

УДК 677.052

**ТРЕХМЕРНАЯ МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ  
ТРИКОТАЖНОЙ ПЕТЛИ С УЧЕТОМ ДЕФОРМАЦИИ ПРЯЖИ  
ДЛЯ ПРОВЕДЕНИЯ ЧИСЛЕННЫХ ЭКСПЕРИМЕНТОВ**

*А.Ю. БАРАНОВ, Е.Н. ЯКУНИЧЕВА*

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

Современные программно-алгоритмические средства, такие как OBAQUS, ANSIS, 3DPTComposit позволяют рассчитывать и анализировать физические, механические и эксплуатационные свойства материалов.

Для проведения численных экспериментов необходимо максимально точно формализовать объект или его репрезентативный объем (РО). В структуре трикотажа это, в большинстве случаев, петля, имеющая сложную пространственную

форму с изменяющейся конфигурацией сечения пряжи или нити по всей длине.

В РО игольная и платинная дуги представляются как максимально сжатые элементы эллипсовидной формы, а петельные палочки – как элементы с переменным диаметром от максимального к среднему [1] (рис. 1 – репрезентативный объем петельной структуры с учетом деформации пряжи и 2 – вид игольной дуги в плоскостях YOX, YOZ и ZOХ).

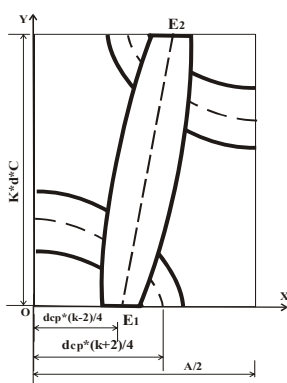


Рис. 1

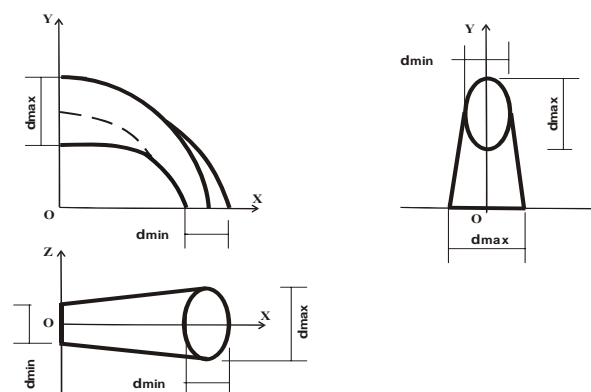


Рис. 2

Для получения трехмерной матрицы РО петельной структуры трикотажа, позволяющей описать каждую его точку в пространстве, рассекаем данный объект плоскостями, параллельными и перпендикулярными плоскости полотна. Количество этих плоскостей может быть выбрано в зависимости от необходимой точности расчетов.

Исходя из постулата о симметричности формы петли, при построении сечений можно рассмотреть только 1/2 часть игольной дуги, а остальные составляющие сечений получить преобразованием координат в пространстве.

Для расчета координат граничных точек контуров сечений игольной дуги в плоскостях, перпендикулярных плоскости

полотна, рассматриваем поворот эллипса-сечения вокруг своей оси на  $90^\circ$  в плоскости ZOХ (рис. 3 – поворот эллипса-

сечения; а) – вид в плоскости YOХ, б) – вид в плоскости ZOХ) и поворот вокруг оси OZ также на  $90^\circ$ .

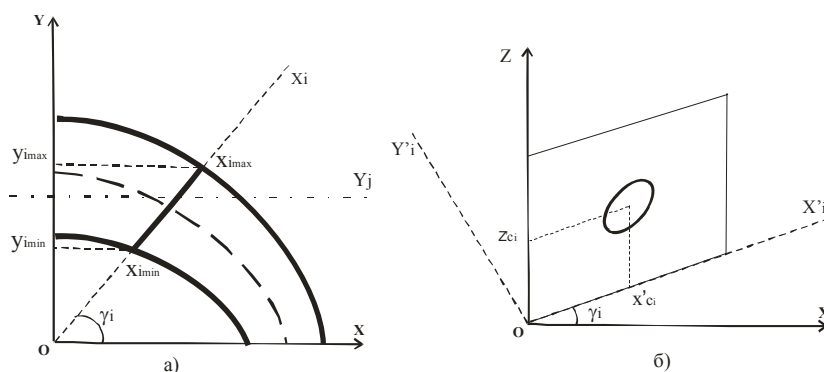


Рис. 3

Поворот на каждом  $i$ -м шаге происходит на  $\Delta\gamma = \Delta\varphi = 90^\circ/n$ , где  $n$  – задаваемое число шагов.

На каждом шаге поворота координаты центра эллипса в новой системе координат

остаются неизменными и всегда равны  $\left(\frac{k+2}{4}d_{cp}, 0\right)$ . Координаты проекции  $i$ -го эллипса на оси OХ и OУ:

$$\begin{aligned}x_{i_{max}} &= \frac{k+2}{4}d_{cp} \cos(\varphi_i) + b + i \frac{a-b}{n}, \\x_{i_{min}} &= \frac{k+2}{4}d_{cp} \cos(\varphi_i) - \left(b + i \frac{a-b}{n}\right), \\y_{i_{max}} &= \frac{k+2}{4}d_{cp} \sin(\varphi_i) \cos(\varphi_i) + \left(b + i \frac{a-b}{n}\right) \sin(\varphi_i), \\y_{i_{min}} &= \frac{k+2}{4}d_{cp} \sin(\varphi_i) \cos(\varphi_i) - \left(b + i \frac{a-b}{n}\right) \sin(\varphi_i),\end{aligned}$$

где  $a = \frac{d_{max}}{2}$ ,  $b = \frac{d_{min}}{2}$ .

