

## К РАСЧЕТУ КИНЕМАТИЧЕСКИХ И СИЛОВЫХ ХАРАКТЕРИСТИК ЗАМКНУТЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ ПЕРЕДАЧ С НЕЛИНЕЙНЫМИ СВЯЗЯМИ

В.К. ПОЛЯКОВ

(Санкт-Петербургский государственный университет технологии и дизайна)

В текстильном машиностроении зубчатые дифференциальные и планетарные передачи используются во многих конструкциях технологических механизмов [1]

$$\begin{aligned} (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_H) i_{12} &= (\dot{\varphi}_{2-3} - \dot{\varphi}_H), \\ (\dot{\varphi}_1 - \dot{\varphi}_H) i &= (\dot{\varphi}_4 - \dot{\varphi}_H), \quad i = i_{12} i_{34}. \end{aligned} \quad (1)$$

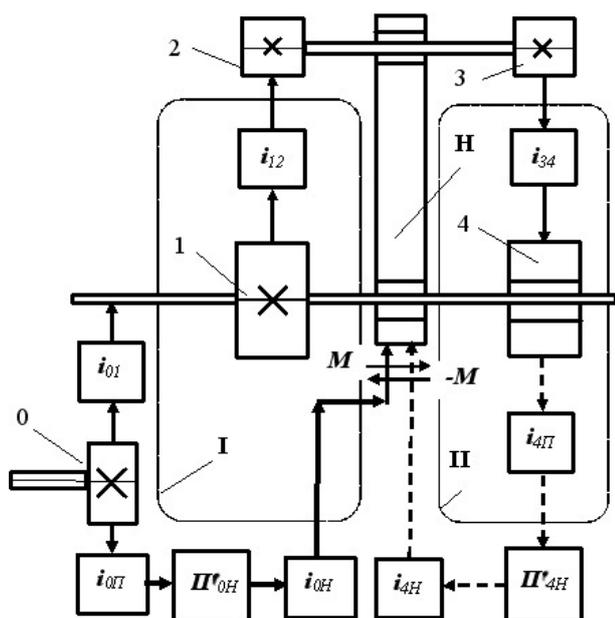


Рис. 1

Отдельно взятая дифференциальная передача имеет две степени свободы и обычно содержит соосно установленные водило  $H$ , центральное колесо 1, сателлиты 2, 3 и центральное колесо 4 (рис.1 – варианты замыкания дифференциальной передачи: I – замкнутый контур первого варианта ( $i_z = \dot{\varphi}_H / \dot{\varphi}_0$ ), II – замкнутый контур второго варианта ( $i_z = \dot{\varphi}_H / \dot{\varphi}_4$ )). Передаточные отношения  $i_{12}$  и  $i_{34}$  определяются в движении относительно водила и в зависимости от вида передач могут иметь как положительные, так и отрицательные значения.

При любом выборе ведущих и ведомых звеньев дифференциальной передачи их кинематические параметры связаны между собой следующими соотношениями:

В текстильных машинах обычно используются замкнутые дифференциальные передачи, характеризующиеся наличием между двумя какими-либо элементами передачи дополнительной замыкающей кинематической связи [2]. Ниже рассматриваются нелинейные замыкающие кинематические связи, представляющие основной интерес при анализе механических характеристик рассматриваемых дифференциальных передач [3].

Из всех возможных комбинаций кинематического замыкания звеньев дифференциальных передач достаточно рассмотреть два варианта (рис.1):

1 – два звена дифференциальной передачи I и H получают заданное движение от общего распределительного вала 0, кинематическое замыкание при этом осуществляется по контуру I (по этой схеме выполняются отдельные механизмы гребенчатых машин.);

2 – звено дифференциальной передачи 1 получает заданное движение от распределительного вала 0, а два других звена H и 4 связываются между собой посредством заданной кинематической зависимости, замыкающим является контур II.

Рассмотрим последовательность кинематического анализа каждой из рассматриваемых схем замыкания.

