

УДК 621.01:534.01

К АНАЛИЗУ ВЛИЯНИЯ ЭЛЕКТРОПРИВОДА НА ВИБРАЦИОННЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ЦИКЛОВЫХ ТЕХНОЛОГИЧЕСКИХ МАШИН

И.И. ВУЛЬФСОН

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

Современные технологические машины являются сложными системами, в которых можно выделить три функциональные части: двигатель, механическую систему (рабочую машину) и, в общем случае, – систему управления движением. Механические колебания привода исполнительных органов в основном формируются в рабочей машине, поэтому при определении уровня виброактивности для установившихся режимов нередко задаются постоянной средней угловой скоростью на "входе" привода машины. При этом исходят из допущения о малой динамической связанности функциональных частей машины. В цикловых технологических машинах, к которым относятся многие машины текстильной, легкой, полиграфической и ряда

других отраслей промышленности, управление движением обычно реализуется в самой механической системе без использования специальных средств программного управления, что связано с повышенными требованиями к точности позиционирования рабочих органов. Таким образом, в подобных случаях можно ограничиться анализом взаимовлияния электромеханического привода и рабочей машины.

Анализ машинного агрегата с учетом динамической характеристики электродвигателя освещен в ряде монографий, в частности в [1...3]. В данной статье изложен лаконичный инженерный способ исследования данной проблемы, основанный на методе комплексных амплитуд при ис-

пользовании возможностей современной вычислительной техники.

Описание электромагнитных колебательных процессов в двигателях связано с решением достаточно сложных систем нелинейных дифференциальных уравнений. Однако применительно к установившимся режимам в инженерной практике хорошо себя зарекомендовали приближенные линейаризованные уравнения, которые для двигателя постоянного тока и асинхронных двигателей имеют вид [1]:

$$\Omega_d = \Omega_{d0} [1 - v_d (M_d + \tau \dot{M}_d)], \quad (1)$$

где M_d – момент двигателя; v_d – коэффициент крутизны статической характеристики; τ – электромагнитная постоянная времени; Ω_{d0} – угловая скорость идеально-го холостого хода (то есть при $M^L=0$).

Для асинхронных двигателей

$$\begin{aligned} \tau &= (2\pi f_c s_k)^{-1}; \\ s_k &= (1 - \Omega_d^h / \Omega_{d0}) (\xi + \sqrt{\xi^2 - 1}); \\ v_d &= s_k / (2M_d^h \xi), \end{aligned}$$

где s_k – критическое скольжение; $f_c=50$ Гц – частота сети; ξ – отношение максимального момента к номинальному M_d^h . (Исходные данные заимствуются из каталога электродвигателей).

Характеристика электродвигателя (1) соответствует реологической модели Максвелла, в которой ротор соединен со статором посредством "упругого элемента" с коэффициентом жесткости $c_d = (v_d \Omega_{d0} \tau)^{-1}$ и последовательно включенного демпфера с моментом сопротивления $b_d \Omega_d$ при $b_d = (v_d \Omega_{d0})^{-1}$ [3].

На рис. 1 приведена достаточно общая динамическая модель для машинного агрегата со сдвоенным двухсторонним приводом ДМ-1, состоящая из подсистем двигателей 1, 3 и подсистемы рабочей машины 2, главный вал которой связан с двигателями посредством привода с передаточным числом u . Подобная модель отвечает, например, тафтинговой трикотажной ма-

шине. В случае одностороннего привода (приводы основязальных, вязально-прошивных машин, ткацких станков и др.) подсистема 3 исключается из модели.

