УДК 677.21.051.164.4

ОСОБЕННОСТИ АЭРОМЕХАНИЧЕСКОГО СЛОЕОБРАЗОВАНИЯ ИЗ ВОЛОКОН В БУНКЕРНОМ ПИТАТЕЛЕ

А.П. БАШКОВ, В.Д. ФРОЛОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

В двухкамерных бункерных питателях с разрыхляющим барабаном между верхней и нижней шахтами волокновоздушный поток поступает через диффузор (волокноотделитель) 1 (рис. 1 – показан отсос мелких примесей из полуограниченного пространства бункерного питателя) в верхнюю шахту 2.

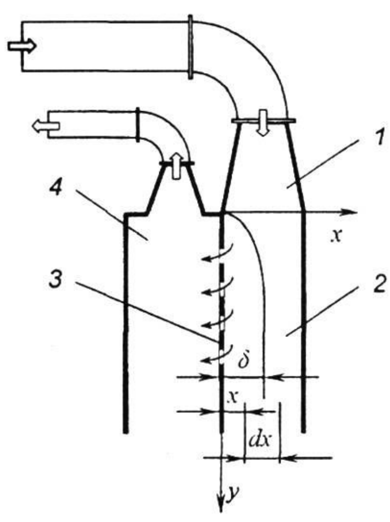

Рис. 1

В процессе движения воздушного потока с волокном и примесями в диффузоре происходит замедление скорости воздушного потока, а следовательно, увеличение концентрации волокна и примесей в нем за счет большей инерционности волокнистых тел, чем воздуха. В результате снижения скорости волокно оседает в шахту бункерного питателя. Воздух, фильтруясь сквозь волокно, выводится через перфорированную стенку 3 в стабилизирующую всасывающую камеру 4, из которой затем удаляется системой аспирации.

Увеличение концентрации волокна и примесей сказывается на характере волокновоздушного потока при движении его вдоль боковых стенок бункерного питателя.

Найдем функцию распределения концентрации примесей (волокна и сорных частиц) в полуограниченном пространстве шахты бункерного питателя около перфорированной стенки 3.

Допустим, что в стабилизирующей камере 4 (область $x \geq 0$) в начальный момент времени концентрация примесей C_0 постоянна. В связи с отсосом концентрация примесей понижается до C_c и в дальнейшем остается постоянной около поверхности перфорированной стенки.

При продольном обтекании потоком перфорированной стенки с однородной фильтрацией, когда v_0 = const, по предположению Шлихтинга можно считать $v_y = v_0$.

Из уравнения неразрывности на таком участке получим:

$$\frac{\partial v_y}{\partial y} \approx 0 .$$

Полагая в первом приближении $V' = 0$ и $V = v_\infty$, вместо системы уравнений будем иметь одно уравнение:

$$v_0 \frac{\partial v_y}{\partial y} = v \frac{\partial^2 v_y}{\partial x^2} . \qquad (1)$$

Из уравнения (1) найдем профиль скорости вдоль стенки 3 бункерного питателя:

$$v_y = v_\infty \left(1 - e^{\frac{v_0 x}{v}}\right). \qquad (2)$$

Для определения толщины вытеснения и потери импульса скорости используем:

$$\delta' = \frac{v}{v_o}, \quad \delta'' = \frac{1v}{2v_o}. \qquad (3)$$

Касательное напряжение сил трения на перфорированной стенке и коэффициент местного трения будут определяться из уравнений:

$$\tau_{ст} = \mu \left(\frac{\partial v_y}{\partial x} \right)_{x=0} = \varrho v_\infty v_0;$$
$$C_{xi} = \frac{\tau_{ст}}{\frac{\varrho v_\infty^2}{2}} \approx \frac{2v_0}{v_\infty}. \qquad (4)$$

Пограничный слой с такими характеристиками называется асимптотическим слоем при отсосе и образуется при $x \geq \frac{4v}{v_\infty C_q^2}$,

где $C_q = \frac{v_0}{v_\infty}$ – коэффициент отсоса, определяющий коэффициент местного трения C_τ, равный $C_\tau = 2C_q$.

