

АНАЛИЗ ДАВЛЕНИЙ, ДЕЙСТВУЮЩИХ НА МАССУ НИТИ В БУНКЕРЕ НАКОПИТЕЛЯ

С.В. ПАЛОЧКИН, М.П. РУДОВСКИЙ

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н. Косыгина)

Из анализа сил и моментов, возникающих в процессе укладки массы нити в бункер накопителя прядильно-крутильной машины ПСК-225 [1], определены условия надежного протекания данного процесса.

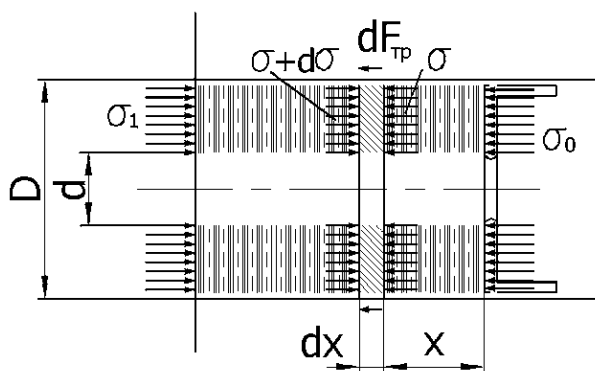


Рис. 1

Рассмотрим процесс наполнения бункера (рис.1 – к расчету условий смещения массы нити в бункере) массой нити, длина и диаметр столба которой в свободном состоянии равны соответственно l_0 и D_0 .

Со стороны подвижного дна бункера на массу нити действует давление σ_0 . Давление σ_0 создается пружиной, не показанной на рис.1, и является функцией положения дна бункера или объема накопленной нити.

Однако на первом этапе для анализа условий смещения массы нити в бункере эту зависимость можно не учитывать. Со стороны левого торца в столб, образованный массой нити, поступает новая нить, создающая давление σ_1 , которое приводит к тому, что весь столб, сдвигая дно, перемещается вправо. При сжатии столба нити по длине он расширяется в поперечном направлении и поступает в бункер с внутренним диаметром $D < D_0$, в результате чего возникает давление p на боковые стенки бункера.

Следствием этого давления при перемещении массы нити является возникновение сил трения скольжения $dF_{тр}$, действующих на каждый элементарный участок столба нити длиной dx .

В первом приближении будем считать, что масса нити при ее сжатии подчиняется закону Гука. Тогда при сжатии диаметр элемента dx столба нити увеличивается и становится равным

$$D_1 = D_0 \left(1 + \frac{\sigma}{E} \mu \right), \quad (1)$$

где μ и E – коэффициент Пуассона и модуль упругости массы нити.

Давление на стенку бункера со стороны элемента dx можно рассчитать согласно [2] по формуле

$$p = \frac{D_1 - D}{D \left(\frac{c_1}{E_1} + \frac{c_2}{E_2} \right)}, \quad (2)$$

где E_1 и E_2 – модули упругости массы нити и материала бункера; c_1 и c_2 – коэффициенты формы.

Ввиду того, что $E_1 \ll E_2$, последним членом в скобках (2) можно пренебречь. Тогда, обозначив $E_1 = E$, с учетом (1) получаем:

$$p = E \left[D_0 \left(1 + \frac{\sigma}{E} \mu \right) - D \right] / (D c_1)$$

или

$$p = [D_0 (E + \sigma \mu) / D - E] / c_1, \quad (3)$$

где

$$c_1 = \frac{D^2 + d^2}{D^2 - d^2} - \mu. \quad (4)$$

Сжатие элемента dx , имевшего свободную длину dx_0 , согласно закону Гука:

$$dx_0 - dx = \frac{\sigma}{E} dx_0,$$

откуда

$$dx = \left(1 - \frac{\sigma}{E}\right) dx_0. \quad (5)$$

Элементарную силу трения, действующую на элемент dx находим как

$$\frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} d\sigma = \frac{\pi f}{c_1} [(D_0 - D)E + \sigma \mu D_0] dx. \quad (8)$$

Подставив (5) в (8), получим дифференциальное уравнение:

$$\frac{\pi(D^2 - d^2)}{4} d\sigma = \frac{\pi f}{c_1} [(D_0 - D)E + \sigma \mu D_0] \left(1 - \frac{\sigma}{E}\right) dx_0, \quad (9)$$

которое после разделения переменных

имеет вид:

$$\frac{d\sigma}{[(D_0 - D)E + \sigma \mu D_0] \left(1 - \frac{\sigma}{E}\right)} = \frac{4f}{c_1 (D^2 - d^2)} dx_0. \quad (10)$$

После преобразований с учетом (4)

получаем:

$$\frac{d\sigma}{-\mu D_0 \sigma^2 + (\mu D_0 - D_0 + D)E\sigma + (D_0 - D)E^2} = \frac{4f dx_0}{E[D^2 + d^2 - \mu(D^2 - d^2)]}. \quad (11)$$

