УДК 677.46.021.70

# ОПРЕДЕЛЕНИЕ ВЕЛИЧИНЫ ЕСТЕСТВЕННОГО КРУЧЕНИЯ НИТИ ПРИ ПРОТАСКИВАНИИ ЧЕРЕЗ ТОРОИДАЛЬНУЮ ПОВЕРХНОСТЬ

*А.В. ГЛУЩЕНКО, Г.И. ЧИСТОБОРОДОВ*

**(Ивановская государственная текстильная академия)**

Для проводки нити на швейной машине применяют различные направители, поверхности которых можно рассматривать как цилиндрические или тороидальные. Известно, что при продольном вхождении на поверхность в реальной нити возникает крутящий момент, который сообщает нити ложную крутку. В этом случае рабочий участок нити раскручивается или закручивается.

Степень раскручивания или закручивания нити определяется характеристикой естественного (геометрического) кручения $\chi$ – кривой, по которой расположена ось нити на поверхности. Для определения величины $\chi$ необходимо знать характер поверхности и кривой, с которой совпадает ось нити.

Установлено, что если между двумя точками на поверхности натянута реальная нить, то можно с достаточной степенью точности считать, что она расположена по геодезической линии поверхности.

Кручение оси нити при протаскивании через цилиндрическую поверхность [1]:

$$\chi = \frac{\sin 2\alpha}{D} \quad , \qquad (1)$$

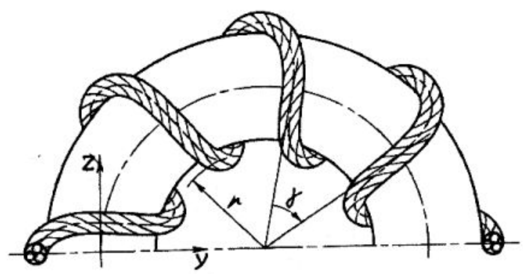
где D – диаметр образующего цилиндра; $\alpha$ – угол подъема витков оси нити (угол, составляемый касательной к винтовой оси с горизонтальной плоскостью при условии, что ось z образующего цилиндра вертикальна).

При этом шаг намотки:

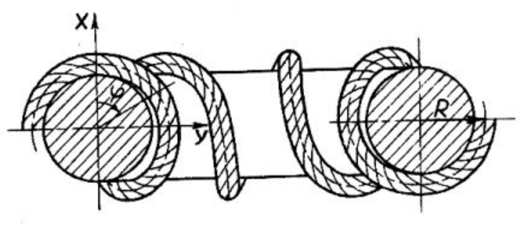
$$h = \pi D \, \mathrm{tg}\,\alpha = \mathrm{const} \, .$$

С целью теоретического нахождения величины $\chi$ – кривой, по которой расположена ось нити на тороидальной поверхности, в [2] были использованы методы дифференциальной геометрии. Через коэффициенты первой и второй квадратичной форм поверхности получено выражение, в общем виде являющееся достаточно сложным.

Определим величину $\chi$ естественного кручения геодезической линии для тороидальной поверхности другим способом.




а)




б)

Рис. 1

Рассматривая тор (рис.1), предположим, что это – равномерно изогнутый цилиндр. В этом случае шаг намотки меняется в зависимости от угла поворота $\varphi$. Из рис. 1:

$$h = \frac{2\pi\gamma}{360}\left(r + R\left(1 - \sin\varphi\right)\right) \quad , \qquad (2)$$

где R – радиус образующего цилиндра; r – радиус образующего тора; $\varphi$ – полярный угол; $\gamma$ – угол намотки.

Уравнение оси нити имеет вид:

$$\left.\begin{aligned} x &= R\cos\varphi \ , \\ y &= R\sin\varphi \ , \\ z &= \frac{h(\varphi)}{2\pi}\varphi \ . \end{aligned}\right\} \qquad (3)$$

Из [3] следует:

$$\chi = \frac{\left(\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}'''\right)}{\left|r' \times r''\right|^2} \quad , \qquad (4)$$

где $\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}'''$ – производные от радиус-вектора $\bar{r} = \{x; y; z\}$.

