

ВЫЯВЛЕНИЕ ЗАВИСИМОСТИ МЕЖДУ ХАРАКТЕРИСТИКАМИ ПРОТЯЖЕННОСТИ ВОЛОКОН ПРЯМОГО И КОСВЕННОГО МЕТОДОВ ИЗМЕРЕНИЙ

Н.А. КОРОБОВ, А.Ю. МАТРОХИН, Б.Н. ГУСЕВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Нормативный документ [1] предусматривает определение выборочной плотности распределения волокон, рассортированных по группам длин с заданным интервалом. На основе полученных данных вычисляют следующие характеристики протяженности: среднюю массодлину \bar{L} ; модальную массодлину L_M ; штапельную массодлину L_{ST} ; среднее квадратическое отклонение от средней массодлины σ_L ; коэффициент вариации длины волокон C_L и долю коротких волокон R .

Получение указанных характеристик связано с большим объемом трудоемких и продолжительных операций, поэтому в большинстве стран (производителей хлопкового волокна) используется высокопроизводительная система High Volume Instrument (HVI), основанная на косвенных методах измерения.

Первичным результатом измерения является построение фиброграммы, то есть графика, показывающего изменение степени поглощения светового потока, проходящего через специально подготовленный образец (бородку). В процессе анализа фиброграммы по [2] определяют среднюю длину ML , верхнюю среднюю длину $UHML$, прядомую длину на уровнях 50%-ного (SL_{50}) и 2,5%-ного ($SL_{2,5}$) перекрытия, индекс неравномерности UI и индекс коротких волокон SFI . Эти характеристики используются при установлении уровня качества хлопковых волокон (например, согласно стандарту республики Узбекистан [3], которая является основным поставщиком хлопкового волокна для текстильных предприятий России).

В связи с тем, что показатели, определяемые по [1] и [2], отличаются друг от друга, возникает необходимость их анали-

тического сопоставления для последующего взаимного перевода из одной системы измерений в другую.

Ранее в [4] и [5] была предпринята попытка провести графоаналитическое сопоставление по отдельным характеристикам протяженности, а также предложен вариант передаточной функции для перехода от фиброграммы к функции плотности распределения рассортированных волокон. Вместе с тем в практической деятельности по проектированию и производству пряжи существует потребность в простых выражениях, связывающих параметрические характеристики, получаемые прямым и косвенным методами.

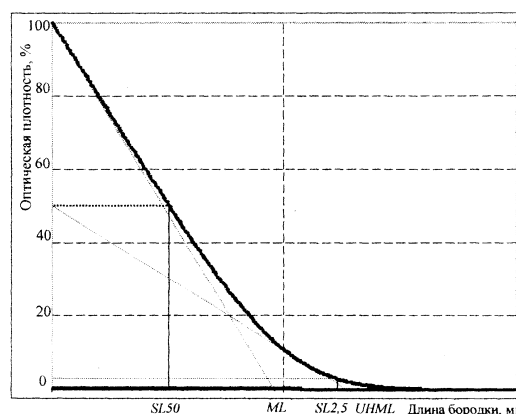


Рис. 1

Для решения поставленной задачи сделаем допущение, что фиброграмма (рис. 1) является интегральной функцией, которая описывается двойным интегралом от плотности распределения волокон.

Таким образом, вычисление фиброграммы $f(x)$ при заданной плотности распределения волокон $p(x)$ можно описать следующим выражением:

$$f(x) = \frac{100 \int_0^{L_m-x} \int_0^{L_m-x} p(L_m-x) dx dx}{\int_0^{L_m} \int_0^{L_m} p(L_m-x) dx dx}, \quad (1)$$

где $x = 0, \dots, L_m$ – диапазон изменения волокон по длинам; L_m – максимальная длина волокон по выборке.

Ординаты графика $f(x)$ показывают долю площади n , которую ограничивает кривая штапельной диаграммы, если ее вычислять от максимальной длины волокон L_m до текущего значения длины (L_m-x). Значения абсцисс, в которых касательная из любой точки ($0; n\%$) пересекает горизонтальную ось графика $f(x)$, являются оценками математического ожидания функции $p(x)$ в рассматриваемых пределах.

Таким образом, среднее значение для любого набора длин волокон можно записать в виде

$$\bar{x}_n = \frac{\int_0^{L_m} xp(x) dx}{\int_{x_n}^{L_m} p(x) dx}, \quad (2)$$

где x_n – абсцисса (квантиль) графика $f(x)$ на уровне n .

Значения, описывающие фиброграмму, могут быть использованы для вычисления всех величин, рассмотренных выше. При этом, учитывая дискретное представление данных, полученных для функции $f(x)$, требуется привлечение методов интерполяции и численного дифференцирования при нахождении значений, соответствующих произвольно заданным точкам.

На следующем этапе решалась задача по выявлению возможных погрешностей результатов, получаемых методом построения касательных к фиброграмме. Эксперимент был организован следующим образом. С помощью генератора случайных чисел, имеющих нормальный закон распределения, было получено 10000 ре-

ализаций по 1000 элементов каждая. Полученный массив соответствовал выборке волокон, рассортированных по группам длин. Параметры закона распределения были одинаковы для всех реализаций: математическое ожидание составляло 30, а среднее квадратическое отклонение – 8 единиц.

По полученным реализациям вычислялись среднее значение по всем данным и среднее по данным, образующим верхнюю половину диаграммы распределения. Эти результаты рассматривались как результаты базового метода. Затем с помощью программ, написанных в среде Matlab, проводились расчеты, связанные с формированием фиброграмм и их анализом методом касательных. Далее вычислялись относительные погрешности определения величин ML и $UHML$, полученные методом касательных.

