

УДК 677.059

НАТЯЖЕНИЕ ПОЛОТНА ПРИ РАЗМОТКЕ РУЛОНА*

А. С. ЖЕЛЕЗНЯКОВ, А. И. ЧАНЫШЕВ

(Новосибирский технологический институт
Московской государственной академии легкой промышленности)

Рациональный расход материала и качество кроя для швейных изделий зависит от многих факторов и, в частности, от деформации полотна при разматывании, выполняемом в процессе контрольных и настилочных операций, которая должна быть исключительно упругой, что накладывает определенные ограничения на допустимое натяжение полотна. Другое ограничение состоит в постоянстве линейной скорости сматывания полотна с рулона — необходимом требовании при проектировании функциональных механизмов разматывания.

Натяжение полотна при разматывании зависит от технологической схемы проводки рулонного материала, структуры и конструкции размоточного устройства. В общем случае возможны и практикуются следующие технологические схемы разматывания рулона: со скалки, установленной на неподвижных цилиндрических опорах скольжения; в жестком люлькообразном ложе или без него; из рольганга со свободновращающимися неприводными валиками; принудительное разматывание посредством приводных валиков рольганга.

Определение и сравнение величин натяжения полотна для рассмотренных схем представляет особый практический интерес [1].

Рассмотрим в сравнении первые две технологические схемы разматывания рулона.

При разматывании рулона полотна происходит уменьшение его массы. В процессе разматывания рулона со скалки, установленной на опорах скольжения, в [2] для учета переменности массы использовалось уравнение Лагранжа второго рода и получена математическая модель зависимости натяжения полотна от скорости сматывания и физико-механических характеристик материала. Приводятся пример расчета и практические рекомендации.

На наш взгляд, применение уравнения Лагранжа второго рода здесь и в других подобных задачах не совсем корректно, так как сам вывод этих уравнений предполагает неизменность массы точки, поскольку вытекает из уравнения движения Ньютона. Если подходить строго, то за основу следует принять уравнение движения И. В. Мещерского [3, 4], учитывающее изменение массы.

При решении поставленных задач допускаем, что разматываемый

* Начало.

материал при сходе с рулона перемещается по технологическому тракту до первого направляющего валика в горизонтальном направлении, силы сцепления между слоями незначительны, а процесс разматывания осуществляется в установившемся режиме, то есть с постоянной линейной скоростью ($v = v_0 = \text{const}$).

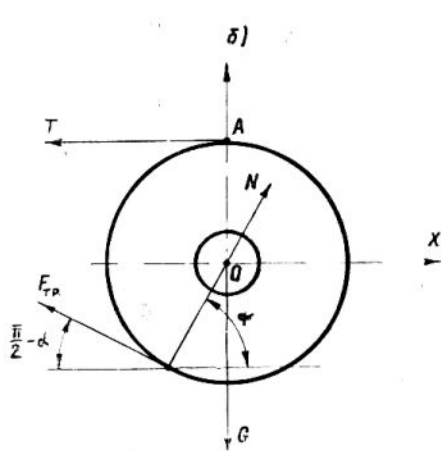
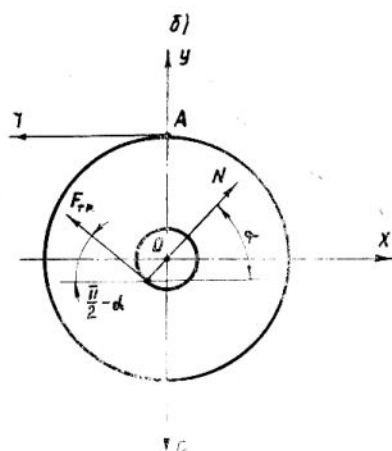
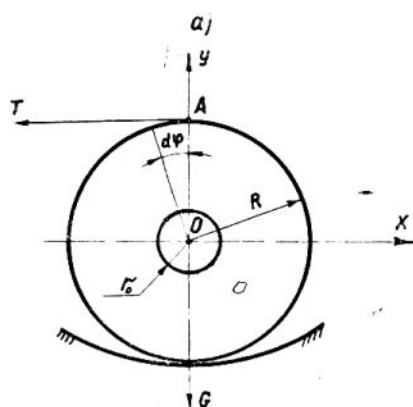
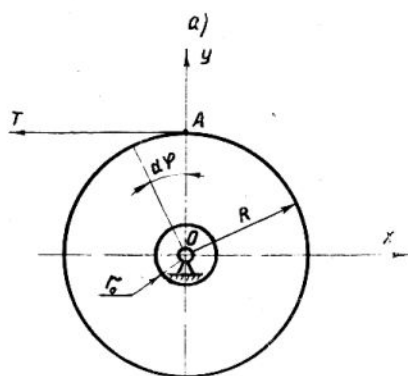


