

РАСЧЕТ ПРИГОДНОСТИ СЛОЯ СТЕБЛЕЙ К ТРЕПАНИЮ МЕТОДОМ СТАТИСТИЧЕСКОГО МОДЕЛИРОВАНИЯ

А. Б. ЛАПШИН, Е. Л. ПАШИН, С. Е. МАЯНСКИЙ

(Костромской государственной технологической университет,
Всероссийский научно-исследовательский институт по переработке лубяных культур)

Под пригодностью слоя к обработке трепанием понимается вероятная часть его по массе, которая может быть зажата в обоих конвейерах трепальной машины и обработана с выделением длинного волокна [1]. Показатель пригодности слоя к трепанию, введенный А.М. Ипатовым [1], важен с точки зрения оценки эффективности механической обработки слоя стеблей при получении длинного льняного волокна.

Существующие методики расчета пригодности [1], [2] основаны на следующих допущениях: 1) законы распределения комлевых и вершинных концов стеблей в слое являются нормальными, как по длине стеблей (то есть по ширине слоя), так и по углу взаимного расположения стеблей; 2) слой расположен относительно линии его зажима так, что потери при трепании будут одинаковыми как со стороны комлей, так и со стороны вершин.

Цель данной работы заключается в уточнении существующей методики определения показателя пригодности за счет

исключения указанных допущений, используемых при расчете.

Известная методика расчета пригодности использует формулы:

$$P = \Phi\left(\frac{x_z - 3\sigma_1}{\sigma_1}\right) - \Phi\left(\frac{x_z + L_T - L_M - 3\sigma_2}{\sigma_2}\right), \quad (1)$$

где $\Phi(\dots)$ – функция Лапласа; x_z – координата положения слоя относительно зажимных конвейеров (рис. 1); L_T – минимальная длина стеблей, пригодных к трепанию; L_M – средняя массодлина стеблей (рис. 1 – схема расположения комлевых и вершинных концов стеблей в слое); σ_{10} , σ_{20} – среднеквадратические отклонения рассеивания стеблей в слое по комлям и по вершинам соответственно для неразвернутого (угол разворота $\beta = 0$, (рис. 2 – схема разворота слоя и дезориентация стеблей)) и недезоринированного слоя (угол взаимной дезориентации $\alpha = 0$).

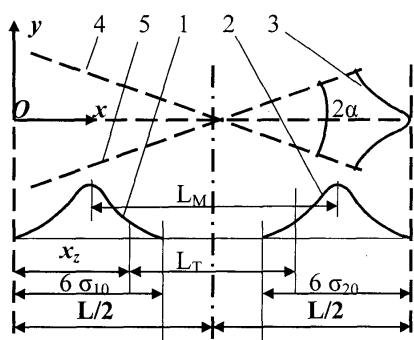


Рис. 1

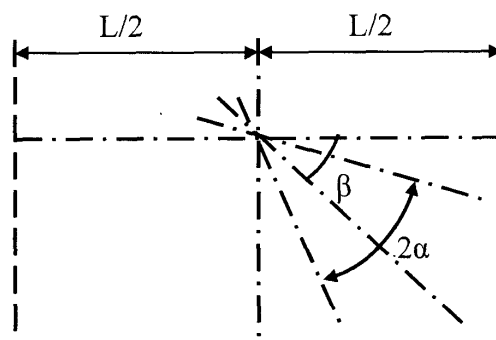


Рис. 2

С учетом углов α , β среднеквадратические отклонения рассеивания стеблей по комлям и вершинам, а также другие величины вычисляются по формулам:

$$\sigma_1 = (0,5Lz - (0,5L - 6\sigma_{10}) \cos(\alpha + \beta)) / 6, \quad (2)$$

$$\sigma_2 = (0,5Lz - (0,5L - 6\sigma_{20}) \cos(\alpha + \beta)) / 6, \quad (3)$$

$$z = \begin{cases} 1, & \text{если } \beta \leq \alpha, \\ \cos(\beta - \alpha), & \text{если } \beta > \alpha, \end{cases} \quad (4)$$

$$L_M = Lz - 3\sigma_1 - 3\sigma_2, \quad (5)$$

$$x_z = x_{opt} = \sigma_1 \left(3 + (L_M - L_T) / (\sigma_1 + \sigma_2) \right), \quad (6)$$

где L – общая ширина слоя (при $\alpha = 0$, $\beta = 0$) (рис. 1); x_{opt} – оптимальное положение слоя относительно зажимных конвейеров [1] (при указанных выше допущениях).