В первом варианте заданы кинематические связи:

$$\begin{aligned} \dot{\varphi}_1 &= i_{01} \dot{\varphi}_0, \\ \dot{\varphi}_H &= i_{0H} \Pi'_{0H} (i_{0H} \dot{\varphi}_0) i_{0H} \dot{\varphi}_0. \end{aligned} \quad (2)$$

Подставляя равенства (2) в (1), найдем угловую скорость колеса 4:

$$\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_0 [i_{01}i + i_{0П} \Pi'_{0Н} (i_{0П} \varphi_0) i_{0Н} (1-i)]. \quad (3)$$

Отсюда непосредственным интегрированием могут быть найдены угловые перемещения ведомых звеньев.

Сохраняя основные особенности рассматриваемой передачи, ограничимся далее нелинейными связями в виде гармонических функций:

$$\begin{aligned} \Pi_{0Н} (i_{0П} \varphi_0) &= A_{0Н} [1 - \cos (i_{0П} \varphi_0)], \\ \Pi'_{0Н} (i_{0П} \varphi_0) &= A_{0Н} \sin (i_{0П} \varphi_0). \end{aligned} \quad (4)$$

Из равенств (3) и (4) найдем условие (5), определяющее границу смены режимов движения ведомого колеса 4:

$$A_{кр} = |i_{01} i [i_{0П} i_{0Н} (1-i)]^{-1}|. \quad (5)$$

В случае  $A_{0Н} < A_{кр}$  будем иметь одностороннее вращательное движение с переменной угловой скоростью. В случае  $A_{0Н} > A_{кр}$  обеспечивается вращательное движение с неодинаковыми углами поворота в противоположных направлениях. Если же  $A_{0Н} = A_{кр}$ , то колесо 4 будет вращаться в одну сторону с мгновенными остановками.

Для второго варианта замыкания условия связи, наложенные на угловые скорости водила Н и колеса 4, имеют вид:

$$\begin{aligned} \varphi_Н &= i_{4Н} \Pi_{4Н} (i_{4П} \varphi_4) = i_{4Н} A_{4Н} [1 - \cos (i_{4П} \varphi_4)], \\ \Pi'_{4Н} (i_{4П} \varphi_4) &= A_{4Н} \sin (i_{4П} \varphi_4), \\ \dot{\varphi}_1 &= \dot{\varphi}_0 i_{01}, \\ \dot{\varphi}_Н &= i_{4П} \Pi'_{4Н} (i_{4П} \varphi_4) i_{4Н} \dot{\varphi}_4, \\ \dot{\varphi}_4 &= \dot{\varphi}_0 i_{01} i + i_{4П} \Pi'_{4Н} (i_{4П} \varphi_4) i_{4Н} \dot{\varphi}_4 (1-i). \end{aligned} \quad (6)$$

Запишем дифференциальное уравнение (6) в виде:

$$\dot{\varphi}_4 = \dot{\varphi}_0 i_{01} i [1 - i_{4П} i_{4Н} (1-i) \Pi'_{4Н} (i_{4П} \varphi_4)]^{-1}. \quad (7)$$

Численно решая нелинейное дифференциальное уравнение (7), определяем функции времени  $\varphi_4$  и  $\dot{\varphi}_4$ .

Особенность второго варианта замыкания состоит в том, что при равенстве нулю знаменателя в формуле (7) угловая скорость колеса 4, а вместе с ней и угловые скорости сателлитов 2, 3 принимают бесконечные значения. Очевидно, что в этих случаях дифференциальная передача теряет работоспособность и при проектировании передачи следует исходить из выполнения неравенств (8):

$$A_{4Н} < A_{кр} = |i_{4П} i_{4Н} (1-i)|^{-1}. \quad (8)$$

Из равенства (7) и условия (8) следует, что колесо 4 вращается в одном направлении с переменной скоростью, причем с увеличением амплитуды  $A_{4Н}$  наблюдается появление зон резкого, почти мгновенного, возрастания угловой скорости. При этом водило Н будет совершать колебательное движение, коэффициент изменения средней скорости которого также возрастает при увеличении амплитуды  $A_{4Н}$ .

Для проведения силового анализа замкнутых дифференциальных передач воспользуемся методом сечений, разъединив в каком-нибудь месте замыкающую кинематическую связь и заменив ее действие посредством приложения моментов М и -М (рис.1). При этом дифференциальная передача превращается в передачу, не содержащую замкнутых контуров, для которой в рамках статики справедливы следующие основные равенства:

$$M_1 + M_Н + M_4 = 0, \quad (9)$$

$$M_1 \dot{\varphi}_1 + M_Н \dot{\varphi}_Н + M_4 \dot{\varphi}_4 = 0. \quad (10)$$

В этих равенствах  $M_1, M_Н, M_4$  – внешние моменты, приложенные к колесу 1, водилу Н и колесу 4 [2].

