

МОДЕЛИРОВАНИЕ ФРИКЦИОННОГО ВЗАИМОДЕЙСТВИЯ НИТЕЙ ОСНОВЫ С ПОДВИЖНЫМ СКАЛОМ

А.П.МАЛЫШЕВ, А.А.ШТЕРН

(Московский государственный текстильный университет им. А.Н.Косыгина)

Силы трения, возникающие при контакте нитей основы с поверхностью элементов нитепроводящего тракта, описываются нелинейными зависимостями и существенно зависят от сцепления или относительного проскальзывания поверхностей контакта. Обычно при расчете упругой заправки принимается, что участки полного сцепления отсутствуют. Работа посвящена исследованию динамики основы с учетом возникновения полного или частичного сцепления нитей с поверхностью скала.

Для решения поставленной задачи, ввиду ее существенной нелинейности, проводилось математическое моделирование всего динамического процесса во времени. Учитывалось как фрикционное взаимодействие нитей основы, так и подвижность скального механизма.

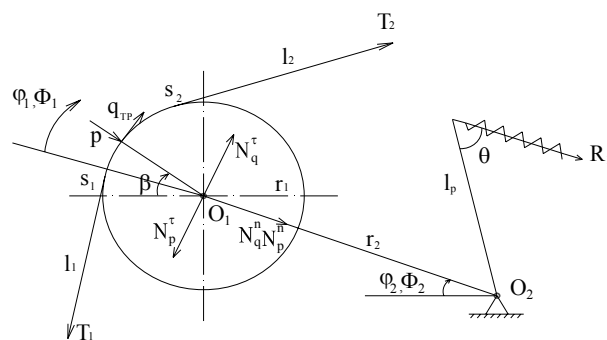


Рис. 1

Уравнения движения нити по шероховатой цилиндрической поверхности имеют вид (рис.1):

$$\begin{aligned} T' - q_{TP} &= \rho F \ddot{u}, \quad \frac{T}{r} - p = 0, \\ q_{TP} &= k f_{TP} p \operatorname{sign}(U - r\Phi_1), \quad (1) \\ k &= 1, U \neq r\Phi_1; 0 < k < 1, U = r\Phi_1. \end{aligned}$$

Здесь T – сила натяжения нити; s – координата вдоль нити; ρ – плотность нити; F – площадь поперечного сечения нити; \ddot{u} – ускорение нити в тангенциальном направлении; r – радиус цилиндрической поверхности; p – погонная сила нормального давления нити на поверхность контакта; $q_{тр}$ – погонная сила трения; $f_{тр}$ – коэффициент трения; U – скорость нити; Φ_1 – угловая скорость скала.

Дополнив уравнение (1) соотношением упругости для нити и исключив с помощью второго уравнения силу p , получим [1]:

$$\begin{aligned} \dot{U} - T' &= -q_{тр}, \\ \dot{T} - U' &= 0, \\ q_{тр} &= kf_{тр} \frac{T}{r} \text{sign}(U - r\Phi_1). \end{aligned} \quad (2)$$

Здесь U – это скорость, отнесенная к скорости звука в нити; T – натяжение, отнесенное к произведению модуля упругости на площадь поперечного сечения нити; $q_{тр}$ – сила трения, отнесенная к произведению модуля упругости на корень из площади поперечного сечения нити.

Система уравнений (2) решалась численным методом конечных разностей [1]. Основные расчетные соотношения для определения силы натяжения T и скорости U на каждом элементарном участке ΔS нити:

$$\begin{aligned} T^* &= T_* + (U_n - U_{n-1}) \frac{\Delta t}{\Delta s}, \\ U^* &= U_* + (T_n - T_{n-1}) \frac{\Delta t}{\Delta s} - q_{тр}^* \Delta t. \end{aligned} \quad (3)$$

Здесь среднеинтегральные значения параметров в пределах шага по координате обозначены индексом $*$, причем нижним индексом помечены значения на временном слое t , верхним индексом – на слое $t + \Delta t$. Целочисленными индексами n и $n-1$ обозначены среднеинтегральные в пределах Δt величины параметров при

$s_n = n\Delta s$ и $s_{n-1} = (n-1)\Delta s$ соответственно.

Сила трения определяется нелинейной зависимостью, в которую входит неопределенный параметр k . Для его определения использовался следующий алгоритм.

1). Рассчитываем значение U_a^* , полагая, что $q_{тр}^* = 0$.