Итак, в существующей методике расчета пригодности (1)...(6) предполагается, что:

а) неразвернутый слой стеблей (угол разворота $\beta = 0$, (рис. 1, 2)) имеет нормальные законы распределения комлевых и вершинных концов (линии 1 и 2 – рис. 1), а также нормальный закон по углу дезориентации стеблей (линия 3 – рис. 1);

б) при развороте слоя ($\beta \neq 0$, рис. 2) эти законы распределения остаются нормальными (изменяются лишь их параметры).

Действительно, в соответствии с центральной предельной теоремой теории вероятностей [3] для неразвернутого слоя ($\beta = 0$) можно сделать предположение а). Однако при развороте слоя происходит сложное нелинейное взаимодействие упомянутых законов распределения, в результате чего может изменяться сам характер вероятностных распределений. Из этого следует, что применение предположения б) не является оправданным.

Поскольку описать аналитически обозначенное выше нелинейное взаимодействие законов распределения не представляется возможным, применим метод статистического моделирования для расчета пригодности. Эти методы удобны для решения нелинейных задач при описании случайных процессов и явлений различного содержания [4].

Итак, пусть выполняется предположение а), то есть стебли моделируемой порции стеблей расположены между линиями 4 и 5 (рис. 1) в пределах секторов с максимальной угловой дезориентацией 2α . Введем плоскую систему координат xOy , как указано на рис. 1. Исходными данными для расчета являются:

$L, L_T, \sigma_{10}, \sigma_{20}, \alpha, \beta, n$; n – объем статистической выборки.

Метод статистического моделирования опишем в виде следующего алгоритма.

1. Расчет σ_1, σ_2 по формулам (2), (3).

2. В цикле изменяется координата x_z положения слоя относительно зажимных конвейеров трепальной машины (в пределах диапазона $0 \leq x_z \leq 6\sigma_1$, рис. 1). При каждом фиксированном значении x_z выполняются все дальнейшие шаги алгоритма.

3. Моделирование трех одномерных массивов (матриц-строк), содержащих n элементов, со стандартным нормальным распределением (математическое ожидание равно нулю, дисперсия равна единице). Обозначим эти массивы $\theta_1, \theta_2, \theta_3$. Примечание. В системе MATLAB [5] такое моделирование псевдослучайных чисел осуществляется командой «`randn(1,n)`».

4. Расчет случайных углов расположения стеблей неразвернутого слоя (в пределах угловой дезориентации 2α , рис. 1):

$$\gamma_i = (\alpha/3) \theta_{1,i}. \quad (7)$$

Здесь и далее нижний индекс i означает номер элемента в соответствующем массиве $i = 1, 2, \dots, n$.

5. Моделирование случайных координат комлевых концов стеблей:

$$\begin{cases} x_{0,i}^k = 3\sigma_{10} + \sigma_{10} \theta_{2,i}, \\ y_{0,i}^k = x_{0,i}^k \operatorname{tg} \gamma_i, \end{cases} \quad (8)$$

где нижний нулевой индекс у координат x, y означает, что это – координаты неразвернутого слоя; верхний индекс k означает моделирование комлевых концов стеблей.

6. Моделирование случайных координат комлевых концов развернутого на угол β слоя:

$$\begin{pmatrix} x_i^k + L/2 \\ y_i^k \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & -\sin\beta \\ \sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{0,i}^k - L/2 \\ y_{0,i}^k \end{pmatrix}. \quad (9)$$

7. $n^k = 0$; в цикле по $i = 1, 2, \dots, n$: если $x_z < x_i^k < 6\sigma_1$, то $n^k = n^k + 1$.

8. Расчет массовой доли потерь за счет непопадания под зажим комлевых концов стеблей:

$$p^k = n^k / n. \quad (10)$$

9. Моделирование случайных координат вершинных концов стеблей:

$$\begin{cases} x_{0,i}^b = (L - 3\sigma_{20}) + \sigma_{20} \theta_{3,i}, \\ y_{0,i}^b = x_{0,i}^b \operatorname{tg}\gamma_i, \end{cases} \quad (11)$$

где верхний индекс b означает моделирование вершинных концов стеблей.

