

УДК 677.024.2

**ВЛИЯНИЕ НАТЯЖЕНИЯ НА КОЛЕБАНИЯ ОСНОВНЫХ НИТЕЙ\***

О.С. СТЕПАНОВ

(Ивановский государственный университет)

Несмотря на то, что колебательные процессы упругой системы заправки ткацкого станка имеют немаловажное значение, в научной литературе они до сих пор освещены еще сравнительно мало. Например, колебания нитей основы прямо или косвенно влияют на облет шлихты. Если удастся снизить ее облет, то это приведет к экономии клеящих материалов.

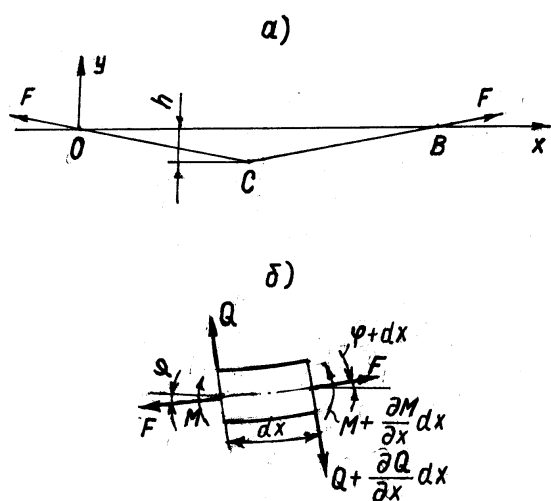


Рис. 1

Рассмотрим свободные колебания нити, находящейся в фазе заступа – рис. 1 – схема действия сил. Допускаем, что колебания являются малыми и продольный глазок галева не препятствует перемещению нити. В фазе заступа нить контактирует с опушкой ткани (точка O) и поверхностью скала (позиция B). Кроме того, на нить действуют растягивающие нагрузки F и сила тяжести ламели, приложенная в точке C. Эту силу учитывать не будем

ввиду ее малости; h – величина прогиба нити.

На рис.1-б показан элемент нити, на который действуют силы F; перпендикулярные силы Q,  $Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx$ ; изгибающие моменты M,  $M + \frac{\partial M}{\partial x} dx$ .

При изгибе нити ее осевая линия образует с осью x углы  $\varphi = \frac{\partial y}{\partial x}$  и  $\varphi + d\varphi$ , где

$$d\varphi = \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} dx.$$

Учитывая обозначения рис. 1-б, запишем, проецируя силы на вертикальную ось:

$$m dx \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -F \sin \varphi + Q \cos \varphi - (Q + \frac{\partial Q}{\partial x} dx) \cos(\varphi + d\varphi) + F \sin(\varphi + d\varphi), \quad (1)$$

где m – распределенная масса единицы длины нити, кг/м.

Задачу решаем для малых прогибов нити. Используя формулы сложения для двух последних слагаемых правой части выражения (1) и пренебрегая величинами второго и более высоких порядков малости, приводим (1) к виду [1]:

$$m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} - \frac{\partial Q}{\partial x}. \quad (2)$$

\* В порядке обсуждения.

$$\frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = -U(x)p^2 \cos(pt + \varphi_0). \quad (13)$$

Запишем еще два уравнения [1]:

$$\frac{\partial M}{\partial x} = Q, \quad (3)$$

$$A \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = M, \quad (4)$$

где  $A$  – жесткость нити на изгиб.

Из (3):

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial^2 M}{\partial x^2}. \quad (5)$$

Из (4):

$$\frac{\partial^2 M}{\partial x} = A \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}. \quad (6)$$

Решая совместно (5) и (6), получим

$$\frac{\partial Q}{\partial x} = A \frac{\partial^4 y}{\partial x^4}. \quad (7)$$

С учетом (7) равенство (2) примет вид

$$A \frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - F \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + m \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (8)$$

Или

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} - \frac{F}{A} \frac{\partial^2 y}{\partial x^2} + \frac{m}{A} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2} = 0. \quad (9)$$

Ищем решение (9) в форме [1]:

$$y = U(x) \cos(pt + \varphi_0), \quad (10)$$

где  $p$  – круговая частота;  $t$  – время;  $\varphi_0$  – начальная фаза.

Из (10) следует:

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = U^2(x) \cos(pt + \varphi_0), \quad (11)$$

$$\frac{\partial^4 y}{\partial x^4} = U^4(x) \cos(pt + \varphi_0), \quad (12)$$

Подставляем (11)...(13) в (9):

$$U^4(x) - \frac{F}{A} U^2(x) - \frac{p^2 m}{A} U(x) = 0. \quad (14)$$

Равенство (14) соответствует обыкновенному дифференциальному уравнению для амплитудной функции  $U(x)$ . Ее целесообразно задать в виде [1]:

$$U(x) = \sin \frac{k\pi x}{L} \quad (k = 1, 2, 3 \dots), \quad (15)$$

где  $L$  – расстояние от опушки ткани до точки схода нити со скала.

