№ 3 (278) ТЕХНОЛОГИЯ ТЕКСТИЛЬНОЙ ПРОМЫШЛЕННОСТИ 2004

УДК 677.025.486:510.6

МОДЕЛИРОВАНИЕ СОСТОЯНИЙ ТРИКОТАЖНОГО ПОЛОТНА

Г.А. БРОНЗ

(Димитровградский институт технологии, управления и дизайна Ульяновского государственного технического университета)

В настоящей статье проведены аналитические исследования моделирования состояний трикотажного полотна с использованием Марковских случайных процессов, аппарат которых хорошо разработан и используется для описания сложных технологических систем [1].

Процесс изготовления трикотажа представлен Марковской однородной цепью, то есть случайным процессом с дискретными состояниями и дискретным (по технологическим переходам или состояниям) временем, в котором переходные вероятности не зависят от номера шага, то есть от времени, а зависят только от вида состояния (из сурового в состояние после 1-й отлежки, из отделанного – в состояние после 2-й отлежки или из одного качественного состояния в другое и т.д.), где:

S_j – возможные динамические состояния трикотажа в процессе его изготовления: вязание, отлежка, отделка, раскрой, пошив и т.д., каждое из них, в свою очередь, может характеризоваться разнообразными состояниями (бездефектное, хорошего качества, высокого качества и т.п.), а S_0 – начальное состояние трикотажа (полотна, полуфабриката, готового изделия);

0,1,2, .. j , …m – номер последовательного состояния системы;

t_1, t_2, …. – моменты времени, когда система может менять свое состояние;

1, 2, .. , ℓ,…k – номер шага, соответствующий переходу на другой технологический процесс или переходу внутри процесса (вязания);

1, 2, .. ,i,…n – номер вероятностного состояния процесса или трикотажа.

Распределение вероятностей состояния полотна в начале процесса:

$$P_1(0),\ P_2(0),\dots\ P_i(0),\dots\ P_n(0). \qquad (1)$$

Для момента времени t вероятность перехода процесса или полотна (изделия) в любое из n состояний P_{ij} задается вероятностной матрицей n^2:

$$P_{ij} = \begin{vmatrix} P_{11} & P_{i12} & P_{1n} \\ P_{21} & P_{22} & P_{2n} \\ \dots & \dots & \dots \\ P_{i1} & P_{i2} & P_{in} \\ P_{n1} & P_{n2} & P_{nn} \end{vmatrix}. \qquad (2)$$

Для заданных начальных распределений вероятностей (1) и матрицы переходных вероятностей P_{ij} (2) вероятность состояния трикотажного полотна $P_j(k)(i=\overline{1,n}\ j=\overline{1,n})$ определяется по рекуррентной формуле:

$$P_j(k) = \sum_{i=1}^{n} P_i(k-1) P_{ji}\,(i=\overline{1,n}\ j=\overline{1,n}). \qquad (3)$$

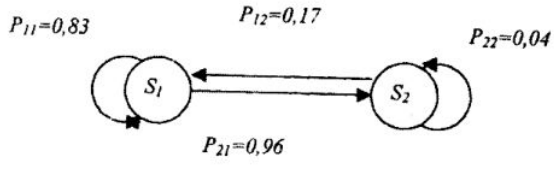

Рис. 1

Рассмотрено применение этого математического аппарата для оценки состояний сурового полотна в процессе вязания с учетом того, что в процессе наработки рулона полотна в течение смены времени суровое полотно может находиться в одном из двух размеченных на графе состояний (рис.1):

S_1 – нормальное или стандартное, при котором оно имеет регламентируемые на этом переходе показатели структуры: $П_Г$, $П_В$, m_S, видимые дефекты отсутствуют;

S_2 – нестандартное, при котором наблюдается несоответствие названных параметров трикотажного полотна предъявляемым на этом переходе требованиям, а также отмечается наличие видимых дефектов и т.д.

С использованием рекуррентной формулы (3) для заданного времени, в частности, к концу 2-й смены, проведена оценка состояния полотна, то есть оценка вероятности соответствия параметров структуры и уровня дефектности сурового полотна регламентируемым (на данном переходе) показателям. При этом вероятность нахождения полотна в одном из состояний в данной работе приравняли к показателям сортности сурового и готового полотна арт. 446ф, арт.369ф, арт. 060402, вырабатываемого на различных кругловязальных машинах, которые регистрировались в соответствии с ОСТом 17-706–83 при контрольной разбраковке партии и в регистрационных журналах технологов на Чебоксарской трикотажной фабрике.

Матрица вероятности переходов полотна, составленная по экспериментальным данным, имеет вид

$$\left|P_{ij}\right| = \begin{vmatrix} 0{,}82 & 0{,}17 \\ 0{,}96 & 0{,}04 \end{vmatrix},$$

где $P_{11} = 0{,}82$ – вероятность того, что полотно имеет стандартные показатели; $P_{12} = 0{,}17$ – вероятность того, что полотно имеет нестандартные показатели; $P_{21} = 0{,}96$ – вероятность перехода полотна из состояния "нестандартные показатели" в состояние "стандартные показатели"; $P_{22} = 0{,}04$ – вероятность перехода полотна из состояния "стандартные показатели" в состояние "нестандартные показатели".