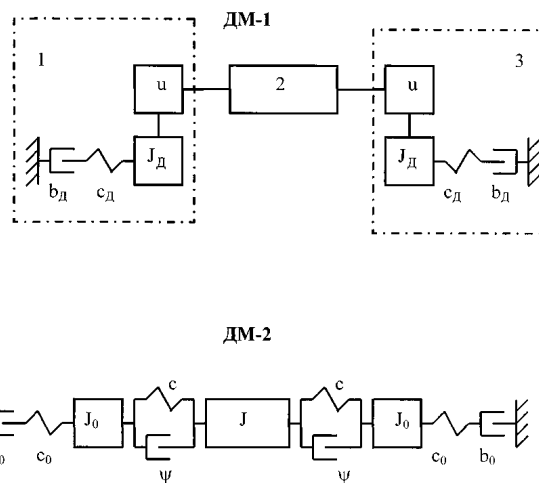


Рис. 1

Строго говоря, все три подсистемы образуют единую систему, расчет которой даже при учете возможности современной вычислительной техники может вызвать определенные трудности. Это связано не только с большой размерностью системы, но и с большим отличием частотных спектров подсистем 1, 3 и подсистемы 2. При этом матрица коэффициентов системы дифференциальных уравнений оказывается почти вырожденной, что нередко приводит к неустойчивости решений. Хотя известны специальные способы решения подобных так называемых "жестких" систем, в инженерной практике их стремятся исключить из рассмотрения, что достигается декомпозицией, то есть расчленением исходной системы на ряд подсистем, которые на рабочем диапазоне частот возбуждения слабо связаны между собой [3], [4]. Заметим, что "жесткие" системы уравнений нередко возникают при гипертрофированной универсальности исходной модели и, как правило, свидетельствует о ее неудачном выборе.

На первом этапе анализа следует произвести оценку низшей собственной частоты рабочей машины p_1 (или определение динамической жесткости), считая входные сечения главного вала заземленными. При

сложной структуре колебательной системы, например, при кольцевой структуре привода исполнительных органов, характерной для многих трикотажных машин, нередко целесообразно использовать непрерывную идеализацию, при которой реализуется прием агрегирования системы [3...5].

Второй этап базируется на анализе модифицированной модели ДМ-2 (рис.1), полученной при приведении параметров двигателей к главному валу. Можно показать, что при этом $c_0 = c_d u^2$, $b_0 = b_d u^2$, $J_0 = J_d u^2$, а в уравнении (1) следует произвести замену $\Omega_d = \Omega u^{-1}$, $\Omega_{d0} = \Omega_0 u^{-1}$, $v_d = v u$, $M_d = M_0 u^{-1}$, где Ω , Ω_0 , M_0 – соответствующие угловые скорости и дви-

жущий момент на главном валу. Далее представим момент инерции рабочей машины как $J = \bar{J} + \Delta J(\varphi)$, где $\varphi = \bar{\omega} t$, $\bar{\omega} = \Omega_d^h u^{-1}$ – номинальная угловая скорость главного вала; \bar{J} – среднее значение приведенного момента инерции. Для одностороннего привода приведенный коэффициент жесткости в первом приближении равен $c = \bar{J} p_1^2$, а для двухстороннего – $c = 0,5 \bar{J} p_1^2$. Момент, действующий на приводные двигатели, выразим как $M = M_c + 0,5 \bar{\omega}^2 \Delta J'(\varphi)$, где M_c – момент сопротивления, $(\quad)' = d/d\varphi$. При этом переменная составляющая этого момента ΔM описывается следующим рядом Фурье:

$$\Delta M = \sum_{j=1}^{\infty} [\mu_{j1} \sin(j\bar{\omega}t + \alpha_{1j}) + \mu_{j2} \sin(j\bar{\omega}t + \alpha_{2j})], \quad (2)$$

где μ_{j1} , μ_{j2} – амплитудные значения гармоники j -го момента сопротивления и динамической составляющей.

В машинах текстильной и легкой промышленности обычно доминирует динамическая составляющая вынуждающего момента, связанная с переменностью приведенного момента инерции при $j=2$. Тогда основная частота возбуждения равна $\omega = 2\bar{\omega}$ и $\mu_{22} = 0,125\omega^2 \Delta J'_2$, где $\Delta J'_2$ – амплитудное значение для гармоники $j=2$.

Не сужая общности, для иллюстрации методики расчета ниже принято $\mu_{j1} = 0$, $\mu_{j2} = \mu_{22} = 0,04\omega^2 \zeta J_0$, где $\zeta = \bar{J} / \bar{J}_0$. Представим гармонические колебания с частотой ω в комплексной форме $q = a \exp[i(\omega t + \alpha)] = \tilde{a} \exp(i\omega t)$, где $\tilde{a} \exp(i\alpha)$ – комплексная амплитуда, модуль которой $|\tilde{a}| = a$ равен амплитуде, а аргумент α – фазе колебаний. Аналогичным образом, представляя момент в комплексной форме $\Delta \tilde{M}$, запишем для одностороннего привода следующее матричное равенство:

$$\begin{pmatrix} \tilde{a} \\ \Delta \tilde{M} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & \gamma_{22} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 0 \\ \Delta \tilde{M}_0 \end{pmatrix}. \quad (3)$$