Считая, что к ведущему валу 0 приложен движущий момент  $M_0$ , для варианта замыкания I найдем:

$$M_1 = (M_0 \dot{\varphi}_0 - M \dot{\varphi}_Н) \dot{\varphi}_1^{-1},$$

$$\begin{aligned} M_H &= M_H^c + M, \\ M_4 &= M_4^c. \end{aligned} \quad (11)$$

Моменты сопротивления, приложенные к водилу и колесу 4, учитывались в следующей форме:

$$\begin{aligned} M_H^c &= -m_H \text{sign}(\dot{\phi}_H), \\ M_4^c &= -m_4 \text{sign}(\dot{\phi}_4). \end{aligned}$$

$$M = -[M_0 \dot{\phi}_0 + \dot{\phi}_1 (M_H^c + M_4^c)] (\dot{\phi}_1 - \dot{\phi}_H)^{-1} = -[M_H^c + M_4^c (1-i)]. \quad (13)$$

Для варианта замыкания II (рис.1) равенства (9), (10) сохраняются, а равенства (11) принимают вид:

$$\begin{aligned} M_1 &= M_0 \dot{\phi}_0 \dot{\phi}_1^{-1}, \\ M_H &= M_H^c + M, \\ M_4 &= M_4^c - M \dot{\phi}_H \dot{\phi}_4^{-1}. \end{aligned} \quad (14)$$

При этом сохраняется формула (12) для определения значений  $M_0$ , а величина замыкающего момента, действующего на водило, в данном случае находится из равенства:

$$M = -\dot{\phi}_4 (\dot{\phi}_1 i)^{-1} [M_H^c + M_4^c (1-i)]. \quad (15)$$

После определения по формулам (13) или (15) величин замыкающих моментов найдем моменты, действующие в остальных звеньях дифференциальной передачи, для чего следует использовать равенства (11) или (14).

Моменты, приложенные к сателлитам 2 и 3, определяются из следующих равенств:

$$\begin{aligned} M_2 &= M_1 i_{12}^{-1}, \\ M_3 &= M_4 i_{34}. \end{aligned}$$

При анализе распределения усилий в звеньях замкнутых дифференциальных передач и оценки рациональности их конструкций в качестве критерия целесообразно принять абсолютные значения отношений величин замкнутых мощностей к мощности на ведущем валу передачи (для кратко-

Подставляя равенства (11) в равенство (10), получим:

$$M_0 = -(M_H^c \dot{\phi}_H + M_4^c \dot{\phi}_4) \dot{\phi}_0^{-1}. \quad (12)$$

Затем, подставив равенства (12) и (13) в равенство (10), найдем величину замыкающего момента  $M$ , действующего на водило:

сти этот коэффициент будем называть коэффициентом замыкания):

$$kN = \left| \frac{M \dot{\phi}_H}{M_0 \dot{\phi}_0} \right|.$$

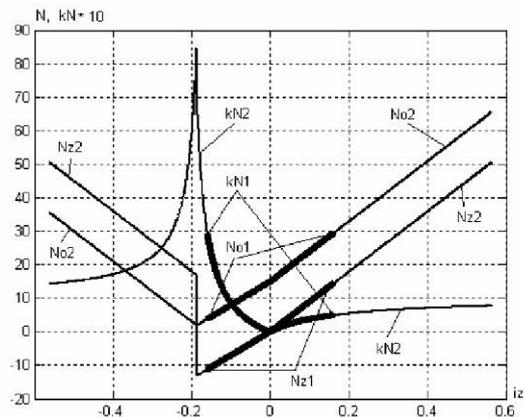


Рис. 2

Результаты определения мощностей для варианта замыкания I приведены на рис. 2 – 1.  $A_{0H} = 0,85 \cdot A_{кр}$ : No1 – мощность на ведущем валу, Nz1 – замкнутая мощность, kN – коэффициент замыкания; 2.  $A_{0H} = 3,0 \cdot A_{кр}$ : No2 – мощность на ведущем валу, Nz2 – замкнутая мощность, kN2 – коэффициент замыкания). Расчеты производились при следующих значениях параметров дифференциальной передачи:

$$\begin{aligned} i_{12} &= 3; \quad i_{34} = -1; \quad i_{01} = -0,25; \quad i_{0II} = -2,5; \quad i_{0H} = -1,5; \\ i_{4II} &= -2,5; \quad i_{4H} = 1,5; \quad m_H = -1; \quad m_4 = -2. \end{aligned}$$