2). Определяем q_a , предполагая наличие проскальзывания.

3). На основе полученного значения усилия трения рассчитываем U_b^* .

4). Если проскальзывание на самом деле имеет место, то: $\text{sign}(U_a^* - r\Phi_1) = \text{sign}(U_b^* - r\Phi_1)$, и $q_{тр}^* = q_a$. В противном случае проскальзывание отсутствует и усилие трения определяется из условия полного сцепления соприкасающихся поверхностей на данном элементарном участке нити:

$$q_{тр}^* = \frac{(U_1^* - r\Phi_1)}{\Delta t}.$$

Здесь принимается во внимание, что сила трения имеет диссипативный характер. Она может уменьшить скорость относительного проскальзывания или даже свести ее к нулю, но не может изменить ее направление.

При описании динамики скального механизма помимо вращения скала учитывалось его движение на рычаге под действием переменного натяжения нитей основы. На рис. 1 приведена расчетная схема скального механизма. За прототип был принят механизм станка СТБ.

На рис. 1: r_1 – радиус скала; r_2 – длина коромысла; l_p – длина рычага; R_p – усилие, развиваемое пружиной; T_1 и T_2 – натяжение ветвей основы; θ – угол между пружиной и рычагом пружины; φ_1 и Φ_1 – угол и угловая скорость вращения скала на своей оси; φ_2 и Φ_2 – угол и угловая скорость коромысла; R_p – сила натяжения пружины.

$$N_q^\tau = \int_{s_1}^{s_2} q_{\text{TP}} \sin(\beta + \varphi_2) ds, \quad N_p^\tau = \int_{s_1}^{s_2} p \sin(\beta - \varphi_2) ds$$

– проекции сил трения и нормального дав-

ления на нормаль к оси O_1O_2 .

$$N_q^n = \int_{s_1}^{s_2} q_{\text{TP}} \cos(\beta + \varphi_2) ds, \quad N_p^n = \int_{s_1}^{s_2} p \cos(\beta - \varphi_2) ds$$

– проекции этих сил на ось O_1O_2 .

Динамика такого скального механизма описывается следующими дифференциальными уравнениями:

$$\begin{aligned} J_2 \ddot{\Phi}_2 &= S_{\text{TP}} r_1 + r_2 (N_q^\tau - N_p^\tau) - m_1 g r_2 \cos \varphi_2 + \\ &+ R_p \ell_p \sin \theta - J_1 \ddot{\Phi}_1, \\ J_1 \ddot{\Phi}_1 &= S_{\text{TP}} - J_1 \ddot{\Phi}_2. \end{aligned} \quad (4)$$

Здесь S_{TP} – суммарная сила трения между нитью и поверхностью скала; J_1 – массовый момент инерции скала относительно оси O_1 ; $J_2 = J_m + J_1 + m_1 r_2^2$, где J_m – массовый момент инерции механизма относительно оси O_2 без скала, m_1 – масса скала.

Умножим первое уравнение на J_1 , а второе – на J_2 . Вычитая первое уравнение из второго уравнения, получим:

$$\begin{aligned} J_1 \dot{\Phi}_1 &= S_{\text{TP}} r_1 - \frac{J_1}{J_2 - J_1} M, \\ (J_2 - J_1) \dot{\Phi}_2 &= M, \end{aligned} \quad (5)$$

где $\dot{\Phi}_1 = \dot{\varphi}_1$; $\dot{\Phi}_2 = \dot{\varphi}_2$;
 $M = (N_q^\tau - N_p^\tau - m_1 g \cos \varphi_2) r_2 + R_p \ell_p \sin \theta$.

Основные расчетные формулы для определения Φ_1 и Φ_2 получаем с помощью схемы "предиктор-корректор"[2]:

$$\begin{aligned} \Phi_1^* &= \Phi_{1*} + \left[(S_* + S^*) \frac{r_1 \Delta t}{2J_1} - (M_* + M^*) \frac{\Delta t}{2(J_2 - J_1)} \right], \\ \Phi_2^* &= \Phi_{2*} + (M_* + M^*) \frac{\Delta t}{2(J_2 - J_1)}. \end{aligned} \quad (6)$$

Рассмотренный алгоритм численного моделирования реализован в виде программной системы. В качестве исходных данных приняты следующие конструктивные размеры станка СТБ: $r_1=0,075$ м; $r_2=0,152$ м; $f_{\text{TP}}=0,3$; $\rho=800$ кг/м²; $F=1,13 \cdot 10^{-6}$ м²; $\ell_p=0,14$ м; $R_p=14520$ Н/м; $\angle\theta=60^\circ$; $\beta_2-\beta_1=$

$=47^\circ$; $\varphi_{2H}=4^\circ$; $m_1=58,6$ кг; $J_1=0,134$ кг·м²; $J_2=2$ кг·м².