При оптимальном отсасывании (фильтрации) воздуха и сорных примесей из пограничного слоя, согласно теоретическим расчетам, получаем весьма резкое снижение аэродинамического сопротивления, по сравнению с сопротивлением турбулентного режима в слое. При этом концентрация примесей в полуограниченном пространстве зависит от двух аргументов: от времени t и от абсциссы точки x, поэтому дифференциальное уравнение для поля концентрации имеет вид:

$$\frac{\partial C_u}{\partial t} = a \frac{\partial^2 C_u}{\partial x^2}, \qquad (5)$$

где a – коэффициент фильтрации; $C_u = C - C_c$ – избыточная концентрация с начальными условиями: $t = 0,\ 0 \leq x \leq \infty$; при этом:

$$\Delta C = C_0 - C_c = 0, \qquad (6)$$

при граничных условиях:

$$\begin{cases} t > 0, \quad x = 0, \ \text{где } \Delta C = C_0 - C_c = 0, \\ t \geq 0, \quad x \to \infty, \quad \text{где} \quad \frac{\partial C_u}{\partial x} \to 0. \end{cases} \qquad (7)$$

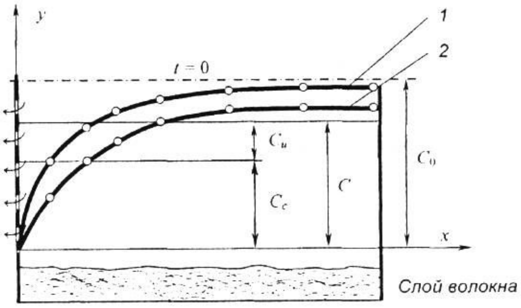

Рис. 2

Для получения искомой функции C_u уравнение (5) умножаем на $e^{-pt}dt$ и интегрируем по t в пределах от 0 до ∞. В результате получаем обыкновенное дифференциальное уравнение с искомой функцией, которая является изображением функции C_u (рис. 2 – показано распределение концентрации примесей в воздушном потоке в полуограниченном пространстве верхней части шахты бункерного питателя: 1 – теоретическая кривая распределения концентрации по сечениям шахты бункерного питателя; 2 – экспериментальная кривая распределения концентрации).

$$u = p \int_0^\infty C_u e^{-pt} dt. \qquad (8)$$

После преобразований уравнения (5) с учетом граничных условий (7) будем иметь:

$$p\int_0^\infty \frac{\partial C_u}{\partial t}e^{-pt}dt = ap\int_0^\infty \frac{\partial^2 C_u}{\partial x^2}e^{-pt}dt. \quad (9)$$

При $x = 0$ получаем:

$$\int_0^\infty \partial e^{-pt}dt = 0. \quad (10)$$

После преобразования правой части уравнения (9) получим:

При $x \to \infty$:

$$\int_0^\infty \frac{\partial C_u}{\partial x}e^{-pt}dt = 0. \quad (11)$$

$$p\int_0^\infty \frac{\partial^2 C_u}{\partial x^2}e^{-pt}dt = \frac{d^2}{dx^2}p\int_0^\infty C_u e^{-pt}dt = \frac{d^2u}{dx^2}. \quad (12)$$

Используя условие (6), интегрируем левую часть уравнения (9):

$$p\int_0^\infty \frac{\partial C_u}{\partial t}e^{-pt}dt = pC_u e^{-pt}\Big|_0^\infty + p^2\int_0^\infty C_u e^{-pt}dt = pu - p\Delta C. \quad (13)$$

Отсюда уравнение (8) для функции u имеет вид:

$$\frac{d^2u}{dx^2} - \frac{p}{a}u + \frac{p\Delta C}{a} = 0, \quad (14)$$

с граничными условиями для функции u:

$$\begin{cases} \text{при } x = 0 \text{ получим } u = 0, \\ \text{при } x \to \infty \text{ получим } \dfrac{du}{dx} \to 0. \end{cases} \quad (15)$$

Окончательное решение уравнения (14) будет:

$$u = C_1 e^{x\sqrt{p/a}} + C_2 e^{-x\sqrt{p/a}} + \Delta C. \quad (16)$$

Дифференцируя u по x, находим:

$$\frac{du}{dx} = C_1\sqrt{\frac{p}{a}}e^{x\sqrt{p/a}} - C_2\sqrt{\frac{p}{a}}e^{-x\sqrt{p/a}}.$$

Тогда с учетом граничных условий (15) находим значения C_1 и C_2:

$$C_1 = 0;\; C_2 = -\Delta C.$$

После подстановки этих значений в общий интеграл находим изображение u искомой функции C_u:

$$u = \Delta C\left(1 - e^{-x\sqrt{p/a}}\right).$$

Согласно таблице перехода от изображения $1 - e^{-x\sqrt{p/a}}$ к оригиналу следует:

$$1 - e^{-x\sqrt{p/a}} = \frac{2}{\sqrt{n}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}} e^{-n^2}dn,$$

откуда

$$C_u = \frac{2\Delta C}{\sqrt{n}}\int_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}} e^{-n^2}dn.$$

Тогда

$$C = C_c + \frac{2(C_0 - C_c)}{\sqrt{n}} \int\limits_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}} e^{-n^2} dn . \quad (17)$$

