

КОЛЕБАНИЕ НАГРУЗКИ В ВЫТЯЖНЫХ ПРИБОРАХ ПРЯДИЛЬНЫХ МАШИН

В.С. ПЕТРОВСКИЙ, Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ, А.П. СОРКИН

(Костромской государственной технологической университет)

Рассмотрим случайные колебания вытяжного прибора, обобщенная динамическая расчетная схема которого представлена на рис. 1. Рычаг нагрузки 4 с помощью нагрузочного устройства 5 через пружины 6 передает усилие на нажимные валики, состоящие из невращающейся оси 3 и двух вращающихся втулок 1 и 2. Эластичное покрытие валика 7, пружины 6 и нагрузочное устройство 5 обладают вязкоупругими свойствами. Примем, что слой текстильного материала тонкий, равномерный и не оказывает существенного влияния на колебание нагрузки.

Для каждого валика выберем неподвижную систему координат XYZ, поместив начало в центр нажимного валика в положении статического равновесия. Подвижные системы координат abc, $a_1b_1c_1$, $a_2b_2c_2$ направлены вдоль главных центральных осей инерции валика и втулок и перемещаются вместе с ними. Положения втулок 1, 2 заданы положением центра масс x_{c1} , y_{c1} , z_{c1} и x_{c2} , y_{c2} , z_{c2} и положением главной центральной оси инерции и определены ранее в [1 (1)].

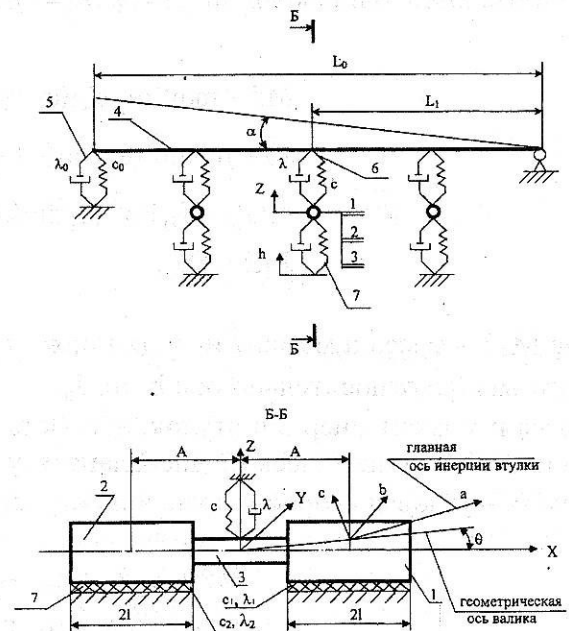


Рис. 1

Вначале исследуем колебание произвольно выбранного i -го валика. Далее в формулах (1...11) все параметры относятся к i -му валику; для краткости записи индек-

сы i опущены, кроме значений, стоящих под знаком суммы.

В качестве обобщенных координат примем поворот рычага нагрузки 4 на угол α , вертикальные перемещения z_i и пово-

роты нажимных валиков вокруг оси y на углы θ_i .

Тогда обобщенные силы, действующие на систему без учета статической нагрузки и статического сжатия пружин, равны:

$$\begin{aligned} Q_z &= \int_{A-l}^{A+l} q_1 dx + \int_{-A-l}^{-A+l} q_2 dx - c(z - \alpha L) - \lambda(\dot{z} - \dot{\alpha}L), \\ Q_\theta &= \int_{A-l}^{A+l} q_1 x dx + \int_{-A-l}^{-A+l} q_2 x dx, \\ Q_\alpha &= \sum_{i=1}^n (c_i(z_i - \alpha L_i) + \lambda_i(\dot{z}_i - \dot{\alpha}L_i))L_i - c_0 L_0^2 \alpha - \lambda_0 L_0^2 \dot{\alpha}, \end{aligned} \quad (1)$$

где $q = c(h - \theta x - z) + \lambda(\dot{h} - \dot{\theta}x - \dot{z})$, (2)
 q – отклонение интенсивности нагрузки от номинального значения, вызванное погрешностями и колебаниями валика; $c_0, \lambda_0, c, \lambda, c_1, \lambda_1$ – коэффициенты жесткости и вязкости нагрузочного устройства 5, пружины 6 и покрытий 7 (покрытия на одном валике принимаются одинаковыми $c_1=c_2, \lambda_1=\lambda_2$);

h, \dot{h} – величина и скорость деформации покрытия, вызванные погрешностью валика и рифцилиндра; n – количество нажимных валиков на рычаге.