Представленные на рис.2 графики показывают, что мощности  $N_0$  и  $N_z$ , а вместе с ними и коэффициент замыкания  $kN$  изменяются в течение цикла работы передачи, причем значения их зависят от величин амплитуд  $A_{0H}$ , которыми, как установлено выше, определяется характер движения колеса 4. Важно отметить, что максимальные величины  $kN$  ( $kN1_{max} = 3$ ,  $kN2_{max}=8$ ) достигаются в зоне малых значений мощностей  $N_0$ . При этом наличие замкнутых мощностей будет ухудшать условия работы дифференциальной передачи, но не будет приводить к потере ее работоспособности даже при больших значениях амплитуд  $A_{0H}$ .

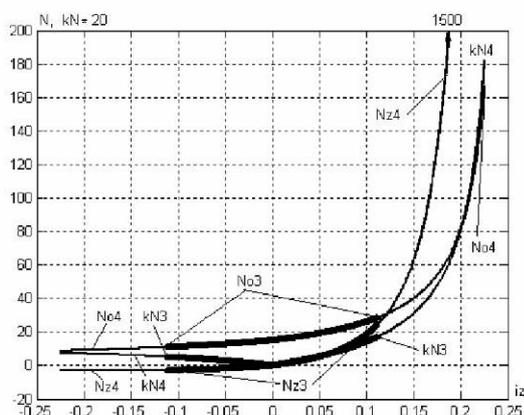


Рис. 3

При замыкании по варианту II наблюдается обратная картина (рис.3 – 3.  $A_{4H} = 0,45A_{кр}$ :  $No3$  – мощность на ведущем валу (ватты),  $Nz3$  – замкнутая мощность,  $kN3$  – коэффициент замыкания, 4.  $A_{4H} = 0,90A_{кр}$ :  $No4$  – мощность на ведущем валу,  $Nz4$  – замкнутая мощность,  $kN4$  – коэффициент замыкания). Максимальные значения коэффициента замыкания  $kN$  достигаются в зоне максимальных величин мощностей  $N_0$  (здесь:  $kN3_{max} = 0,8$ ;  $kN4_{max} = 9$ ,  $Nz4_{max}=1500$  ватт). Темпы

роста величин  $kN$  в данном варианте замыкания весьма существенны. Расчеты показали, что эти значения составляют 4, 9 и 18 соответственно при амплитудах  $A_{4H} = 0,80A_{кр}$ ,  $A_{4H} = 0,90A_{кр}$  и  $A_{4H} = 0,95A_{кр}$ . Эти данные свидетельствуют о невозможности практического использования варианта замыкания II при амплитудах  $A_{4H} > (0,60 \div 0,70)A_{кр}$ .

## ВЫВОДЫ

1. Разработанная методика и вычислительные программы позволяют рассчитывать кинематические и силовые характеристики замкнутых дифференциальных передач, что представляет практический интерес для работников текстильной промышленности.

2. Дальнейшие исследования в этой области должны быть направлены на изучение влияния сил трения в зубчатых зацеплениях на величины замкнутых мощностей и значения коэффициентов полезного действия в замкнутых дифференциальных передачах.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Макаров А.И., Крылов В.В., Николаев В.Б. и др. Расчет и конструирование машин прядильного производства: Учебник для студентов вузов, обучающихся по специальности «Машины и аппараты текстильной промышленности» / Под общ. ред. А.И. Макарова. – 2-е изд., перераб. – М.: Машиностроение, 1981.
2. Кудрявцев В.Н. Планетарные передачи. – М.: Машиностроение, 1966.
3. Вульфсон И.И. Исследование дифференциально-циклового механизма с нелинейной позиционной обратной связью // Проблемы машиностроения и надежности машин. – 1998, № 3. С.84...90.

Рекомендована кафедрой машиноведения. Поступила 25.12.06.