Выражение (17) при массовой концентрации примесей C = 0,02 (кг волокна на кг воздуха), C_c =0,01, C_0 =0,06 будет иметь следующий вид:

$$0{,}02 = 0{,}01 + \frac{2(0{,}06 - 0{,}02)}{\sqrt{n}} \int\limits_0^{\frac{x}{2\sqrt{at}}} e^{-n^2} dn$$

или

$$\frac{0{,}08}{\sqrt{n}} \operatorname{erfc} \frac{\ell}{2\sqrt{at}} = 0{,}01, \quad (18)$$

где a = 0,004 $см^2/с$ – коэффициент фильтрации примесей через перфорированную, свободную от волокнистого слоя стенку в отсасывающей камере, ℓ = 5 см – размер зоны отсоса (расстояние до перфорированной стенки).

При определении времени t и экспериментального и теоретического распределения концентрации примесей в сечении шахты питателя приводим выписку из таблицы функций erfc:

t	$t^{\frac{1}{2}}$	$4t^{-\frac{1}{2}}$	$\operatorname{erfc}4t^{-\frac{1}{2}}$
1,1	3,3	1,07	0,129
1,2	3,4	1,02	0,149
1,3	3,6	0,98	0,165
1,4	3,7	0,95	0,180

При помощи интерполяции найдем время t, необходимое для более эффективной очистки волокновоздушного потока через перфорированную стенку, и построим теоретическую и экспериментальную кривые распределения концентрации примесей в сечении шахты питателя (рис. 2) при расстоянии до перфорированной стенки ℓ = 5 см.

Далее, в связи с отсосом по всей зоне (толщине) диффузионного слоя, а не только в ограниченном пространстве ℓ, необходимо найти функциональную зависимость, выражающую изменение концентрации примесей в воздушном потоке по сечению шахты бункерного питателя вдоль координаты x (рис. 1).

Выделим в пограничном слое элемент размером dx, ограниченный плоскостями, параллельными плоскости раздела фаз (плоскости стенки шахты) и расположенными от нее на расстоянии x и x+dx (рис.1), и составим для него материальный баланс.

Скорость диффузии в точках плоскости, отстоящей от плоскости раздела фаз на расстоянии x, равна

$$-D\frac{dC}{dx},$$

где D – коэффициент диффузии; C – концентрация примесей (волокна и сорных частиц) в воздушном потоке на глубине с координатой x.

Количество воздуха, прошедшего за счет диффузии через элементарную площадку перфорированной стенки в зоне раздела за время t, будет равно:

$$L_x = -D\frac{dC}{dx}dt.$$

Аналогично, через границу элементарного слоя, отстоящую от плоскости раздела фаз на x+dx, расход воздуха будет:

$$L_{x+dx} = -D\left[\frac{dC}{dx} + d\left(\frac{dC}{dx}\right)\right]dt,$$

поскольку градиент по концентрации в этой плоскости равен:

$$\frac{dC(x+dx)}{dx} = \frac{dC}{dx} + d\left(\frac{dC}{dx}\right).$$

Вследствие того, что размер элемента в проекции на ось x равен dx, количество диффундирующего через него вместе с воздухом волокна будет равно dxC. Скорость взаимодействия воздушного потока и волокна пропорциональна концентрации примесей C и, следовательно, равна kC.

Тогда

$$\frac{dC}{dt} = kC,$$

где k – константа взаимодействия воздуха и волокнистой смеси.

В этом случае количество диффундирующего воздуха, взаимодействующего с волокном в элементарном объеме с размером dx за время dt, будет равно kCdxdt.

Поэтому уравнение материального баланса можно представить в виде:

$$-D\frac{dC}{dx}dt + D\left[\frac{dC}{dx} + d\left(\frac{dC}{dx}\right)\right]dt - kCdxdt = 0. \qquad (19)$$

После преобразований уравнение примет вид:

$$\frac{d^2C}{dx^2} = \frac{k}{D}C. \qquad (20)$$

Приведем уравнение (20) к удобному виду, обозначив $\frac{k}{D} = a^2$.

Тогда

$$C''(x) - a^2C(x) = 0. \qquad (21)$$

Пусть имеем зависимость между функциями x(t) и y(p), где y(p) – изображение функции C(x), которую мы считаем оригиналом или в символической записи

$$y(p) = L\left(\frac{dx}{dt}\right). \qquad (22)$$

Найдем изображение производной $L\left(\frac{dx}{dt}\right)$, выразив его через y(p) на основании равенства

$$y(p) = p\int_0^\infty e^{-pt}x(t)dt. \qquad (23)$$

На основании равенства (23) имеем

$$L\left(\frac{dx}{dt}\right) = p\int_0^\infty e^{-pt}\left(\frac{dx}{dt}\right)dt. \qquad (24)$$

Интегрируя по частям выражение (24), получим:

$$p\int_0^\infty e^{-pt}\left(\frac{dx}{dt}\right)dt =$$

$$= pe^{-pt}x(t)\Big|_0^\infty + p^2\int_0^\infty e^{-pt}x(t)dt. \qquad (25)$$

Поскольку

$$\lim_{t\to\infty}\left[e^{-pt}x(t)\right] = 0,$$

то

$$L\left(\frac{dx}{dt}\right) = -px_0 + py, \qquad (26)$$

где $x_0 = x(0)$.