Рис. 1.

Рис. 2.

Рассмотрим первый случай, когда рулон со скалкой установлен на опорах скольжения (рис. 1-а), где δ — толщина полотна, R — начальный радиус рулона, M — начальная масса рулона, ρ — плотность материала, m_0 — масса оси (скалки), r_0 — радиус скалки, H — ширина рулона, $H_0 \cong H$ — длина скалки (принятые обозначения аналогичны [2]).

Определим закон изменения натяжения T полотна, сматываемого с постоянной линейной скоростью. Очевидно, что текущий радиус r рулона

$$r = R - \delta\varphi/2\pi, \quad (1)$$

где φ — угол поворота рулона при разматывании.
Переменная масса

$$m = M - \rho H \delta \int_0^{\varphi} r d\varphi = M - \rho H \delta \left(R\varphi - \frac{\delta\varphi^2}{4\pi} \right). \quad (2)$$

Момент I инерции рулона относительно оси вращения определяется как момент инерции полого вала длиной H с внутренним r_0 и внешним R радиусами:

$$I = \int_m r^2 dm = \int_0^{2\pi} \int_{r_0}^R r^2 \rho H r dr d\varphi = \frac{\rho \pi H}{2} (R^4 - r_0^4).$$

С учетом того, что

$$\rho \pi H (R^2 - r_0^2) = M,$$

момент инерции рулона

$$I = 0,5M(R^2 + r_0^2). \quad (3)$$

Момент инерции оси (скалки) рулона

$$I_0 = 0,5m_0 r_0^2. \quad (4)$$

Поскольку центр масс рулона принят неподвижным,

$$\ddot{X}_0 = 0 \text{ и } \ddot{Y}_0 = 0.$$

Изобразим силы, действующие на рулон и реакции в опорах (рис. 1-б), где N — нормальная реакция со стороны опоры с осью составляет некоторый угол α , подлежащий определению.

Запишем условие равенства нулю суммы проекций сил на оси X и Y :

$$\left. \begin{aligned} -T + N \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha &= 0, \\ N \sin \alpha + F_{\text{тр}} \cos \alpha - G &= 0, \end{aligned} \right\} \quad (5)$$

где N — нормальная реакция;
 $G = (M + m_0)g$ — начальная масса рулона материала со скалкой;
 T — натяжение полотна;
 $F_{\text{тр}}$ — сила трения.

Так как $F_{\text{тр}} = fN$, из второго уравнения системы (5)

$$N = G / (\sin \alpha + f \cos \alpha). \quad (6)$$

Подставляя (6) в (5), находим

$$T = [G(\cos \alpha - f \sin \alpha)] / [\sin \alpha + f \cos \alpha], \quad (7)$$

откуда следует, что для определения T необходимо найти угол α — это главный отличительный и принципиальный момент предлагаемой методики исследования объекта.

Рассмотрим процесс сматывания полотна с рулона в отличие от [2] как задачу динамики с переменной массой и с позиции уравнения И. В. Мещерского:

$$m(d\vec{V}/dt) = \vec{F} + (dm/dt)(\vec{U} - \vec{V}), \quad (8)$$

где

\vec{V} — скорость материальной точки;

\vec{U} — скорость присоединяющихся или уходящих частиц;

\vec{F} — главный вектор внешних сил, действующих на точку переменной массы;

$(dm/dt)(\vec{U} - \vec{V}) = \vec{\Phi}$ — реактивная сила.