Определив $\bar{r}', \bar{r}'', \bar{r}'''$ и подставив в (4), получим:

$$\chi = \frac{z' + z'''}{(z'')^2 + (z')^2 + R^2} \quad . \qquad (5)$$

Угол намотки средней линии тора:

$$\gamma = \frac{R\,\mathrm{tg}\,\alpha 360}{(r + R)} \quad , \qquad (6)$$

где $\alpha$ – угол вхождения нити на поверхность (угол между касательной к оси нити в точке входа на поверхность и плоскостью, перпендикулярной в данной точке оси образующего цилиндра).

Подставляя (6) в (2), имеем:

$$h = \frac{2\pi R\,\mathrm{tg}\,\alpha}{(r + R)}\left(r + R\left(1 - \sin\varphi\right)\right) \quad . \qquad (7)$$

Дифференциал z равен:

$$dz = \frac{h}{2\pi} d\varphi \ .$$

Откуда

$$\frac{dz}{d\varphi} = \frac{h}{2\pi} \ ,$$

то есть в функции φ, z меняется на величину $\frac{h}{2\pi}$, которая для цилиндра равна $R\,tg\alpha = const$, а для тора согласно (7):

$$z' = \frac{dz}{d\varphi} = \frac{R\,tg\alpha}{(r+R)}\left(r + R(1-\sin\varphi)\right) \ . \qquad (8)$$

Соответственно:

$$z'' = -\frac{R^2\,tg\alpha}{(r+R)}\cos\varphi \ , \qquad (9)$$

$$z''' = \frac{R^2\,tg\alpha}{(r+R)}\sin\varphi \ . \qquad (10)$$

Подставим (8...10) в (5). После преобразований получим:

$$\chi = \frac{tg\alpha}{Rtg^2\alpha\left(1+\frac{R}{(r+R)}\left(\frac{R}{(r+R)} - 2\sin\varphi\right)\right) + R} \ . \qquad (11)$$

Анализируя полученное выражение (11) можно сделать вывод о том, что χ тем меньше, чем больше R, меньше r и чем больше отклоняется угол α от величины $\frac{\pi}{4}$, что совпадает с выводами из [2].

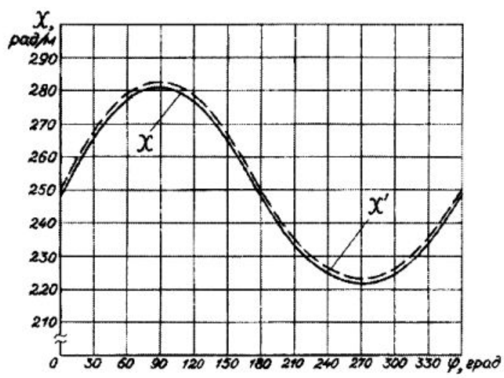



Рис. 2

Для наглядного представления полученного выражения (11) и сравнения его с аналогичным из [2] на рис.2 представлено графическое изображение зависимости, где χ – аналитическая зависимость по формуле (11), а χ' – из [2]. В качестве примера из [4] взяты рекомендуемые для ровницы средней линейной плотности диаметр отверстия 15 мм и толщина стенки 2 мм, угол входа продукта в отверстие $\frac{\pi}{4}$.

## ВЫВОДЫ

Получено более простое в общем виде выражение для определения величины естественного кручения нити при протаскивании через тороидальную поверхность.

## ЛИТЕРАТУРА


1. *Чистобородов Г.И.* Формирование текстильного материала в процессе его технологической подачи. – Ч.1 – Иваново: ИГТА, 1995.
2. *Павлов Ю.В.* // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. – 1972, №1.
3. *Позняк Э.Г., Шикин Е.В.* Дифференциальная геометрия. – М., МГУ, 1990.
4. *Павлов Ю.В.* Неподвижные вьюрки в прядении. – М.: Легкая индустрия, 1978.



Рекомендована кафедрой начертательной геометрии и черчения. Поступила 01.03.04.