Умножив обе части (11) на величину D ,

имеем:

$$\frac{d\sigma}{-\mu \frac{D_0}{D} \sigma^2 + \left(\mu \frac{D_0}{D} - \frac{D_0}{D} + 1\right) E\sigma + \left(\frac{D_0}{D} - 1\right) E^2} = \frac{4f D dx_0}{E[D^2 + d^2 - \mu(D^2 - d^2)]}. \quad (12)$$

Введя обозначения:

$$K = \frac{4fD}{E[D^2 + d^2 - \mu(D^2 - d^2)]}, \quad e = \frac{D_0}{D},$$

получаем окончательный вид дифференциального уравнения:

$$a = -\mu e, \quad b = [e(\mu - 1) + 1]E, \quad c = (e - 1)E^2, \quad \frac{d\sigma}{a\sigma^2 + b\sigma + c} = K dx_0. \quad (13)$$

$$dF_{\text{тр}} = \pi D p f dx, \quad (6)$$

где f – коэффициент трения нити о стенку бункера.

Подставив (3) в (6), имеем

$$dF_{\text{тр}} = \frac{\pi f}{c_1} [(D_0 - D)E + \sigma \mu D_0] dx. \quad (7)$$

Условие равновесия элемента dx запишется в виде

Для нахождения давления в левой части столба нити, где производится ее укладка, необходимо продифференцировать уравнение (13) в соответствующих пределах:

$$\int_{\sigma_0}^{\sigma_1} \frac{d\sigma}{a\sigma^2 + b\sigma + c} = K \int_0^{\ell_0} dx_0. \quad (14)$$

При этом в левой части уравнения (14) имеем (см.[3]) табличный интеграл, решение которого зависит от знака дискриминанта квадратного трехчлена, стоящего в знаменателе, то есть от знака выражения:

$$\Delta = -\{4\mu e(e-1) + [e(\mu-1)+1]^2\} E^2. \quad (15)$$

Величина e на практике может изменяться от 1 до 1,5. В связи с тем, что анализ выражения (15) в общем виде вызывает определенные трудности, он был проведен с помощью программы MathCAD.

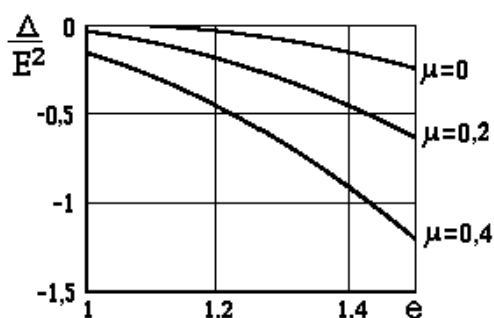


Рис. 2

На рис.2 представлены графики зависимости величины Δ от параметров, входящих в (15), которые показывают, что при всех возможных значениях параметров e и

- диаметр столба пряжи в свободном состоянии..... $D_0 = 0,08$ м;
- наружный диаметр бункера..... $D = 0,07$ м;
- диаметр центрального отверстия в столбе пряжи..... $d = 0,08$ м;
- коэффициент Пуассона..... $\mu = 0,3$;
- модуль упругости столба пряжи..... $E = 20000$ Па;
- коэффициент трения пряжи о стенки бункера..... $f = 0,3$;
- сила, действующая со стороны дна бункера..... $F_0 = 10$ Н;
- напряжение, создаваемое силой $F_0 = 10$ Н, $\sigma_0 = 8333$ Па.

μ дискриминант Δ принимает отрицательные значения.

Тогда решение (14) имеет вид

$$K\ell_0 = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \frac{2a\sigma + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma + b + \sqrt{-\Delta}} \Big|_{\sigma_0}^{\sigma_1}. \quad (16)$$

Проведя необходимые вычисления и преобразования

$$K\ell_0 = \frac{1}{\sqrt{-\Delta}} \ln \frac{\left(\frac{2a\sigma_1 + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma_1 + b + \sqrt{-\Delta}} \right)}{\left(\frac{2a\sigma_0 + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma_0 + b + \sqrt{-\Delta}} \right)}, \quad (17)$$

$$\frac{2a\sigma_1 + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma_1 + b + \sqrt{-\Delta}} = \frac{2a\sigma_0 + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma_0 + b + \sqrt{-\Delta}} e^{K\ell_0\sqrt{-\Delta}} \quad (18)$$

и обозначив

$$H = \frac{2a\sigma_0 + b - \sqrt{-\Delta}}{2a\sigma_0 + b + \sqrt{-\Delta}} e^{K\ell_0\sqrt{-\Delta}}, \quad (19)$$

