУ, 2003.
5. *Берегов М.*А., Кузнецов В.В. Исследование методов компьютерного моделирования гидродинамики жидкостных потоков в промывной ванне // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2012, №1 С.141…144.

Рекомендована кафедрой системного анализа. Поступила 10.11.12.