УДК 631.01

ИССЛЕДОВАНИЕ ДЕФОРМАЦИИ ГИБКОЙ УПРУГОЙ НИТИ ФРИКЦИОННОЙ ПАРОЙ

А.А. КРАСНОВ

(Ивановский государственный архитектурно-строительный университет)

При решении задач динамики механизмов с гибкими упругими звеньями, которые содержат фрикционные пары и к которым относятся многие текстильные машины [1], [2], обычно полагают продольную деформацию гибких звеньев – нитей или тканей – малыми, и потому изменения длины нити в зоне деформации приравниваются к длине дуг валов фрикционных пар, с которыми соприкасалось звено в жале этих валов. Рассмотрим этот вопрос более внимательно.

Пусть имеется фрикционная пара, валы которой радиусом R равны и имеют неподвижные оси вращения и которая взаимодействует без проскальзывания с гибкой упругой нитью с коэффициентом жесткости k, один конец которой закреплен на неподвижной опоре, и расстояние между точкой крепления нити и жалом валов фрикционной пары L является постоянным (рис. 1).

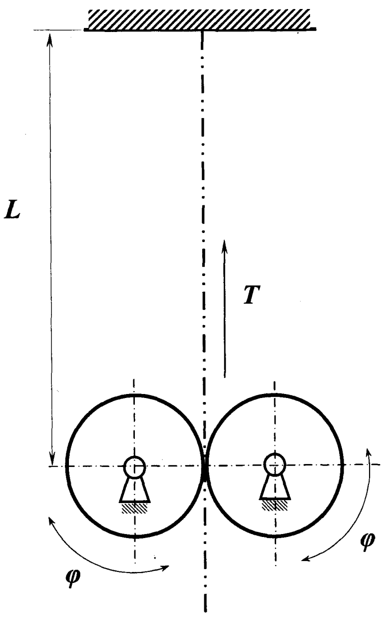

Рис. 1

Исследуем вопрос о деформации и натяжении нити в зоне деформации – зоне между точкой его крепления и точкой в жале валов фрикционной пары.

Допустим, что в начальный момент нить не деформирована $T_0=0$. Тогда, поворачивая фрикционную пару на угол dφ и записывая для нити зависимости ее натяжения в интегральной и дифференциальной форме с учетом изменения начальной длины нити в зоне деформации, получаем выражение для длины нити, выведенной из зоны деформации в виде:

$$\ell_0 = L(1 - e^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi}) \ , \qquad (1)$$

где ℓ_0 – длина отрезка нити, выведенного за пределы зоны деформации; φ – угол поворота валов фрикционной пары; L – длина зоны деформации нити.

Анализ формулы (1) показывает, что длина выведенного отрезка нити не зависит от ее модуля упругости.

Используя (1) и интегральный закон Гука, получаем выражение для деформации и натяжения нити в зоне деформации:

$$T = k(e^{\frac{R}{L}\cdot\varphi} - 1) \, . \qquad (2)$$

Рассматривая движение валов фрикционной пары в обратном направлении, получаем выражение для текущей начальной длины нити в зоне деформации:

$$\ell_{0T} = Le^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi_к} + R(\varphi_к - \varphi), \qquad (3)$$

где $\varphi_к$ – конечное значение угла поворота валов фрикционной пары при выводе нити из зоны деформации; ℓ_{0T} – текущее значение начальной длины нити в зоне деформации.

Используя теперь (3) и интегральный закон Гука, получим выражение для натяжения нити в зоне деформации:

$$T = k\frac{L(1-e^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi_к}) - R(\varphi_к - \varphi)}{Le^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi_к} + R(\varphi_к - \varphi)}. \qquad (4)$$

Анализ формулы (4) показывает, что при текущем угле поворота φ валов фрикционной пары, равном $\varphi_к$, натяжение нити остается равным начальному натяжению. Кроме того, дальнейший анализ формул (2) и (4) показывает, что при равенстве углов поворота валов фрикционной пары в прямом и обратном направлениях равенства натяжения и деформации нити не наблюдается (рис.2).

