

УДК 621.021

ПЕРЕМЕЩЕНИЕ ПУЧКА ВОЛОКОН ПОД ВОЗДЕЙСТВИЕМ ДВИЖУЩИХ И ТОРМОЗЯЩИХ УСИЛИЙ

Б.С. МИХАЙЛОВ

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

В различных технологических процессах (разрыхления, кардо- и гребнечесания, вытягивания и др.) технологии прядения происходит перемещение пучков волокон (а также отдельных волокон, сорных примесей и пороков) под воздействием движущих сил, достаточных для преодоления сил сопротивления их скольжению. Движущую силу $F_{дв}(t)$ создают ножи разрыхлительных барабанов, зубцы, иглы рабочих органов, валики и цилиндры вытяжных приборов и т.п. Сопротивление $F_c(t)$ перемещению пучков оказывает окружающая пучки волокнистая масса, гарнитура рабочих органов (шляпок, барабанов и др.), трение волокон о рабочие поверхности (колосники, прутки и т.п.).

Описать процесс движения пучков, отдельных волокон в сопротивляющейся среде, имеющий место на всех технологических переходах, можно с помощью одной общей модели.

Пусть рабочий орган (например, зуб барабана) захватывает группу волокон (пучок) и стремится с силой $F_{дв}(t)$ извлечь и переместить ее относительно окружающей волокнистой массы. Волокна захваченной группы сцеплены с некоторым числом сзади лежащих волокон настолько сильно, что под действием силы $F_{дв}(t)$ вся эта сцепленная группа, вся эта "цепочка" волокон, движется как одно целое. Если цепочку длиной L условно разделить на n последовательных элементов массой m_i каждый ($i=1,2,\dots,n$), то можно получить

упрощенную модель волокнистой цепочки, показанную на рис. 1. Здесь каждый из шаров (элементов) массой m_i , помещенных в сопротивляющуюся среду, испытывает сопротивление движению $F_{ci}(t)$, обусловленное взаимодействием между элементами соседних цепочек. Сила сопротивления $F_{ci}(t)$ складывается из двух составляющих: внешней силы трения скольжения $F_{три}(t)$ и силы внутреннего трения (эта сила сопротивления элемента массой m_i изменяется пропорционально скорости его смещения и коэффициенту вязкого трения γ_i и возникает, например, если волокнистая масса имеет небольшую влажность). Пружины с жесткостью k_i отражают наличие упругих свойств элементов цепочки.

Общий метод расчета движения системы из n материальных точек в вязкой среде предложен Л.С. Маянцем [1, с.96].

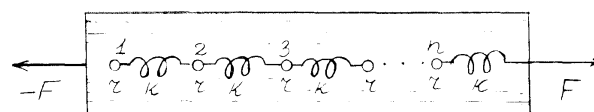


Рис. 1

С учетом этой работы для модели, изображенной на рис.1, система дифференциальных уравнений, передающих движение шаров при воздействии внешней силы $F_{дв}(t)$, будет следующая (сила $F_{дв}$ идет на преодоление сопротивления движению, инерции и упругости пучка):

$$\begin{aligned}
& m_1 \frac{d^2 U_1}{dt^2} + F_{\text{тр}1} + r_1 \frac{dU_1}{dt} + k_1(U_1 - U_2) = 0, \\
& m_i \frac{d^2 U_i}{dt^2} + F_{\text{тр}i} + r_i \frac{dU_i}{dt} + k_i(2U_i - U_{i-1} - U_{i+1}) = 0, \quad (i=2, \dots, n-1), \\
& m_n \frac{d^2 U_n}{dt^2} + F_{\text{тр}n} + r_n \frac{dU_n}{dt} + k_n(U_n - U_{n-1}) = F_{\text{дв}}(t),
\end{aligned} \quad (1)$$

где U_i – смещение i -го шара;

$$F_{\text{мп}i} + r_i \frac{dU_i}{dt} = F_{\text{с}i}(t). \quad (2)$$

Система (1) решается только численными методами. В частном случае, когда все массы, сопротивления и жесткости, одинаковы и $F_{\text{тр}i} = 0$, можно получить аналитическое соотношение, приведенное в [1].