Начальное натяжение нити $T=0,4$ Н. Смещение на конце сбегавшей ветви нити определяется на основании закона движения ремизок[3]:

$$\begin{aligned} h &= \frac{h_{\text{max}}}{t_1} t + \frac{h_{\text{max}}}{\pi} \sin \frac{\pi t}{t_1} \quad \text{при } 0 \leq t \leq t_1, \\ h &= h_{\text{max}} \quad \text{при } t_1 < t \leq t_2, \\ h &= h_{\text{max}} \left(1 - \frac{t - t_2}{t_s - t_2} \right) + \frac{h_{\text{max}}}{\pi} \sin \frac{\pi(t - t_2)}{t_s - t_2} \quad \text{при } t_2 \leq t \leq t_s. \end{aligned} \quad (7)$$

Скорость движения точки контакта нити с ремизкой определялась дифференци-

рованием по времени этих зависимостей. В расчетах использовалась величина проек-

ции вертикальной скорости на направленные нити слева от точки контакта. Принималось, что

$$t_s = 0,2c; t_1 = \frac{t_s}{3}, t_2 = \frac{2t_s}{3}, h_{\max} = 0,05\text{м.}$$

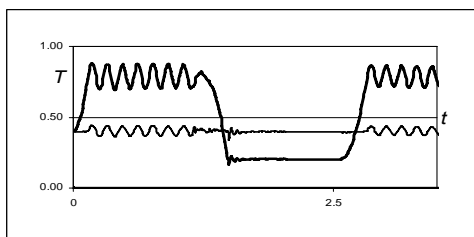


Рис. 2

На рис.2 показано изменение натяжения нити по времени в точках с координатами s_1 (тонкая линия) и s_2 (жирная линия) соответственно. Время приведено в миллисекундах, а натяжение – в ньютонах. Видно, что натяжение в правой точке существенно меняется при работе ремизного механизма. В левой точке оно изменяется значительно меньше. Механизм подвижного скала сглаживает динамическую нагрузку на набегающую ветвь нити. Четко видны колебания натяжения, вызванные продольными волновыми процессами в нити.

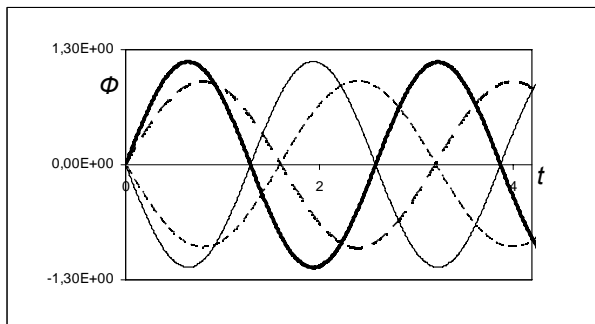


Рис. 3

На рис.3 показано изменение по времени угловых скоростей вращения скала (жирная линия) и рычага скального механизма (тонкая линия). Время по-прежнему приведено в миллисекундах, а скорость – в рад/с. Штрихпунктирные линии соответствуют более массивному скалу с увеличенным в 1,5 раза моментом инерции.

Волновые процессы в обеих ветвях нити протекают значительно быстрее, чем изменение скорости вращения скала. В связи с этим неизбежно возникают моменты полного торможения нити на его поверхности, что подтверждает необходимость учета сцепления нити со скалом.

ВЫВОДЫ

1. Разработана и апробирована методика численного моделирования динамики нитей основы с учетом частичного или полного сцепления их с поверхностью подвижного скала.
2. Подтверждена возможность полного торможения нитей на поверхности скала и изменения направления их относительного проскальзывания.

ЛИТЕРАТУРА

1. Мальшев А.П. // Известия РАН. МТТ. – 2000, №4. С.165...172.
2. Турчак Л.П. Основы численных методов. – М.: Наука, 1987.
3. Савин О.А., Титов С.Н. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. - 2004, №6. С.88...89.

Рекомендована кафедрой теории механизмов приборов и машин. Поступила 25.12.06.