

ПРИМЕНЕНИЕ ТЕОРИИ МАРКОВСКИХ ПРОЦЕССОВ ДЛЯ МОДЕЛИРОВАНИЯ ДИНАМИКИ ПРОЦЕССА ТРЕПАНИЯ ЛЬНА

С.М. ВИХАРЕВ

(Костромской государственный технологический университет)

Процесс трепания является довольно сложным, существенно зависящим от начальных условий и разброса технологических параметров, поэтому для его моделирования наиболее адекватным является применение вероятностных моделей. В ряде работ [1], [2] рассматривались параметры слоя, как вероятностные, однако вероятностного описания трепания в единстве рассмотрения материала и процесса в этих работах не приводится. Получение таких моделей позволит дать рекомендации по разработке новых трепальных машин и настройке параметров самого процесса.

Рассмотрим процесс обработки льна трепанием как изменение доли волокон, находящихся в трех возможных состояниях: n_0 – волокна со связанной костью; n_1 – чистые волокна; n_2 – волокна в отходах трепания. Соответственно P_0 , P_1 и P_2 – доля волокон в каждом из трех состояний. Переходы волокон из одного состояния в

другое рассмотрим как вероятностные процессы. Так как исходя из [3] параметры данной системы изменяются во времени экспоненциально и можно утверждать, что для предсказания поведения системы в будущем достаточно знать ее состояние в текущий момент времени, то по условиям из [4] для описания данных процессов можно использовать марковскую модель. Следует отметить, что при рассмотрении экспериментальных данных понятие доли волокна в том или ином состоянии совпадает с вероятностью нахождения волокна в данном состоянии.

Представим процесс трепания в виде графа состояний и переходов (рис. 1).

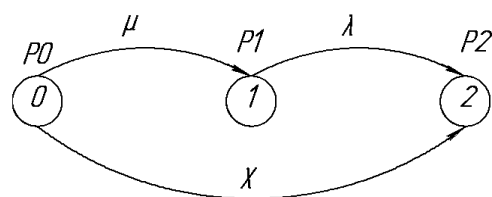


Рис. 1

Считая, что интенсивности соответствующих переходов (рис.1) равны μ , λ и χ , можно записать для процесса следующую систему дифференциальных уравнений Колмогорова-Чепмена [4]:

$$\begin{cases} \frac{dP_0(t)}{dt} = -\mu P_0(t) - \chi P_0(t), \\ \frac{dP_1(t)}{dt} = \mu P_0(t) - \lambda P_1(t), \\ \frac{dP_2(t)}{dt} = \lambda P_1(t) + \chi P_0(t). \end{cases} \quad (1)$$

Исходя из того, что в указанных трех состояниях находится вся масса волокон, к системе (1) можно добавить следующее условие:

$$P_0(t) + P_1(t) + P_2(t) = 1. \quad (2)$$

Для простоты решения системы перейдем к изображениям Лапласа:

$$P_2(z) = 1 - \frac{\mu}{\mu + \chi - \lambda} (-e^{-(\mu + \chi)t} + e^{-\lambda t}) - e^{-(\mu + \chi)t}. \quad (7)$$

Используя экспериментальные зависимости изменения состояния волокна в процессе трепания из [5], можем получить

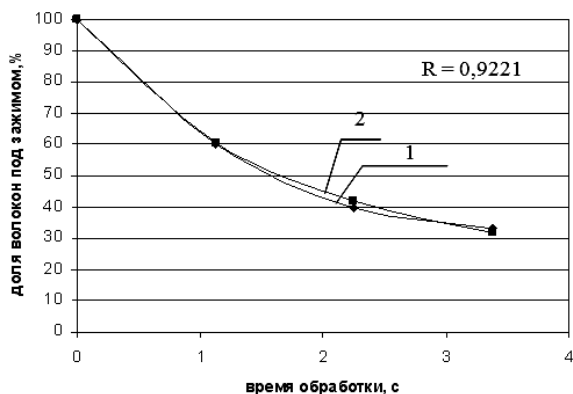


Рис. 2

$$\begin{cases} zP_0(z) = -\mu P_0(z) - \chi P_0(z), \\ zP_1(z) = \mu P_0(z) - \lambda P_1(z), \\ zP_2(z) = \lambda P_1(z) + \chi P_0(z), \end{cases} \quad (3)$$

где z – оператор Лапласа.