Подставив обобщенные силы (1), кинематическую энергию рычага $T_4 = 0,5J_4\dot{\alpha}^2$ и валиков из [1 (2)] в уравнение Лагранжа II рода, получим

$$\begin{aligned} M\ddot{z} - m\omega^2(e_1 \sin(\omega t + \psi_1) + e_2 \sin(\omega t + \psi_2)) &= Q_z, \\ J\ddot{\theta} + mA\omega^2(e_2 \sin(\omega t + \psi_2) - e_1 \sin(\omega t + \psi_1)) + \\ + (J_a - J_b)\omega^2(\delta_1 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1) + \delta_2 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1)) &= Q_\theta, \\ J_4\ddot{\alpha} &= Q_\alpha, \end{aligned} \quad (3)$$

где M, J – масса и момент инерции нажимного валика относительно оси b ; m, J_a, J_b – масса и момент инерции втулок; e, δ – статический и динамический дисбаланс втулок; ω – угловая скорость вращения втулок

i -го валика; J_4 – момент инерции рычага нагрузки.

Подставив значения из (2) и (1) в (3), после интегрирования и преобразования запишем

$$\begin{aligned} M\ddot{z} + \lambda_z \dot{z} + c_z z - \lambda L \dot{\alpha} - \alpha c L &= F_z, \\ J\ddot{\theta} + \lambda_\theta \dot{\theta} + c_\theta \theta &= F_\theta, \\ J_4\ddot{\alpha} + \lambda_\alpha \dot{\alpha} + c_\alpha \alpha - \sum \lambda_i \dot{z}_i L_i - \sum c_i z_i L_i &= 0, \end{aligned} \quad (4)$$

где $c_z = c + 4c_1\ell$; $\lambda_z = \lambda + 4\lambda_1\ell$; $c_\theta = 4c_1(A^2\ell + \frac{1}{3}\ell^3)$; $\lambda_\theta = 4\lambda_1(A^2\ell + \frac{1}{3}\ell^3)$;
 $c_\alpha = c_0 L_0^2 + \sum c_i L_i^2$; $\lambda_\alpha = \lambda_0 L_0^2 + \sum \lambda_i L_i^2$; (5)

$$F_z = \int_{A-l}^{A+l} (c_1 \dot{h}_1 + \lambda_1 \dot{h}_1) dx + \int_{-A-l}^{-A+l} (c_1 \dot{h}_2 + \lambda_1 \dot{h}_2) dx + m\omega^2 (e_1 \sin(\omega t + \psi_1) + e_2 \sin(\omega t + \psi_2));$$

$$F_\theta = \int_{A-l}^{A+l} (c_1 \dot{h}_1 + \lambda_1 \dot{h}_1) x dx + \int_{-A-l}^{-A+l} (c_1 \dot{h}_2 + \lambda_1 \dot{h}_2) x dx + mA\omega^2 (e_1 \sin(\omega t + \psi_1) - e_2 \sin(\omega t + \psi_2)) + (J_b - J_a)\omega^2 (\delta_1 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_1) + \delta_2 \sin(\omega t - \varepsilon + \psi_2)).$$

Представим погрешности и перемещения в комплексном виде:

$$h = \bar{h} \exp(i\omega t), \quad z = \bar{z} \exp(i\omega t),$$

$$\Delta = \bar{\Delta} \exp(i\omega t), \quad \theta = \bar{\theta} \exp(i\omega t), \quad (7)$$

$$\alpha = \bar{\alpha} \exp(i\omega t),$$

где $\bar{h}, \bar{z}, \bar{\Delta}, \bar{\theta}, \bar{\alpha}$ – комплексные амплитуды.

Подставив значения переменных из (7) и их производных в (6) и (4), после преобразования получим систему уравнений для