Используя (8), заметим, что в точке A (рис. 1-б) скорость уходящих частиц \vec{U} при разматывании рулона совпадает со скоростью самой материальной точки \vec{V} . Следовательно, реактивная сила $\vec{\Phi}$ в данном случае равна нулю, а изменений массы в других точках в момент t не происходит.

С учетом этого уравнение вращательного движения рулона

$$0,5[m_0 r_0^2 + m(r^2 + r_0^2)]\ddot{\varphi} = Tr - F_{\text{тр}} r_0, \quad (9)$$

где $\ddot{\varphi}$ — угловое ускорение.

Подставляя (7) в (9), получаем уравнение для определения α :

$$0,5[m_0 r_0^2 + m(r^2 + r_0^2)]\ddot{\varphi} = (m + m_0)g[(\cos\alpha - f\sin\alpha)r - fr_0]/(\sin\alpha + f\cos\alpha). \quad (10)$$

Выражая φ через r , имеем

$$\varphi = V_0/r = V_0/(R - \varphi\delta/2\pi). \quad (11)$$

По условию задачи $V = V_0$ и с учетом (11) находим

$$\ddot{\varphi} = \delta V_0 \dot{\varphi} / 2\pi (R - \varphi\delta/2\pi)^2. \quad (12)$$

Подставим (11) в (12):

$$\ddot{\varphi} = \delta V_0^2 / 2\pi (R - \varphi\delta/2\pi)^3 = \delta V_0^2 / 2\pi r^3. \quad (13)$$

Тогда из (10) имеем

$$[1 + (r_0/r)^2 + (m_0/m)(r_0/r)^2] (\delta/4\pi) (V_0/r)^2 = (1 + m_0/m)g[\cos\alpha - f\sin\alpha - f(r_0/r)]/(\sin\alpha + f\cos\alpha). \quad (14)$$

Обозначая

$$[1 + (r_0/r)^2 + (m_0/m)(r_0/r)^2] (\delta/2\pi) (V_0/r)^2 = a,$$

записываем (14) в виде

$$A\sin\alpha + B\cos\alpha + C = 0, \quad (15)$$

где

$$A = a + (1 + m_0/m)gf; \quad B = af - (1 + m_0/m)g; \\ C = (1 + m_0/m)gf(r_0/2).$$

Решая (15) относительно α , находим

$$\alpha_{1,2} = 2 \operatorname{arctg} \left[\frac{A}{B-C} \pm \frac{\sqrt{A^2 + B^2 - C^2}}{B-C} \right]. \quad (16)$$

Анализируя (16), отмечаем, что отрицательное значение α_1 соответствует качению скалки, а положительное α_2 — ее проскальзыванию относительно опор, подлежащему учету при определении T .

Рассчитаем натяжение при разматывании рулона ткани пальтовой группы при $\rho = 262 \text{ кг/м}^3$, $R = 0,15 \text{ м}$, $H \cong H_0 = 1,6 \text{ м}$, $r_0 = 0,02 \text{ м}$, $V_0 = 0,666 \text{ м/с}$, $f = 0,1$ [5]. В этом случае $\alpha_2 = 78,5^\circ$ и натяжение ткани в начале разматывания $T_{1H} = 4 \text{ Н}$.

При $r = r_0$

$$m = \rho H \pi (r^2 - r_0^2) = 0$$

и согласно (10)

$$0,5 m_0 r_0^2 \ddot{\varphi} = [(\cos \alpha - f \sin \alpha) r - f r_0] / (\sin \alpha + f \cos \alpha).$$

Согласно (13) и несложным расчетам, получаем в конце разматывания рулона натяжение $T_{1H} = 0,9 \text{ Н}$.

Рассмотрим второй вариант технологической схемы разматывания рулона, находящегося в жестком люлькообразном ложе (рис. 2-а), и определим натяжение материала при его сматывании в горизонтальном направлении с постоянной скоростью $V = V_0 = \text{const}$.