При начальной вероятности $P(0) = \begin{vmatrix} 0 \\ 1 \end{vmatrix}$

$P_1(0) = 0$ $P_2(0) = 1$ вероятность состояния полотна в конце 1-й смены:

$$P_1(1) = P_1(0)\,P_{11} + P_2(0)\,P_{21} = 0{\cdot}0{,}83 + 1{\cdot}0{,}96 = 0{,}96,$$
$$P_2(1) = P_1(0)\,P_{12} + P_2(0)\,P_{22} = 0{\cdot}0{,}17 + 1{\cdot}0{,}04 = 0{,}04.$$

Вероятностное состояние полотна в конце 2-й смены:

$$P_1(2) = P_1(1)\,P_{11} + P_2(1)\,P_{21} = 0{,}96{\cdot}0{,}83 + 0{,}04{\cdot}0{,}96 = 0{,}835,$$
$$P_2(2) = P_1(1)\,P_{12} + P_2(1)\,P_{22} = 0{,}96{\cdot}0{,}17 + 0{,}04{\cdot}0{,}04 = 0{,}165.$$

Иными словами – суровое трикотажное полотно в конце рассматриваемого периода будет иметь стандартные показатели структуры (состояние S_1) с вероятностью 0,835 и нестандартные показатели (состояние S_2) с вероятностью 0,165.

Аналогично можно моделировать вероятности нахождения трикотажа на любом технологическом переходе или переходе с учетом большего числа рассматриваемых состояний [2].

Рассмотренный выше аппарат моделирования дополнен и уточнен применением непрерывных цепей Маркова, в которых переход рассматриваемой системы из состояния в состояние происходит в случайные моменты времени. Такой подход в большей степени приближает "рассматриваемое" на любом этапе технологического процесса изготовления состояние трикотажа к фактическому, так как образование дефекта вязания или дефекта в отделке, в пошиве и т.д. может произойти в любой непредсказуемый момент времени.

Для процессов с непрерывным временем для описания $S_0, S_1, S_2, \ldots, S_i \ldots, S_n$ состояний трикотажа вместо P_{ij} рассматриваются плотности вероятностей перехода λ_{ij}, представляющие собой предел отношения вероятности перехода системы за время Δt из состояния S_i в состояние S_j к длине промежутка Δt:

$$\lambda_{ij}(t) = \lim_{\Delta t \to 0} \frac{P_{ij}(t;\Delta t)}{\Delta t}, \qquad (4)$$

а вероятность состояний $P_i(t)$ определится путем решения системы дифференциальных уравнений (известных как уравнения Колмогорова) [1]:

$$\frac{dP_i(t)}{dt} = \sum_{j-1}^{n} \lambda_{ji} P_j(t) - P_i(t) \sum_{j=1}^{n} \lambda_{ij}, \qquad (5)$$

где $\lambda_{ij}\, P_i(t)$ – поток вероятности перехода за время Δt из состояния S_i в состояние S_j.

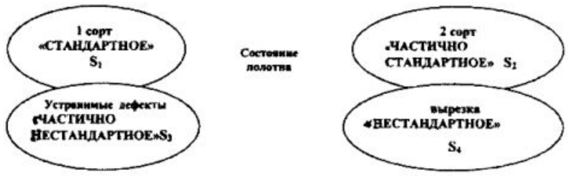

Рис. 2

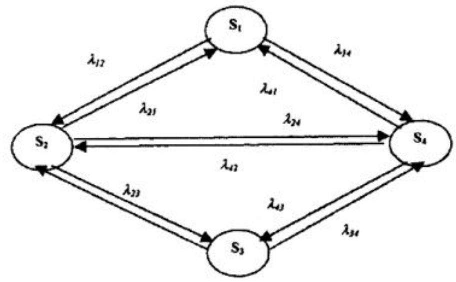

Рис. 3

На рис.2 представлена схема рассматриваемых возможных четырех состояний трикотажа S_1, S_2, S_3, S_4, , фиксируемых в ходе технологического контроля полотна в процессе вязания, а на рис.3 – размеченный граф этих состояний трикотажа, предусматривающий при наработке полотна его переход последовательно из одного состояния в другое (из S_1 в S_2, из S_2 в S_3, из S_3 в S_4, из S_4 в S_1), а после соответствующего устранения причин дефектов возможен и обратный переход (из S_2 в S_1, из S_3 в S_2, из S_4 в S_3, из S_1 в S_4).