определения перемещений по обобщенным координатам:

$$\Delta_z \bar{z} - k\bar{\alpha}L = \bar{F}_z, \quad (8)$$

$$\Delta_\alpha \bar{\alpha} - \sum k_i \bar{z}_i L_i = 0,$$

$$\Delta_\theta \bar{\theta} = \bar{F}_\theta, \quad (9)$$

где $\Delta_z = -M\omega^2 + i\omega\lambda_z + c_z$,

$$\Delta_\theta = -J\omega^2 + i\omega\lambda_\theta + c_\theta, \quad (10)$$

$$\Delta_\alpha = -J_4\omega^2 + i\omega\lambda_\alpha + c_\alpha,$$

$$k = i\omega\lambda + c;$$

$$\bar{F}_z = k \left(\int_{A-l}^{A+l} \bar{h}_1 dx + \int_{-A-l}^{-A+l} \bar{h}_2 dx \right) + m\omega^2 (\bar{e}_1 + \bar{e}_2), \quad (11)$$

$$\bar{F}_\theta = k \left(\int_{A-l}^{A+l} \bar{h}_1 x dx + \int_{-A-l}^{-A+l} \bar{h}_2 x dx \right) + mA\omega^2 (\bar{e}_1 - \bar{e}_2) + (J_b - J_a)\omega^2 (\bar{\delta}_1 + \bar{\delta}_2);$$

$\bar{F}_z, \bar{F}_\theta$ – комплексные возмущающие силы.

Из (9) следует, что угловые колебания валиков на i -й линии цилиндров не связаны ни с линейными, ни с угловыми колебаниями валиков на соседних линиях, а зависят только от возмущающих сил на той же линии и определяются комплексными передаточными функциями:

$$W(\theta, F_\theta)_i = \frac{1}{\Delta_{\theta,i}}, \quad (12)$$

где $W(\theta, F_\theta) = \frac{\bar{\theta}}{\bar{F}_\theta}$ – комплексная передаточная функция.

Линейные колебания от возмущающих сил, действующих на i_0 -й линии цилиндров, передаются на все линии, в том числе на i -ю.

Передаточную функцию линейных колебаний можно найти из решения системы уравнений (9):

$$W(z, F_z)_{i,i_0} = \frac{k_i L_i W(\alpha, F_z)_{i_0} + K F_{i,i_0}}{\Delta_{z,i}}, \quad (13)$$

$$\text{где } KF_{i,i_0} = \begin{cases} 1 & \text{при } i = i_0, \\ 0 & \text{при } i \neq i_0, \end{cases}$$

$$W(\alpha, F_z)_{i_0} = \frac{k_{i_0} L_{i_0}}{\Delta_{\alpha 1} \Delta_{z, i_0}}, \quad (14)$$

$$\Delta_{\alpha 1} = \Delta_{\alpha} - \sum_{i=1}^n \frac{(k_i L_i)^2}{\Delta_{z, i}}.$$

$$W(q, \Delta)_{i, j, i_0, j_0} = k(W(h, \Delta)_{i, j} - W(zF_z)_{i, i_0} W(F_z \Delta)_{i_0, j_0} - W(\theta, F_{\theta})_i W(F_{\theta}, \Delta)_{i_0, j_0} X), \quad (15)$$

где i, j – номер исследуемой линии цилиндров и тумбочки (втулки); i_0, j_0 – номер линии цилиндров и тумбочки с погрешностью.

Подставляя (7) в (2), с учетом (11...13) получаем исходную передаточную функцию, связывающую колебание нагрузки на произвольно выбранной тумбочке с погрешностью на любой втулке:

Недостающие передаточные функции представлены в табл. 1.

Таблица 1

Погрешность	Передаточные функции			ω
	$W_{h\Delta}$	$W_{F_z \Delta}$	$W_{F_{\theta} \Delta}$	
Эксцентриситет валика				
$j = j_0$	1	$2kl$	$\pm 2klA$	ω_B
$j \neq j_0$	0			
Эксцентриситет рифцилиндра	1	$4kl$	0	$\omega_{\text{Ц}}$
Статический дисбаланс	0	$m\omega^2$	$\pm m\omega^2 A$	ω_B
Динамический дисбаланс	0	0	$(J_B - J_A) \omega^2$	ω_B

Примечание. $\omega_B, \omega_{\text{Ц}}$ – угловые скорости валика и цилиндра; знак "+" для первой тумбочки, "-" – для второй.

Предлагаемая математическая модель в отличие от [2] позволяет учесть распределенную нагрузку, демпфирования и случайный характер погрешностей.

ВЫВОДЫ

Предложена математическая модель, позволяющая определять колебания нагрузки в вытяжной паре под действием случайных погрешностей.

ЛИТЕРАТУРА

1. Петровский В.С. // Вестник КГТУ. – Кострома, 2002, №5. С. 73...75.
2. Степанов В.А., Шутов Г.Н., Королев М.В. // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 1984, №1. С. 87...90.

Рекомендована кафедрой технологии машиностроения. Поступила 01.04.03.