Здесь γ_{ks} – элементы матрицы перехода Γ , которая равна произведению в обратном порядке матриц перехода подсистем:

$$\Gamma = \Gamma_J \Gamma_{c\psi} \Gamma_{J_0} \Gamma_{c_0} \Gamma_{b_0}, \quad (4)$$

$$\text{где } \Gamma_J = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J & 1 \end{pmatrix}; \quad \Gamma_{J_0} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\omega^2 J_0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_{c_0} = \begin{pmatrix} 1 & c_0^{-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \Gamma_{c\psi} = \begin{pmatrix} 1 & \tilde{c}^{-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix};$$

$$\Gamma_{b_0} = \begin{pmatrix} 1 & (b_0 \omega i)^{-1} \\ 0 & 1 \end{pmatrix}, \quad \tilde{c} - \text{ комплексный коэф-}$$

фициент жесткости реологической модели Кельвина–Фойхта, который при конструктивном демпфировании согласно гипотезе Е.С. Сорокина определяется зависимостью $\tilde{c} = c(1 + 2\delta i)$ при $\delta = \psi / (2\pi)$ (ψ – приведенный коэффициент рассеяния).

Собственные частоты соответствуют $\min |\gamma_{22}|$. Заметим, что здесь и ниже при применении матричных зависимостей не

требуется производить каких-либо аналитических выкладок, поскольку можно воспользоваться любым современным пакетом программ, например, пакетом Mathcad.

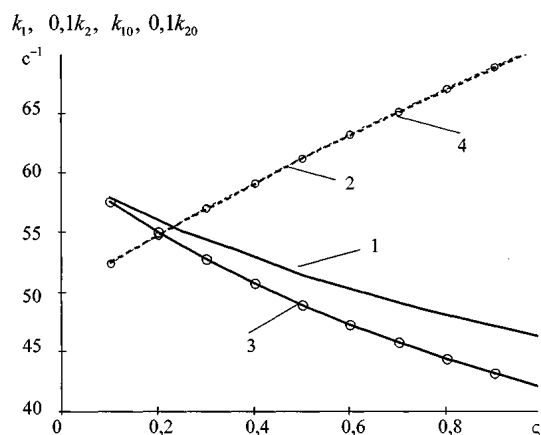


Рис. 2

На рис. 2 приведены графики собственных частот $k_1(\zeta)$ (кривая 1), $0,1k_2(\zeta)$ (кривая 2), полученные при следующих исходных данных: $J_0 = 0,1 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$, $\tau = 0,043 \text{ с}$, $\nu = \nu_d / u = 0,001 \text{ (Н}\cdot\text{м)}^{-1}$, $p_1 = 500 \text{ с}^{-1}$. Кривая 3 отвечает низшей собственной частоте, определенной по формуле

$$k_{10} = \sqrt{(\nu\tau J_0)^{-2/3} (1 + \zeta)^{-1} - 0,25\tau^{-2}}$$

без учета упругодиссипативных свойств рабочей машины, а кривая 4 получена согласно зависимости $k_{20} = p_1 \sqrt{1 + \zeta}$ без учета влияния электромагнитных характеристик двигателя на собственную частоту машинного агрегата. Как следует из сопоставления графиков, учет колебательной системы рабочей машины оказывает некоторое влияние на низшую частоту лишь при больших значениях ζ . В то же время параметры двигателя ν_d, τ при достаточно большой разнице парциальных частот подсистем практически не влияют на частотный спектр рабочей машины.

Далее определим амплитудно-частотную характеристику на "входе" главного вала рабочей машины. На основании (3) имеем

$$\Delta\tilde{M}_0 = \gamma_{22}^{-1} \tilde{u}_{22}; \quad \tilde{a} = \gamma_{12} \Delta\tilde{M}_0. \quad (5)$$

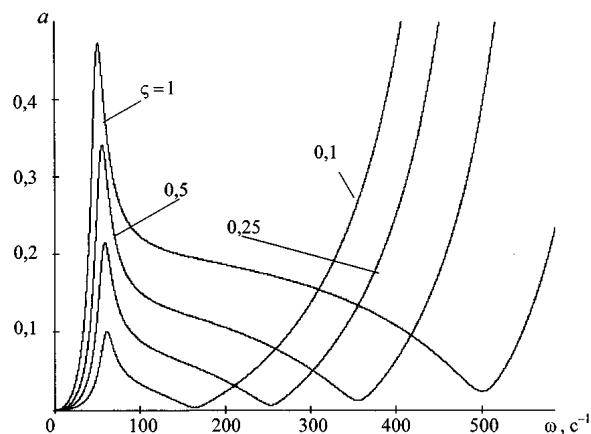


Рис. 3

На рис. 3 приведено полученное на основании (5) семейство амплитудно-частотных характеристик $a(\omega, \zeta) = |\tilde{a}(\omega, \zeta)|$. Коэффициент неравномерности вращения вала электродвигателя $\Delta\Omega_{\max} / \bar{\omega}$ определяется как $\chi = |\tilde{\chi}|$ при

$$\tilde{\chi} = \nu \Delta\tilde{M}_0 (1 + i\tau). \quad (6)$$

Графики $\chi(\omega, \zeta)$ приведены на рис. 4.

