

## МОДЕЛЬ ПОТЕРИ ПРОЧНОСТИ КОМБИНИРОВАННОЙ НИТИ

И.Л. ВЕРНЯЕВА, Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ, А.Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

В процессе вязания специальных изделий из комбинированных нитей, основу которых составляют углеродные волокна, последние теряют значительную часть своей прочности. Так, разрывная характеристика комбинированной нити для различных вариантов переплетений снижается на 65...80%.

Модель потери прочности можно записать в виде дифференциального уравнения

$$\frac{dP}{dt} = f(\sigma), \quad (1)$$

где  $P$  – разрывная нагрузка нити в какой-то момент времени  $t$ ;  $f(\sigma)$  – функция напряжения.

При постоянных или медленно меняющихся нагрузках уравнение (1) описывает статическую характеристику прочности. В случае цикловой нагрузки и больших изменений напряжения внутри цикла при значительном числе циклов вместо уравнения (1) модель необходимо искать в виде

$$\frac{dP}{dn} = f(\sigma_{\max}, \sigma_{\min}), \quad (2)$$

где  $n$  – число циклов,  $\sigma_{\max}, \sigma_{\min}$  – максимальное и минимальное значения напряжения нити за один цикл нагружения.

Основной причиной снижения разрывных характеристик является рост усталостных трещин в волокнах составляющих стренг комбинированной нити.

В дальнейшем под нитью будем понимать либо мононить из углеродных волокон с какими-то приведенными характеристиками (например, предполагается равенство поперечных сечений и прочности), либо одиночные стренги, также представляющие собой мононити. В последнем

случае общее натяжение комбинированной нити при расчете напряжения следует пересчитать применительно к одиночной стренге.

Будем считать, что между потерей прочности нити и ростом усталостных трещин существует зависимость

$$P = P_0 \left( 1 - \frac{l}{l_k} \right), \quad (3)$$

где  $P$  – текущая разрывная нагрузка нити;  $l$  – длина трещины в одиночной нити;  $l_k$  – критическая длина трещины, при которой происходит разрушение нити;  $P_0$  – исходная разрывная нагрузка.

В теории механики разрушения существует задача Гриффитса о трещине отрыва в однородной среде в условиях плоской деформации [1], суть которой заключается в том, что трещина в материале длиной  $l$  представляется в виде разреза (рис. 1). Для нашего случая применим вид трещин отрыва, которую создают напряжения  $\sigma$ , нормальные к плоскости трещины.

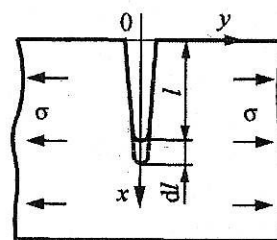


Рис. 1

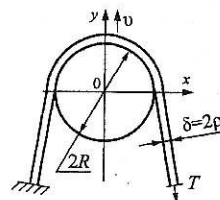


Рис. 2

Под  $\sigma$  будем понимать напряжения, возникающие в нити при ее изгибе на петлеобразующих рабочих органах, и напряжения от технологического натяжения (рис. 2):

$$\sigma = E \frac{\delta}{2R} + \frac{T}{\pi r^2}, \quad (4)$$

где  $\delta = 2r$  – толщина волокна;  $R$  – радиус кривизны стержня иглы;  $E$  – модуль упругости материала нити;  $T$  – натяжение нити,  $\sigma$  – напряжение в нити.

Предположим, что материал нити (а нить у нас углеродная) подчиняется закону Гука и имеет модуль упругости  $E$  и коэффициент Пуассона  $\nu$ .

Согласно [1] для того, чтобы размер трещины увеличился на  $dl$  должна быть затрачена определенная работа  $d\Pi$ , связанная с пластической деформацией и другими необратимыми процессами:

$$-d\Pi = \gamma dl, \quad (5)$$

где  $\gamma$  – работа разрушения, отнесенная к единице площади вновь образуемой трещины.

Величина  $\gamma$  связана с критическим напряжением выражением

$$\sigma_k = \left[ \frac{\gamma E}{\pi l (1 - \nu^2)} \right]^{\frac{1}{2}}. \quad (6)$$

Если напряжение  $\sigma$  достигает величины  $\sigma_k$ , то трещина растет и, как следствие, уменьшается прочность нити.

Часто для решения практических задач, связанных с разрушением и ростом трещины в напряженной среде, используют понятие интенсивности напряжений, которая оценивается коэффициентом интенсивности [1].

В задаче Гриффитса коэффициент интенсивности равен

$$k = \sigma(\pi l)^{\frac{1}{2}}. \quad (7)$$

Критическое значение коэффициента  $k$  достигается при

$$k_k = \left( \frac{\gamma E}{1 - \nu^2} \right)^{\frac{1}{2}}. \quad (8)$$

В рассматриваемой нами задаче процесс петлеобразования носит циклический характер. Напряжение в нити за цикл меняется от минимального  $\sigma_{\min}$  до максимального  $\sigma_{\max}$  значений относительно среднего  $\bar{\sigma}_{cp}$  (рис.3). Каждый цикл петлеобразования приводит к тому, что размер трещины увеличивается за каждый цикл на величину  $\Delta l$  и зависит от  $l$  и  $\sigma$ .