Допускаем, что центр масс рулона полотна также неподвижен, то есть $\ddot{X}_0 = 0$, $\ddot{Y}_0 = 0$. Изобразим все силы, действующие на рулон (рис. 2-б), и запишем условие равенства нулю главного вектора внешних сил.

В проекции на оси X и Y соответственно

$$\left. \begin{aligned} -T + N \cos \alpha - F_{\text{тр}} \sin \alpha &= 0, \\ N \sin \alpha + F_{\text{тр}} \cos \alpha - G &= 0. \end{aligned} \right\} \quad (17)$$

Решение этой системы уравнений позволяет определить T при известном α . Уравнение вращательного движения для рассматриваемого варианта задачи аналогично (9):

$$1/2 [m_0 r_0^2 + m(r^2 + r_0^2)] \ddot{\varphi} = (T - F_{\text{тр}}) r. \quad (18)$$

Подставляя (7) в (18) и $F_{\text{тр}} = f_1 N$ согласно (6) и (7), для угла α получаем уравнение

$$1/2 [m_0 r_0^2 + m(r^2 + r_0^2)] \ddot{\varphi} = (m + m_0) g (\cos \alpha - f_1 \sin \alpha - f_1) r / (\sin \alpha + f_1 \cos \alpha). \quad (19)$$

С учетом (13) и (19)

$$\left[1 + (r_0/r)^2 + (m_0/m) (r_0/r)^2 \right] (\delta/4\pi) (V_0/r)^2 = (1 + m_0/m) g (\cos \alpha - f_1 \sin \alpha - f_1) / (\sin \alpha + f_1 \cos \alpha). \quad (20)$$

Используя введенные обозначения и метод решения, (20) записываем в виде (15), где

$$A = a + (1 + m_0/m)gf_1; \quad B = af_1 - (1 + m_0/m)g;$$

$$C = (1 + m_0/m)gf_1,$$

решая которое, находим $\alpha_{1,2}$.

Поскольку в реальном процессе обеспечивается скольжение рулона относительно опорной цилиндрической поверхности, такому типу контактного взаимодействия соответствует положительное α , которое и должно учитываться при расчете T .

Для тех же параметров рулона и коэффициенте трения $f_1 = 0,35$ [5] натяжение материала в начале разматывания $T_{2и} = 103,5$ Н. В конце разматывания $r = r_0$ и $m = 0$, то есть

$$0,5m_0r_0^2\ddot{\varphi} = m_0g(\cos\alpha - f_1\sin\alpha - f_1)r/(\sin\alpha + f_1\cos\alpha). \quad (21)$$

Подставив (13) в (21), получаем

$$(\delta/4\pi)(V_0/r_0^2) = g(\cos\alpha - f_1\sin\alpha - f_1)/(\sin\alpha + f_1\cos\alpha).$$

Коэффициенты A , B и C соответственно $A = a + gf_1$; $B = af_1 + g$; $C = gf_1$, где $a = (\delta/4\pi)(V_0/r_0)^2$.

Углы $\alpha_{1,2}$ и натяжение T определяем по формулам (16) и (7). Для заданных конкретных значений параметров и условий транспортирования натяжение материала в конце разматывания $T_{2к} = 1,2$ Н.

ЛИТЕРАТУРА

1. Галынкер И. И. Подготовка и настиление тканей. — М.: Легкая индустрия, 1969.
2. Князев В. И., Пискорский Г. А. // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. — 1983, № 5.
3. Бать М. И., Джанелидзе Г. Ю., Кельзон А. С. Теоретическая механика в примерах и задачах. Т. II — М.: Физматгиз, 1961.
4. Губин В. В., Хавкин В. П. // Изв. вузов. Технология легкой промышленности. — 1983, № 2.
5. Гузенков П. Г. Краткий справочник к расчетам деталей машин. — М.: Высшая школа, 1986.

Рекомендована кафедрой машины и аппараты легкой промышленности. Поступила 20.02.97.