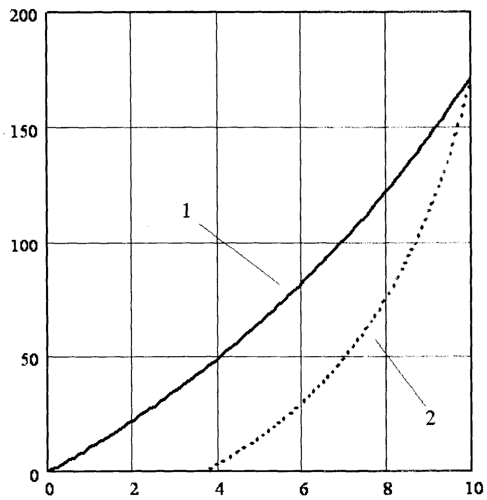

Рис. 2

На рис. 2 где кривая 1 изображает график изменения натяжения T нити в зоне деформации от угла поворота φ валов фрикционной пары при выводе нити из зоны деформации, кривая 2 изображает график изменения натяжения T от угла поворота φ нити в зоне деформации при обратном движении валов фрикционной пары. Анализ полученных графиков позволяет сделать вывод о том, что в системе фрикционная пара – гибкая упругая нить наблюдается явление гистерезиса натяжения гибкой нити, обусловленное неравными скоростями выбора и ввода нити в зону деформации по отношению к недеформированной нити.

Рассмотрим теперь решение этой задачи в том случае, когда начальное натяжение нити T_0 отлично от нуля.

Записывая для этого случая закон Гука в интегральной и дифференциальной формах и производя преобразования, аналогичные предыдущим, получаем выражения для натяжения гибкой упругой нити при выводе ее из зоны деформации:

$$T = T_0 e^{\frac{R}{L}\cdot\varphi} + k(e^{\frac{R}{L}\cdot\varphi} - 1). \qquad (5)$$

И при обратном ее движении в зону деформации

$$T = \frac{T_0 L + kL(1-e^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi_к}) - R(\varphi_к - \varphi)}{Le^{-\frac{R}{L}\cdot\varphi_к} + R(\varphi_к - \varphi)}. \qquad (6)$$

Следует отметить, что длина нити, выводимой за пределы зоны деформации, и в этом случае описывается формулой (1).

Анализ графиков показывает, что и в этом случае в системе наблюдается явление гистерезиса натяжения гибкой упругой нити, которое значительно усложняет процесс описания динамики систем с нитями, содержащих фрикционные пары.

Заметим, что формулы (1), (2) и (5) могут быть получены также и из известного выражения [3]:

$$\frac{d\varepsilon}{dt} = (V_2 - V_1\frac{\varepsilon + k}{\varepsilon_0 + k})\frac{(\varepsilon + k)}{L} \qquad (7)$$

путем его интегрирования при $V_1 = 0$ и учитывая, что $V_2 = R\frac{\varphi}{t}$. При этом отметим, что выражение (7) получено с учетом других исходных соображений.

ВЫВОДЫ

1. Получены конечные выражения для расчета длины участка нити, выводимой из зоны деформации при взаимодействии ее с валами фрикционной пары.

3. Получены конечные выражения для расчета длины участка нити, расположенной в зоне ее деформации при взаимодействии ее с валами фрикционной пары.

4.Получены конечные выражения для натяжения гибкой нити в зоне ее деформации в механизме с фрикционной парой.

5. Показано, что в системе гибкая упругая нить – фрикционная пара наблюдается явление гистерезиса деформации и натяжения нити, и дано физическое объяснение причины появления гистерезиса натяжения нити.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Глазунов В.Ф., Бурков А.П.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. –1985, № 6. С.67…71.

2. *Гинзбург А.Н. и др.* Динамика основных процессов прядения, Ч.II. –М.: Легкая индустрия, 1972.

3. *Бейлин И. Ш. Вейц В.Л., Меркин В.М.* Динамика и оптимальная пассивная стабилизация натяжения в лентопротяжных механизмах / Под ред. К.М. Рагульскиса. – Л.: Политехника, 1991.

Рекомендована кафедрой строительной механики. Поступила 25.12.06.