Формула (26) определяет изображение производной $\frac{dx}{dt}$, если известно изображение функции x и ее значение при t = 0. Для того, чтобы найти изображение производной второго порядка $\frac{d^2x}{dt^2}$, примем $u = \frac{dx}{dt}$.

Тогда из (26) имеем:

$$L\left(\frac{d^2x}{dt^2}\right) = L\left(\frac{du}{dt}\right) = -pu_0 + pL\left(\frac{dx}{dt}\right) =$$

$$= -px_1 - p^2x_0 + p^2y, \qquad (27)$$

где x_1 – значение производной $\frac{dx}{dt}$ при t=0.

На основании выражения (27) можно сказать, что изображение функции y(p) удовлетворяет алгебраическому уравнению:

$$p^2y - p^2x_0 - px_1 - a^2y = 0. \qquad (28)$$

Решая уравнение (28) относительно y(p), получаем:

$$y(p) = x_0\frac{p^2}{p^2 - a^2} + \frac{x_1}{a}\frac{pa}{p^2 - a^2}. \qquad (29)$$

Для решения уравнения с постоянными коэффициентами в общем виде:

$$\frac{d^n x}{dt^n} + a_1\frac{d^{n-1}x}{dt^{n-1}} + ...$$
$$+ a_{n-1}\frac{dx}{dt} + a_n x = f(t). \qquad (30)$$

Полагая, что y = L(x) и $Ф_1(p) = Lf(t)$, и заменив в выражении (30) производные от x по t их изображениями на основании производных высших порядков, получим

$$L\left(\frac{d^3x}{dt^3}\right) = p^3y - p^3x_0 - p^2x_1 - px_2. \qquad (31)$$

После преобразований уравнения (31) имеем

$$(p^n + a_1p^{n-1} + \ldots + a_n)y = Ф_1(p) + Ф_2(p), \qquad (32)$$

где

$$Ф_2(p) = (px_{n-1} + p^2x_{n-2} + \ldots + p^2x_0) +$$
$$+ a_1(px_{n-2} + p^2x_{n-3} + \ldots + p_n^{n-1}x_0) + \ldots + a_{n-1}(px_0).$$

Из соотношений (31) и (32) таблицы изображений и оригиналов функций найдем оригинал, то есть функцию C(x):

$$C(x) = x_0 ch(ax) + \frac{x_1}{a} sh(ax). \qquad (33)$$

В уравнении (33) x_0 = const обозначает производную, то есть

$$x_1 = C'(0) = \frac{dC(0)}{dx} = const. \qquad (34)$$

Функцию (34) можно представить в виде

$$C(x) = k_1e^{ax} + k_2e^{-ax}. \qquad (35)$$

В связи с тем, что ранее найдена концентрация примесей в пограничном слое, а также в слое, расположенном на расстоянии ℓ от плоскости раздела фаз (рис. 2), где $C = C_1$ при $x = 0$ и $C = C_2$ при $x = \ell$, в этом случае

$$C_1 = k_1 + k_2; \quad C_2 = k_1e^{a\ell} + k_2e^{-a\ell}. \qquad (36)$$

Решая уравнения (36) относительно k_1 и k_2, получим

$$k_1 = \frac{C_2 - C_1e^{-a\ell}}{2sh(a\ell)}; \; k_2 = \frac{C_1e^{a\ell} - C_2}{2sh(a\ell)}.$$

Подстановка k_1 и k_2 в общий интеграл позволит определить C:

$$C = \frac{C_2 sh(ax) + C_1 sh[a(\ell - x)]}{sh(a\ell)} =$$
$$= \frac{C_2 sh\sqrt{\frac{k}{D}}x + C_1 sh\sqrt{\frac{k}{D}}(1 - x)}{sh\sqrt{\frac{k}{D}}\ell}. \qquad (37)$$

ВЫВОДЫ

Найдены функции, дающие распределение концентрации примесей в полуограниченном пространстве всасывающей камеры возле перфорированной стенки, а также в сечении шахты бункерного питателя, и построены графики этих распределений.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 29.01.05.