Проводим ряд плоскостей  $Y_j$ , параллельных оси X. Координаты всех граничных точек контуров сечений игольной дуги в плоскостях, перпендикулярных плоскости полотна, находим из уравнения:

$$\frac{4(\sin(\gamma_i)Y_j - x_c)^2}{d_{min i}^2} + \frac{4(z_i - z_c)^2}{d_{max i}^2} = 1,$$

где  $x_c = \frac{k+2}{4}d_{cp}$ ;  $z_c=0$ .

Для построения горизонтальных сечений платинной дуги нужно к рассчитан-

ным значениям координат граничных точек контуров сечений игольной дуги применить формулы преобразования координат в пространстве при повороте и переносе начала координат. Начало координат переносится из точки  $O(0,0)$  в точку  $O'\left(\frac{kd_{cp}}{4}, kd_{cp}C\right)$ , угол поворота составляет  $180^\circ$ . Связь между старыми координатами точек для игольной дуги и новыми координатами точек для платинной дуги определяется по формулам:

$$x_{иг} = -x_{пл} + \frac{kd_{cp}}{2},$$

$$y_{иг} = -y_{шт} + kd_{cp} C.$$

В работе С. Де Жонга и Р. Постля [2] была рассмотрена схема нагружения нити распределенной нагрузкой, доказана возможность сведения контактных нагрузок, действующих в петле, к эквивалентным сосредоточенным силам, а также установлено, что значение этих сил (Р) при взаимодействии между элементами петельной структуры составляет от 2 до 4 сН.

Считаем, что значение сосредоточенной нагрузки в точках контакта игольной и платинной дуг равно 3 сН и она равномерно убывает до 0 к середине петельной палочки.

Для хлопчатобумажной, полушерстяной, шерстяной и ПАН пряжи в диапазоне

$$\frac{4 \sin^2(\arctg(kC))}{d_{\min i}^2} (x_i - x_{ci})^2 + \frac{4}{d_{\max i}^2} (z_i - z_{ci})^2 = 1,$$

где  $x_{ci} = \frac{1}{kC} y_i + \frac{k-2}{4} d_{cp}$ ;  $z_{ci}(y_i) = -2,12m_1 y_i^2 +$   
 $+ 2,12kd_{cp} C m_1 y_i + d_{cp}$

суммарных линейных плотностей от 31,2 до 161 текс изменение диаметра пряжи  $d$  от поперечно-сжимаемой нагрузки описывается экспоненциальной зависимостью, которая наиболее точно отражает физический смысл процесса сжатия пряжи:

$$d = a(b - e^{-cP}),$$

где  $a, b, c$  – рассчитываемые коэффициенты;  $P$  – значение приложенной нагрузки, сН.

Расчет координат граничных точек, формирующих линию сечения петельной палочки в плоскости, перпендикулярной плоскости полотна, производится по формуле:

$m$  – номер сечения;  $\arctg(kC)$  – угол наклона петельной палочки в плоскости полотна.

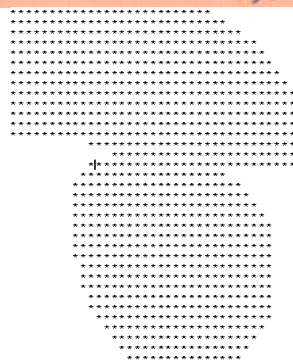
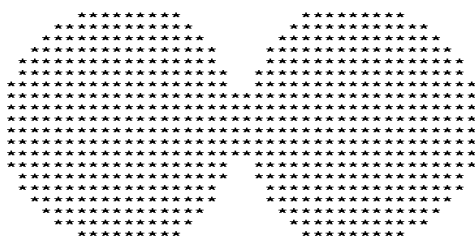
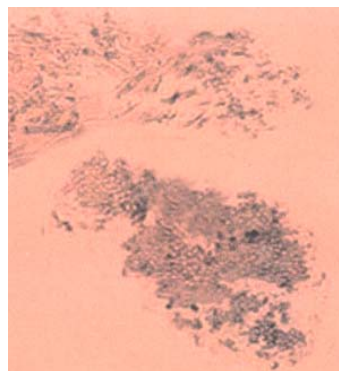
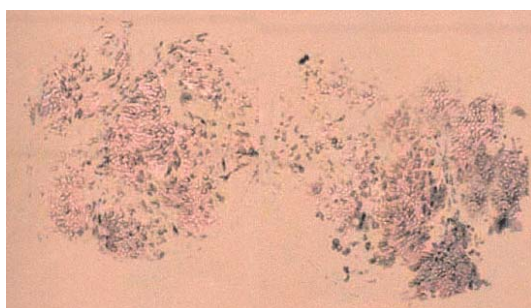


Рис. 4

На рис. 4 показаны примеры сечений, полученных путем микросрезов и сечений, рассчитанных по предлагаемой методике.

Таким образом, мы имеем набор сечений по всей длине репрезентативного объема нити или пряжи с любой величиной шага, который можно варьировать в зависимости от необходимой точности расчетов, или, иными словами, математическую матрицу, описывающую петлю как многофазный дисперсный объект.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Шалов И.И., Далидович А.С., Кудрявин Л.А. Технология трикотажного производства: Основы теории вязания. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.

2. Postle R., De Jong S. An energy analysis of the mechanics of weft – knitted fabrics // Journal of the Textile Institute. – Vol.68. №10, 1977. P.307...329.

Рекомендована кафедрой трикотажного производства. Поступила 25.12.06.

---