Находим вторую и четвертую производные от (15):

$$U^2(x) = -\frac{k^2 \pi^2}{L^2} \sin \frac{k\pi x}{L}, \quad (16)$$

$$U^4(x) = \frac{k^4 \pi^4}{L^4} \sin \frac{k\pi x}{L}. \quad (17)$$

С учетом (15)...(17) уравнение (14) примет вид

$$\frac{k^4 \pi^4}{L^4} + \frac{F}{A} \frac{k^2 \pi^2}{L^2} - \frac{p^2 m}{A} = 0. \quad (18)$$

Из (18):

$$p = k^2 \pi^2 \sqrt{A / mL^4} \sqrt{1 + FL^2 / k^2 \pi^2 A}. \quad (19)$$

Если положить  $k=1$ , что будет соответствовать первой основной частоте колебаний нити, то из (19) следует

$$p_1 = \pi^2 \sqrt{A / mL^4} \sqrt{1 + FL^2 / \pi^2 A}. \quad (20)$$

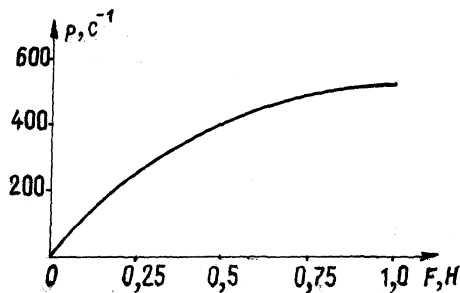


Рис. 2

На рис. 2 приводится график изменения частоты колебаний нити. По оси абсцисс отложены значения натяжения нити, по оси ординат – показатели колебаний. Из графика следует: с увеличением натяжения основной нити ее колебания возрастают.

Если учесть, что большинство тканей вырабатывается с начальным натяжением основных нитей 0,15...0,3 Н, то этому интервалу соответствуют частоты 150...250 с<sup>-1</sup>. При натяжении нити 0,8...1,0 Н колебания могут достигнуть величины 500...600 с<sup>-1</sup>.

$$U(x, t) = \frac{8h}{\pi^2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2} \sin \frac{\pi n}{2} \sin \frac{\pi n x}{L} \cos \frac{\pi n a t}{L}. \quad (22)$$

Или

$$U(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \gamma_n \cos(\omega_n t - \delta_n) \sin \frac{\pi n x}{L}. \quad (23)$$

В (23) основную частоту колебаний нити можно определить по формуле

$$\omega_1 = \frac{\pi}{L} \sqrt{\frac{F}{m}}. \quad (24)$$

$$p_1 = 3,14^2 \sqrt{\frac{0,15 \cdot 10^{-8}}{29 \cdot 10^{-6} \cdot 1^4}} \sqrt{1 + \frac{0,25 \cdot 1^2}{3,14^2 \cdot 0,15 \cdot 10^{-8}}} \approx 291,91 \text{ с}^{-1}. \quad (26)$$

Первые частоты, подсчитанные по (25) и (26), примерно совпадают. Разница незначительна. Однако метод решения задачи на основании уравнения (18) более прост, чем приведенный в [2]. Его следует рекомендовать к практическому применению.

Это может повлечь за собой значительный облет шлихты. Для того чтобы избежать подобного, следует вырабатывать ткань на станке с минимальным заправочным натяжением.

Остановимся еще на одном методе решения рассматриваемой задачи. В основу положим волновое уравнение из [1], [2]:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = a^2 \frac{\partial^2 U}{\partial x^2}, \quad (21)$$

где  $a$  – параметр, отражающий отношение силы натяжения нити к ее погонной массе, м/с:

$$a = \sqrt{F/m}.$$

Решение (21) методом Фурье имеет вид [2]:

Применительно к станку СТБ2-180 и нити из фенилона 29 текс, а также  $F=0,25$  Н,  $L=1$  м,  $m=0,00003$  кг/м значение  $\omega_1$  составляет

$$\omega_1 = \frac{3,14}{1} \sqrt{\frac{0,25}{0,00003}} \approx 286,64 \text{ с}^{-1}. \quad (25)$$

На основании (20) при  $A=0,15 \cdot 10^{-8}$  Н·м<sup>2</sup>;  $F=0,25$  Н;  $m=29 \cdot 10^{-6}$  кг/м

## ВЫВОДЫ

1. Рассмотрены поперечные колебания нитей основы в фазе заступа и показано направление решения данной задачи на основе обычного дифференциального уравнения четвертого порядка.

2. Проанализировано влияние силы заправочного натяжения нитей основы на их колебания в фазе заступа. При увеличении натяжения колебания возрастают, при снижении – уменьшаются. Желательно выработку ткани на станке осуществлять с меньшим заправочным натяжением основы. Это будет способствовать повышению производительности ткацкого оборудования.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Бидерман В.Л. Теория механических колебаний. – М.: Высшая школа, 1980.
2. Степанов С.Г., Степанов О.С. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005, № 3. С.34...36.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 30.05.06.

---