10. Моделирование случайных координат вершинных концов развернутого на угол " $\alpha - \beta$ " слоя:

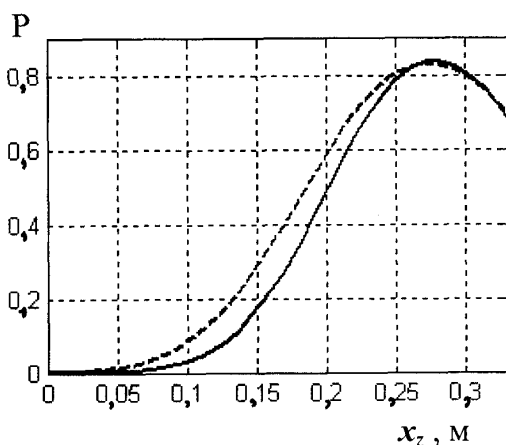


Рис. 3

Сравним две методики расчета пригодности (рис. 3 и 4; рис. 3 – зависимость пригодности от координаты положения слоя относительно зажимных конвейеров ($\alpha = 15^\circ$; $\beta = 25^\circ$), рис. 4 – то же ($\alpha = 15^\circ$; $\beta = 45^\circ$)): первая методика – формулы (1)...(6) (пунктирные линии на рис. 3, 4); вторая методика – формулы (7)...(14) по

$$\begin{pmatrix} x_i^b + L/2 \\ y_i^b \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \cos\beta & \sin\beta \\ -\sin\beta & \cos\beta \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} x_{0,i}^b - L/2 \\ y_{0,i}^b \end{pmatrix}. \quad (12)$$

11. $n^b = 0$; в цикле по $i = 1, 2, \dots, n$: если $Lz - 6\sigma_2 < x_i^b < x_z + L_T$, то $n^b = n^b + 1$.

12. Расчет массовой доли потерь за счет непопадания под зажим вершинных концов стеблей:

$$p^b = n^b / n. \quad (13)$$

13. Расчет пригодности слоя стеблей к трепанию (при фиксированном значении x_z):

$$P = 1 - p^k - p^b. \quad (14)$$

КОНЕЦ АЛГОРИТМА.

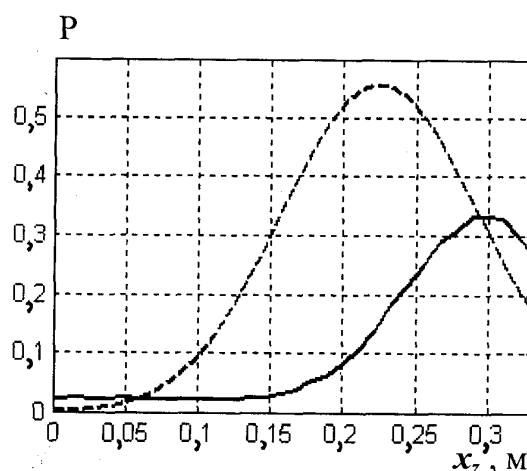


Рис. 4

описанному выше алгоритму (сплошные линии на рис. 3, 4). Для рис. 3, 4 принимаем следующие исходные данные: $L = 100$ см; $\sigma_{10} = 5$ см; $\sigma_{20} = 7$ см; $L_T = 40$ см; $\alpha = 15^\circ$; $\beta = 25^\circ$ для рис. 3; $\beta = 45^\circ$ для рис. 4. Заметим, что по существующим рекомендациям [1] разворот слоя перед мяльной машиной составляет

45°. Объем выборки $n = 15000$ в каждом варианте исходных данных принимался для обеспечения неизменности результатов статистического моделирования этого варианта.

Из рис. 3, 4 следует, что при $\beta \leq 30^\circ$ две сравниваемые методики расчета пригодности дают одинаковые результаты как по x_{opt} , так и по величине пригодности (рис. 3); при $\beta \geq 30^\circ$ результаты расчетов по тому и другому методам различаются существенно (рис. 4). Можно заметить, что метод статистического моделирования является наиболее адекватным, так как учитывает изменение характера вероятностных распределений развернутого слоя.

ВЫВОДЫ

1. Разработан метод статистического моделирования пригодности слоя стеблей к трепанию, учитывающий изменение характера вероятностных распределений развернутого слоя.

2. При угле разворота слоя более 30° аналитический метод и метод статистического моделирования при расчете пригодности приводят к существенно различным результатам как по среднему значению пригодности, так и по координате оптимального положения слоя относительно зажимных конвейеров.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ипатов А.М.* Теоретические основы механической обработки стеблей лубяных культур. – М.: Легпромбытиздат, 1989.
2. *Лапшин А.Б.* Развитие теории процесса получения трепаного льняного волокна: Дис...докт. техн. наук. – Кострома, 2002.
3. *Вентцель Е.С., Овчаров Л.А.* Теория вероятностей и ее инженерные приложения. – М.: Наука, 1988.
4. *Болотин В.В.* Случайные колебания упругих систем. – М.: Наука, 1979.
5. *Чен К., Джиблин П., Ирвинг А.* MATLAB в математических исследованиях. – М.: Мир, 2001.

Рекомендована отделом разработки научных основ и технологии льнопереработки ВНИИЛК.
Поступила 04.04.05.