В результате анализа для уровня значимости, равного 0,05, получены оценки относительной погрешности $\delta ML = \pm 0,52\%$. Таким образом, экспериментально установлено, что случайные отклонения между параметрами \bar{L} и ML не превосходят допустимых значений.

Для большей применимости результатов рассматривалась возможность перехода от показателей системы HVI к показателям, полученным прямым методом измерений.

Основную информацию об особенностях распределения волокон по длинам несут показатели ML и $UHML$. Показатель ML является одним из двух параметров, определяющих количественно нормальный закон распределения. При известных значениях показателей ML и $UHML$ можно найти второй параметр нормального закона распределения – среднее квадратическое отклонение.

Рассмотрим выражение, описывающее плотность нормального закона распределения:

$$p(x) = \frac{1}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-m)^2}{2\sigma_L^2}}. \quad (3)$$

Пусть математическое ожидание m непрерывной случайной величины x равно нулю, а функция плотности распределения заключена в интервале $(0; +\infty)$. Таким образом, выражение для определения математического ожидания верхней половины распределения $UM(x)$ имеет вид:

$$UM(x) = \frac{2}{\sigma_L \sqrt{2\pi}} \int_0^{\infty} x e^{-\frac{x^2}{2\sigma_L^2}} dx. \quad (4)$$

В результате преобразований данного выражения в соответствии с [6] получим

$$\sigma_L = \frac{UM(x) \sqrt{2\pi}}{2}. \quad (5)$$

Основываясь на преобразованиях [6], позволяющих вычислить среднее квадратическое отклонение при математическом ожидании, равном нулю, и известном математическом ожидании верхней половины плотности распределения, в итоге можно записать:

$$\sigma_{LR} = (UHML - ML) \sqrt{\frac{\pi}{2}}. \quad (6)$$

Воспользовавшись определением коэффициента вариации, будем иметь

$$C_{LR} = 50\sqrt{2\pi} \left(\frac{UHML}{ML} - 1 \right). \quad (7)$$

Выражения (6) и (7) получены в предположении, что распределение волокон по длинам в образце подчиняется нормальному закону, поэтому отклонения эмпирического закона от нормального будут являться причиной возможных погрешностей при вычислении среднеквадратического отклонения и коэффициента вариации по приведенным формулам.

Для проверки предлагаемых расчетных формул проведем сравнительный анализ значений коэффициента вариации, полученных прямым методом измерений со значениями показателя C_{LR} , определенными для тех же образцов на основе выражения (7) по показателям ML и $UHML$ косвенного метода системы HVI.

В табл. 1 приведены исходные данные для анализа.

Таблица 1

№ п/п	Тип волокна	Средняя длина ML , мм	Верхняя средняя длина $UHML$, мм	Расчетный коэффициент вариации по выражению (7) C_{LR} , %	Коэффициент вариации, полученный прямым методом C_L , %
1	4	23,60	31,40	41,41	38,94
2	5	21,62	29,20	43,93	40,75
3	5	21,30	29,59	48,77	44,23
4	5	21,89	29,89	45,79	42,07
5	5	21,98	29,47	42,70	39,80
6	6	21,56	29,05	43,53	40,48
7	6	20,87	28,34	44,59	41,13
8	6	21,02	28,39	43,93	40,74
9	7	19,65	27,39	49,35	44,65
10	7	20,83	28,23	44,51	41,13

Можно предположить, что расхождения между значениями показателей C_{LR} и C_L вызваны различиями между реальным законом распределения и сделанным допущением относительно нормального закона распределения. Вместе с тем линейная взаимосвязь между этими данными очевидна, что подтверждается коэф-

фициентом парной корреляции ($r_{C_L C_{LR}} = 0,999$).

Осуществив линейную регрессию с учетом формулы (7), получим окончательные выражения для коэффициента вариации:

$$C_L^p = 90,382 \frac{UHML}{ML} - 81,335 \quad (8)$$

и для среднего квадратического отклонения

$$\sigma_L^p = 0,904UHML - 0,813ML \quad (9)$$

Данные выражения дают результаты, которые хорошо согласуются с опытными данными, о чем свидетельствует высокое значение коэффициента детерминации ($r^2 = 0,998$).

ВЫВОДЫ

1. Получено выражение для расчета функции фиброграммы при заданной плотности распределения волокон по группам длин.

2. Экспериментально оценена случайная составляющая погрешности определения средней длины и верхней средней

длины на основе результатов рассортировки волокон по группам длин.

3. Получены выражения для вычисления характеристик неравномерности волокон по длине.

ЛИТЕРАТУРА

1. ГОСТ 3274.5-72. Волокно хлопковое. Методы определения длины.

2. ИСО 4913-81. Материалы текстильные. Хлопковое волокно. Определение длины (прядомой длины) и показателя равномерности.

3. РСТ Уз 604-2001. Волокно хлопковое. Технические условия.

4. *Матрохин А.Ю., Гусев Б.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1999, № 2. С.22...25.

5. *Матрохин А.Ю., Коробов Н.А., Гусев Б.Н.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2000, №3. С.6...8.

6. *Поздняков Б.П.* Методы статистического контроля и исследования текстильных материалов. – М.: Легкая индустрия, 1978.

Рекомендована кафедрой материаловедения и товароведения. Поступила 07.04.06.