В данной работе, не анализируя общее решение системы (1), найдем величину перемещения центра тяжести (точнее, центра сопротивления) всей цепи ξ при условии $m_1 = m_2 = \dots = m_n = m$, $r_1 = r_2 = \dots = r_n = r$, $k_1 = k_2 = \dots = k_n = k$. Для этого сложим все уравнения системы (1):

$$m \sum_{i=1}^n \frac{d^2 U_i}{dt^2} + r \sum_{i=1}^n \frac{dU_i}{dt} = F(t),$$

или

$$m \frac{d^2}{dt^2} \sum_{i=1}^n U_i + r \frac{d}{dt} \sum_{i=1}^n U_i = F(t), \quad (3)$$

где $F(t) = F_{\text{дв}}(t) - F_{\text{тр}}$; $F_{\text{тр}} = \sum_{i=1}^n F_{\text{тр}i}$.

Суммарное смещение всех шаров модели $\sum_{i=1}^n U_i$ равно их количеству, умноженному на ξ :

$$\sum_{i=1}^n U_i = n\xi.$$

Подставляя это выражение в (3), получим:

$$m \frac{d^2 \xi}{dt^2} + r \frac{d\xi}{dt} = \frac{F(t)}{n}. \quad (4)$$

Решение уравнения (4) представляет собой сумму общего $\xi_{\text{общ}}$ и частного $\xi_{\text{частн}}$ решений. Общее решение имеет вид:

$$\xi_{\text{общ}} = C_1 + C_2 e^{-\frac{r}{m}t},$$

где C_1, C_2 – произвольные постоянные.

Частное решение $\xi_{\text{частн}}$ зависит от вида функции $F(t)$.

Рассмотрим три важных вида функции $F(t)$.

Первый вид – действующая сила постоянна: $F(t) = F_0 = \text{const}$. Тогда при нулевых начальных условиях ($t = 0 : \xi = 0, d\xi/dt = 0$) из (4) получаем

$$\xi = \frac{F_0 t}{r n} - \frac{F_0 m}{r^2 n} (1 - e^{-\frac{r}{m}t}). \quad (5)$$

Пусть сила $F(t)$ изменяется по закону (второй вид функции $F(t)$):

$$F(t) = \begin{cases} F_0 + bt, & \text{при } t \geq 0, \\ 0, & \text{при } t < 0. \end{cases} \quad (6)$$

Тогда, решая (4), находим:

$$\xi = \frac{F_0 - \frac{m}{r}b}{r n} \left[t - \frac{m}{r} \left(1 - e^{-\frac{r}{m}t} \right) \right] + \frac{bt^2}{2 r n}. \quad (7)$$

Очевидно, что при $b=0$ решение (7) совпадает с (5).

Важным является случай, когда сила F изменяется периодически, например, при воздействии на пучок ножей или зубцов разрыхляющего барабана. Пусть сила имеет синусоидальную зависимость $F(t)=F_0\sin\omega t$; здесь $-F_0 \leq F(t) \leq +F_0$. Поскольку сила не должна быть отрицательной, то можно рассмотреть два варианта:

во-первых, перейти к модулю $F(t) = F_0 |\sin \omega t|$;

во-вторых, принять, например, $F(t)$ равным $F_0+F_0\sin\omega t$, тогда $F(t)$ будет изменять-

ся от 0 до $2F_0$. Рассмотрим первый вариант.