окончательно получим

$$\sigma_1 = \frac{H(b + \sqrt{-\Delta}) - b + \sqrt{-\Delta}}{2a(1-H)}. \quad (20)$$

Анализ полученного выражения проведен средствами MathCAD при значениях конструктивных параметров, соответствующих величинам, принятым в конструкции экспериментального стенда:

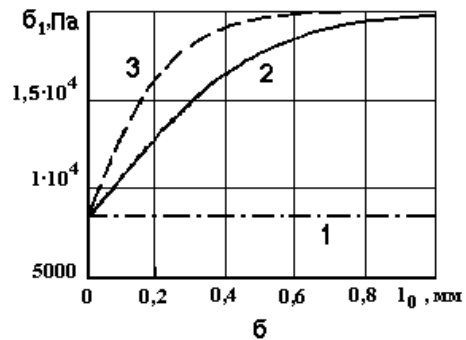
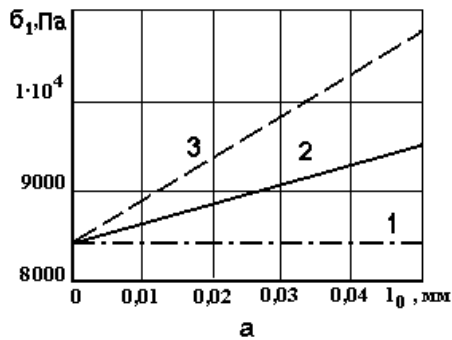


Рис. 3

На рис. 3 представлены результаты расчетов для разных диапазонов свободной длины столба нити. На рис. 3-а диапазон длин соответствует их реальным значениям, используемым в конструкции экспериментального стенда; на рис. 3-б свободная длина столба нити варьируется от 0 до 1 м.

Линии 1 на рис. 3 соответствуют напряжению σ_0 (на правом по схеме торце столба нити); линии 2 соответствуют случаю $D = D_0$, когда боковое уплотнение столба возникает только из-за его поперечной деформации; линии 3 соответствуют реальному уплотнению столба нити,

возникающему из-за того, что диаметр бункера выбран меньше свободного диаметра столба нити.

Из приведенных графиков видно, что в рабочем диапазоне длин столба нити зависимость напряжения в зоне укладки от длины столба является линейной. Нелинейность проявляется только при более значительных длинах, которые на практике не используются.

Уменьшение диаметра бункера по сравнению со свободным диаметром столба нити приводит к резкому повышению напряжений в зоне укладки нити, что способствует нормализации этого процесса.

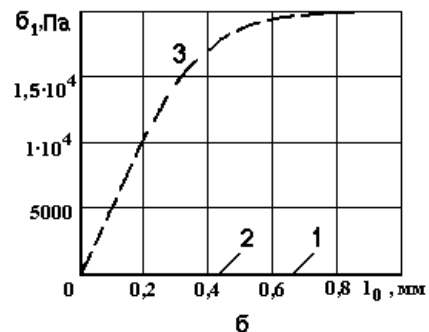
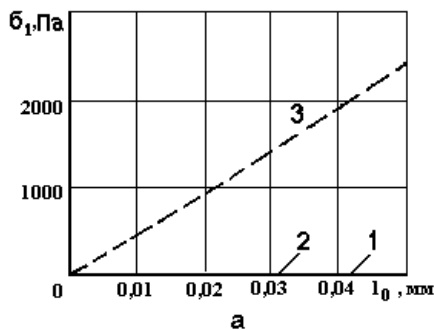


Рис. 4

На рис. 4 приведены аналогичные зависимости для случая, когда давление $\sigma_0 = 0$ (рис. 1). В этом случае, как видно из графиков, напряжение в зоне укладки нити возникает только в том случае если диаметр бункера меньше диаметра свободного столба нити.

Это позволяет сделать вывод о возможности реализации конструкции бункера без подпружиненного дна, в которой условия извлечения нити из бункера будут макси-

мально облегчены.

ВЫВОДЫ

1. Получена зависимость давления на столб нити в бункере, необходимого для его перемещения, от конструктивных параметров бункера.

2. Выявлено, что для параметров, принятых в конструкции бункера, зависимость давления на столб нити от длины столба

носит линейный характер.

3. Показано, что в случае, когда диаметр бункера меньше диаметра столба нити, возможна укладка нити в бункер без давления на ее поверхность в зоне извлечения нити из бункера, что позволит извлекать нить с минимальным натяжением.

ЛИТЕРАТУРА

1. Палочкин С.В., Рудовский М.П. //Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2005, №2.

2. Иванов М.Н. Детали машин. – М.: Высшая школа, 1991.

3. Бронштейн И.Н., Семендяев К.А. Справочник по математике для инженеров и учащихся втузов. – М.: Наука, 1986.

Рекомендована кафедрой деталей машин и подъемно-транспортных устройств. Поступила 05.09.06.