Система (3) имеет следующие решения:

$$\begin{cases} P_0(z) = \frac{1}{z + \mu + \chi}, \\ P_1(z) = \frac{\mu}{(z + \mu + \chi)(z + \lambda)}, \\ P_2(z) = \frac{\lambda \mu}{(z + \mu + \chi)(z + \lambda)z} + \frac{\chi}{(z + \mu + \chi)z}. \end{cases} \quad (4)$$

Перейдем от изображений по Лапласу к оригиналам функций:

$$P_0(t) = e^{-(\mu + \chi)t}, \quad (5)$$

$$P_1(t) = \frac{\mu}{\mu + \chi - \lambda} (-e^{-(\mu + \chi)t} + e^{-\lambda t}). \quad (6)$$

Подставив (5) и (6) в (2), получим:

значения интенсивностей перехода волокна по состояниям.

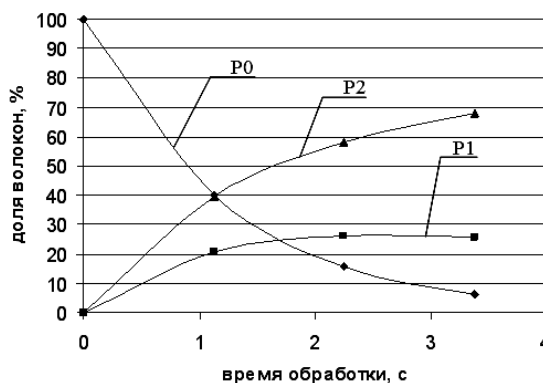


Рис. 3

ВЫВОДЫ

На рис. 2 (сравнение теоретической модели и экспериментальных данных (1 – эксперимент; 2 – данные по модели)) изображено изменение доли волокна, находящегося под зажимом (то есть не выпавшего в отходы), полученное автором [5] для машины ЛТ-1 при $v=47$ м/мин и количестве воздействий $K_{\max}=55$ и нами для тех же параметров с применением полученной модели. Интенсивности переходов волокон из одного состояния в другое в данном случае будут соответственно равны: $\mu = 0,304 \text{ с}^{-1}$; $\chi = 0,51 \text{ с}^{-1}$ и $\lambda = 0,132 \text{ с}^{-1}$. На рис.3 (изменение состояния волокна: P0 – волокна со связанной кострой; P1 – чистые волокна; P2 – волокна в отходах трепания) приведены расчеты по моделям (5), (6), (7) для данных значений интенсивности.

Использованное нами понятие перехода волокна из одного состояния в другое является аналогом понятия интенсивности обработки волокна, подробно описанного для процессов трепания и очистки в работах [3], [6], [7]. Это позволяет применить полученный подход для описания широкого класса процессов переработки.

Получены модели, позволяющие вычислять вероятность недоработки, получения длинного волокна и волокнистых отходов на основе теории марковских процессов, а также оценивать интенсивности перехода волокон по этим состояниям.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Ипатов А.М.* Теоретические основы механической обработки стеблей лубяных культур. – М.: Легпромбытиздат, 1989.
2. *Дроздов Ю.В.* Разработка автоматической системы контроля и управления положением слоя стеблей при получении трепаного льна: Дис...канд. техн. наук. – Кострома: КГТУ, 2004.
3. *Новиков Э.В.* Совершенствование теории и технологии процесса очистки длинного льняного волокна/ Э.В. Новиков, Р.В. Корабельников. – Кострома, 2006.
4. *Острейковский В.А.* Теория надежности. – М.: Высшая школа, 2003.
5. *Трифонов В.Г.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1959, №5.
6. *Севостьянов А.Г., Севостьянов П.А.* Моделирование технологических процессов. – М.: Легкая и пищевая промышленность, 1984.
7. *Корабельников Р.В., Корабельников А.Р.* Теория и практика совершенствования очистителей волокна. – Кострома, 2001.

Рекомендована кафедрой автоматизации и микропроцессорной техники. Поступила 16.06.07.