Поскольку операции с выражением, содержащим модуль какой-либо функции, не удобны, поэтому, как показано на с.162 [2], целесообразно аппроксимировать выражение $F_0\sin\omega t$ функцией (8), более удобной для дальнейших преобразований:

$$F(t) \approx F_0 0,64(1 - \cos 2\omega t). \quad (8)$$

Решение уравнения (4) для случая периодического изменения силы в соответствии с выражением (8) имеет вид:

$$\xi = C_1 + C_2 e^{-\frac{r}{m}t} + \frac{0,64F_0}{r n} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right). \quad (9)$$

Отсюда при нулевых начальных условиях получаем:

$$\xi = \frac{0,64F_0}{r n} \left(t - \frac{1}{2\omega} \sin 2\omega t \right). \quad (10)$$

Второй вариант синусоидального изменения силы $F(t)$ будет рассмотрен дальше.

В том случае, когда цепочка движется без ускорения, выражения для ξ упрощаются. При этом из уравнения (4) имеем:

$$r \frac{d\xi}{dt} = \frac{F(t)}{n}. \quad (4a)$$

Отсюда:

$$\xi = \frac{0}{m} \int_0^t F(\tau) d\tau. \quad (11)$$

При $F=\text{const}=F_0$ из (11) получаем:

$$\xi = \frac{F_0 t}{r n}. \quad (12)$$

Пусть $F \neq \text{const}$ и линейно увеличивается во времени, то есть $F=F_0+bt$; тогда

$$\xi = \frac{F_0 t + bt^2 / 2}{r n}. \quad (13)$$

Очевидно, что при $b=0$ формула (13) переходит в (12); сами формулы (12) и (13) легко могут быть получены из (5) и (7) при $m=0$.

Из формул (12) и (13) следует, что смещение ξ пучка при отсутствии ускорения возрастает с ростом $F_{\text{дв}}$ и t и уменьшается при увеличении сил сопротивления окружающей среды и числа элементов в цепочке (то есть при увеличении длины цепочки); от массы пучка смещение ξ не зависит, она (масса) влияет на смещение, как видно из формул (5) и (7), лишь при наличии ускорения. Не зависит смещение ξ и от упругости k элементов, что следует уже из уравнения (4).

Рассмотрим теперь синусоидальное изменение F :

$$\begin{aligned} F(t) &= F_0 + F_0 \sin \omega t, & t \geq 0, \\ F(t) &= 0 & t < 0. \end{aligned} \quad (14)$$

Тогда из (11) имеем:

$$\xi = \frac{F_0}{n r} \int_0^t (1 + \sin \omega \tau) d\tau = \frac{F_0 t}{n r} + \frac{F_0}{n r \omega} (1 - \cos \omega t) = \xi_1 + \xi_2. \quad (15)$$

Постоянная сила F_0 дает смещение $\xi_1 = F_0 t / (nr)$. Синусоидальная составляющая силы дает смещение ξ_2 – второе слагаемое в формуле (15).

Поскольку анализ смещения ξ_1 уже проведен, сейчас остановимся на анализе смещения ξ_2 .

Из (15) видно, что соответственно изменению знакопеременной силы (14) смещение ξ_2 имеет также стационарный периодический характер с частотой вынуждающей силы и изменяется от нуля до величины:

$$\xi_{2, \max} = \frac{2F_0}{n g \omega}. \quad (16)$$

Мы видим, что с повышением частоты воздействия силы ω амплитуда колебаний смещения ξ монотонно убывает до нуля. Она также тем меньше, чем больше n и r . Этот результат понятен: мы уже видели, например, из (12) и (13), что чем более кратковременно действие силы и чем длиннее цепочка, тем меньше смещение ξ .

Определим теперь работу A , производимую периодической силой $F_0 \sin \omega t$ за один цикл и затрачиваемую на смещение ξ_2 :

$$A = \int_0^T (F_0 \sin \omega t) d\xi_2 = \frac{F_0^2 \pi}{n r \omega}, \quad (17)$$

где $T = 2\pi / \omega$ – период колебания силы.

что описывает перемещение соринки в прочесе и совпадает с уравнением (2.13) работы [3], полученным другим способом.