Система дифференциальных уравнений (5) имеет вид:

$$\begin{cases} \frac{dP_1}{dt} = \lambda_{21} P_2 + \lambda_{41} P_4 - \lambda_{12} P_1 - \lambda_{14} P_1, \\ \frac{dP_2}{dt} = \lambda_{12} P_1 + \lambda_{32} P_3 + \lambda_{42} P_4 - \lambda_{21} P_2 - \lambda_{23} P_2 - \lambda_{24} P_2, \\ \frac{dP_3}{dt} = \lambda_{23} P_2 + \lambda_{43} P_4 - \lambda_{32} P_3 - \lambda_{34} P_3, \\ \frac{dP_4}{dt} = \lambda_{14} P_1 + \lambda_{24} P_2 + \lambda_{34} P_3 - \lambda_{41} P_4 - \lambda_{42} P_4 - \lambda_{43} P_4, \end{cases} \qquad (6)$$

а система линейных уравнений для финальных вероятностей и статистических значений интенсивностей переходов данного графа:

$$\begin{cases} P_1 + P_2 + P_3 + P_4 = 1, \\ 0{,}5\ P_1 - 2P_2 + P_3 + 0{,}5P_4 = 0, \\ P_2 - 3P_3 + P_4 = 0, \\ P_1 + 0{,}5\ P_2 + 2P_3 - 6{,}5P_4 = 0. \end{cases} \qquad (7)$$

Решая систему (7) любым из простых итерационных численных методов, например, методом Крамера, с использованием редактора MathCad, получим значения основных и вспомогательных определителей матриц и значения вероятностей:

$$D=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0,5 & -2 & 1 & 0,5\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 1 & 0,5 & 2 & -6,5\end{vmatrix}=-50,25,\quad D_1=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0 & -2 & 1 & 0,5\\ 0 & 1 & -3 & 1\\ 0 & 0,5 & 2 & -6,5\end{vmatrix}=-26,25,\quad D_2=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0,5 & 0 & 1 & 0,5\\ 0 & 0 & -3 & 1\\ 1 & 0 & 2 & -6,5\end{vmatrix}=-11,2,$$

$$D_3=\begin{vmatrix}11 & 1 & 1 & 1\\ 0,5 & -2 & 0 & 0,5\\ 0 & 1 & 0 & 1\\ 1 & 0,5 & 0 & -6,5\end{vmatrix}=-6,\quad D_4=\begin{vmatrix}1 & 1 & 1 & 1\\ 0,5 & -2 & 1 & 0\\ 0 & 1 & -3 & 0\\ 1 & 0,5 & 2 & 0\end{vmatrix}=-6,75,$$

$$P_1=0{,}522,\qquad P_2=0{,}224,\qquad P_3=0{,}119,\qquad P_4=0{,}134.$$

Полученные значения вероятностей показывают, что ~52% относительного времени наработки рулона (0,522 часть, или 52,2% рулона) полотна будет иметь стандартные показатели структуры; ~22% времени его показатели будут соответствовать продукции 2 сорта; еще ~12% времени полотно будет вырабатываться с незначительными, устранимыми на дальнейших технологических переходах дефектами и остальные ~11% времени будет вырабатываться полотно с дефектами, подлежащими вырезке.

И, наконец, разметим граф состояний трикотажа, фиксируемого в ходе технологического контроля полотна в процессе вязания, добавив к четырем состояниям S_1, S_2, S_3, S_4 еще одно S_5 – состояние, характеризующееся нестабильностью параметров полотна при вязании в периоды включения-выключения вязальной машины, вызываемыми остановами с последующим устранением различного рода причин дефектов и остановов (рис. 4).

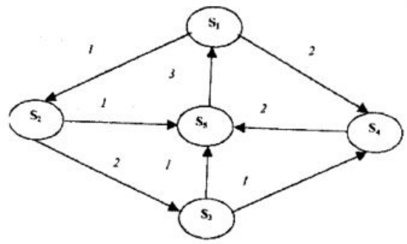

Рис. 4

Рассчитанные аналогично выражениям (6) и (7) значения вероятностей показывают, что разметка графа с учетом нестабильного состояния полотна в периоды включений-выключений уменьшает суммарную вероятность получения полотна 1 и 2 сортов до 0,568 и увеличивает вероятность выработки полотна с явными дефектами до 0,304.

Использование аппарата Марковских случайных процессов для оценки вероятностного состояния трикотажа на различных этапах его производства позволит в определенной степени моделировать его последующее качество, нормировать расход сырья и количество отходов.

ВЫВОДЫ

Предложены вероятностные модели оценки состояния трикотажа на базе однородных и непрерывных цепей Маркова и осуществлена оценка вероятности различных состояний трикотажного полотна по данным технологического контроля в процессе вязания.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Волков И.К., Загоруйко Е.А.* Исследование операций. – М.: Изд. МГТУ им. Н.Э. Баумана, 2002.

2. *Бронз Г.А., Куликов В.С.* // Вестник ДИТУД. – 2003, № 1 (15). С.5…9.

Рекомендована кафедрой трикотажного производства. Поступила 01.04.04.