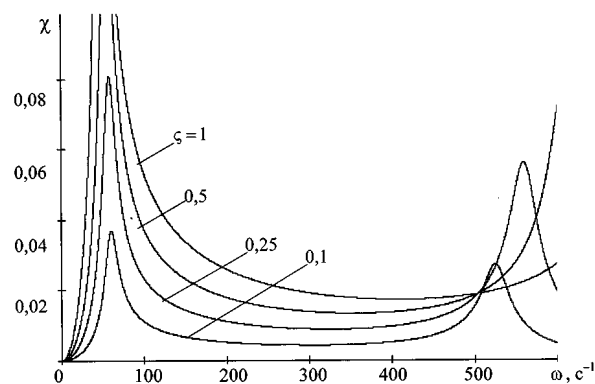


Рис. 4

При сдвоенном приводе матрица перехода имеет вид

$$\mathbf{G} = \mathbf{\Gamma}_{b0} \mathbf{\Gamma}_{c0} \mathbf{\Gamma},$$

а собственные частоты определяются как $\min |g_{12}|$, где $|g_{12}|$ – модуль элемента первой строки и второго столбца матрицы перехода \mathbf{G} .

Для определения амплитудно-частотной характеристики машины на рассматриваемой гармонике возбуждения удобно воспользоваться модификацией метода начальных параметров, названной "численным экспериментом" [3]. Представим амплитуду на правом конце как линейную комбинацию $A_n = S_1 \Delta \tilde{M}_0 + S_2 \tilde{\mu}_{22}$, где S_1, S_2 – неизвестные комплексные числа. Произведем два расчета – при $\Delta \tilde{M}_0 = 1, \tilde{\mu}_{22} = 0$ и при $\Delta \tilde{M}_0 = 0, \tilde{\mu}_{22} = 1$. Тогда $A_n^{(1)} = S_1, A_n^{(2)} = S_2$ (верхний индекс – номер счета).

При этом комплексная амплитуда \tilde{a} на элементе J (см. рис. 1, ДМ-2) описывается зависимостью $\tilde{a} = -\tilde{\gamma}_{12} A_n^{(2)} (A_n^{(1)})^{-1} \tilde{\mu}_{22}$. Амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики определяются как соответственно модуль и аргумент этого комплексного числа. Коэффициент неравномерности хода машины в этом случае находим с помощью зависимостей (5), (6) при учете $\Delta \tilde{M}_0$ для данной модели.

Аналогичным образом находим амплитуду колебаний для всех "сильных" гармоник возбуждения, после чего определяем скорректированное значение угловой скорости на "входе" рабочей машины:

$$\omega = \bar{\omega} + \sum_{j=1}^{j_{\max}} j \bar{\omega} a_j(\omega_j) \cos[j \bar{\omega} t + \alpha_j - \gamma_j(\omega_j)],$$

где $a_j(\omega_j), \gamma_j(\omega_j)$ – амплитудно-частотная и фазочастотная характеристики.

1. Предложена методика для оценки переменной составляющей угловой скорости главного вала машины при учете динамической характеристики электродвигателя. Методика базируется на аппарате матриц перехода и комплексной форме описания амплитуд колебаний.

2. Установлена степень динамической связанности подсистем двигателей и рабочей машины, что позволяет осуществить декомпозицию системы и корректный выбор динамической модели машинного агрегата.

ЛИТЕРАТУРА

1. Вейц В.Л. Динамика машинных агрегатов. – Л.: Машиностроение, 1969.
2. Коловский М.З. Динамика машин. – Л.: Машиностроение, 1989.
3. Вульфсон И.И. Колебания машин с механизмами циклового действия. – Л.: Машиностроение, 1990.
4. Вульфсон И.И. Агрегирование и декомпозиция разветвленных колебательных систем цикловых механизмов // Машиноведение.– 1980, №6. С.20...27.
5. Вульфсон И.И. Колебания в машинах. Изд. 2-е, доп. – СПб.: СПГУТД, 2006.

Рекомендована кафедрой теоретической и прикладной механики. Поступила 25.12.06.