Из (17) видно, что работа за один цикл действия силы зависит от частоты и убывает при ее возрастании. Однако средняя величина работы за единицу времени, равная $A/T = F_0^2 / (2nr)$, не зависит от частоты.

Отметим, что вместо выражения (14) для $F(t)$ можно использовать и формулу (8). В этом случае вычисление ξ по формулам (8) и (11) приведет к выражению (10). Анализ величин $\xi_{2, \max}$ и A , определенных по выражению (10), приводит к тем же качественным результатам, которые были ранее получены при использовании для $F(t)$ выражения (14).

До сих пор мы использовали систему (1) и уравнение (4) для анализа перемещения цепочки – пучка или отдельного волокна. Если же принять $n=1$, то уравнение (4) может описывать и движение соринки массой m . Решим для примера такую задачу, взятую из работы [3]: из неподвижного волокнистого слоя (прочеса) толщиной h удаляются под действием силы отсоса воздуха F_0 и собственной тяжести mg (g – ускорение свободного падения) сорные частицы, находящиеся при $t=0$ на расстоянии h_0 от верхней поверхности прочеса (соринке, чтобы выйти из прочеса, надо пройти путь $h-h_0$); надо найти перемещение этих частиц внутри прочеса.

Используя уравнения (4) при условии $F(t)=F_0+mg$, $n=1$ и при начальных условиях

$$(t = 0 : \xi = h_0, d\xi/dt = 0),$$

получаем :

$$\xi = h_0 + \frac{(F_0 + mg)t}{r} - \frac{(F_0 + mg)m}{r^2} \left(1 - e^{-\frac{r}{m}t} \right), \quad (18)$$

При $r=0$ уравнение (4) совпадает с уравнением (2.2) указанной работы и описывает движение соринки при отсутствии вязкого трения.

Отметим в заключение следующее:

1) В модели (1) окружающая пучок среда неподвижна ($V_0=0$). Если же волокнистый слой движется, то в системе уравнений (1) вместо U_i надо записать

$(U_i' - V_0 t)$, где U_i' – общее смещение i -го элемента, как это сделано на с.108 работы [4]. Тогда при решении уравнения (4) во все выражения для $\xi(t)$ добавится слагаемое $V_0 t$ (переносное движение пучка вместе со всем слоем).

2) В модель (1) и во все выражения для ξ входят силы сопротивления; по исследованию этих сил имеется ряд работ, например, в [5] исследуется задерживающая способность гарнитуры, в [6] определяется обобщенный коэффициент сопротивления слоя на подбильной решетке.

ВЫВОДЫ

1. Предложена общая модель в виде системы дифференциальных уравнений для определения перемещения пучка волокон под воздействием движущих и тормозящих усилий. Модель пригодна для исследования движения пучков, одиночных волокон, сорных примесей, имеющего ме-

сто на различных технологических переходах.

2. Получено дифференциальное уравнение для определения величины перемещения центра тяжести пучка волокон. Для нескольких частных случаев изменения движущих сил получены аналитические решения, описывающие движение пучка волокон и сорных примесей.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Аскадский А.А.* Деформация полимеров. – М.: Химия, 1973.
2. *Мовшович П.М.* Самокруточное прядение. – М.: Легпромбытиздат, 1985.
3. *Мирзабаев Б.* Совершенствование очистки волокнистого прочеса на шляпочных чесальных машинах: Дис... канд. техн. наук. – Ташкент, 1990.
4. *Михайлов Б.С.* Штапельирование жгута способом разрыва. – М.: Легпромбытиздат, 1993.
5. *Ашин Н.М.* Кардочесание волокнистых материалов. – М.: Легпромбытиздат, 1985.
6. *Савиновский В.И., Лапшин А.Б., Янушевский Д.А.* К определению обобщенного коэффициента сопротивления движению лубоволокнистого слоя на подбильной решетке // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1993, №6. С.15...18.

Рекомендована кафедрой технологии прядения и нетканых материалов. Поступила 25.12.06.