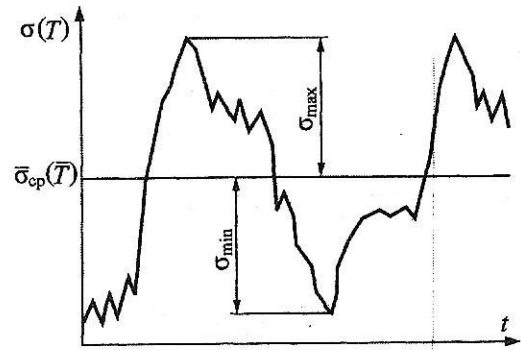


Рис. 3

Кинетическое уравнение роста трещины запишется [1]:

$$\frac{dl}{dn} = f(k_{\max}, k_{\min}). \quad (9)$$

Из выражения (3) получим

$$l = l_k - \frac{l_k P}{P_0}, \quad (10)$$

$$dl = -\frac{l_k}{P_0} dP. \quad (11)$$

Проанализировав возможные эмпирические выражения для правой части уравнения (9), выберем наиболее простую модель Периса и Эрдогана [1, 2]:

$$\frac{dl}{dn} = A(\Delta k)^m, \quad (12)$$

$$\Delta k = k_{\max} - k_{\min} \quad (13)$$

и соответственно с учетом (7):

$$\Delta k = (\pi l)^{\frac{1}{2}} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min}). \quad (14)$$

где  $A$  и  $m$  – эмпирические коэффициенты, связывающие степень роста трещины от изменения коэффициента интенсивности напряжений в пределах цикла:

Используя (10), (11) и (14), кинетическое уравнение (12) представим в виде

$$\frac{dP}{dn} = \left( -\frac{P_0}{l_k} \right) A \left[ \pi \left( l_k - \frac{l_k P}{P_0} \right) \right]^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m. \quad (15)$$

Преобразуем (15):

$$\frac{dP}{\left( 1 - \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{1}{2}m}} = \left( -\frac{P_0}{l_k} \right) A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m dn. \quad (16)$$

Интегрируя (16), получим

$$-\frac{2P_0}{2-m} \left( 1 - \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2-m}{2}} = \left( -\frac{P_0}{l_k} \right) A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n + C,$$

где  $C$  – произвольная постоянная интегрирования, которую найдем из начальных условий.

При  $n=0$   $P=P_0$  и  $C=0$ . Тогда имеем

$$-\frac{2}{2-m} \left( 1 - \frac{P}{P_0} \right)^{\frac{2-m}{2}} = \frac{1}{l_k} A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n. \quad (17)$$

Из выражения (17) при постоянных и известных  $P_0$ ,  $l_k$ ,  $\sigma_{\max}$  и  $\sigma_{\min}$  для нескольких наборов значений  $n$  и  $P$ , взятых из экспериментальных данных, составим систему уравнений с двумя неизвестными

$m$  и  $A$  [3]. Например, для 3-х парных значений  $n_1$ ;  $n_2$ ;  $n_3$  и соответствующим им  $P_1$ ;  $P_2$ ;  $P_3$ :

$$\frac{2}{2-m} \left( 1 - \frac{P_1}{P_0} \right)^{\frac{2-m}{2}} = \left( \frac{1}{l_k} \right) A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n_1, \quad (18)$$

$$\frac{2}{2-m} \left(1 - \frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}} = \left(\frac{1}{l_K}\right) A (\pi l_K)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n_2, \quad (19)$$

$$\frac{2}{2-m} \left(1 - \frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}} = \left(\frac{1}{l_K}\right) A (\pi l_K)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n_3. \quad (20)$$

Считая  $\sigma_{\max}$  и  $\sigma_{\min}$  равными в каждом наборе, разделим (19) на (18) и (20) на (18) и (19). После этого получим

$$\frac{\left(1 - \frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}}{\left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}} = \frac{n_2}{n_1}, \quad (21)$$

$$\frac{\left(1 - \frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}}{\left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}} = \frac{n_3}{n_1}, \quad (22)$$

$$\frac{\left(1 - \frac{P_3}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}}{\left(1 - \frac{P_2}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}} = \frac{n_3}{n_2}, \quad (23)$$

Или

$$\begin{cases} \frac{2-m}{2} \ln \left[ \frac{1 - \frac{P_2}{P_0}}{1 - \frac{P_1}{P_0}} \right] = \ln \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \\ \frac{2-m}{2} \ln \left[ \frac{1 - \frac{P_3}{P_0}}{1 - \frac{P_1}{P_0}} \right] = \ln \left( \frac{n_3}{n_1} \right) \\ \frac{2-m}{2} \ln \left[ \frac{1 - \frac{P_3}{P_0}}{1 - \frac{P_2}{P_0}} \right] = \ln \left( \frac{n_3}{n_2} \right) \end{cases} \quad (24)$$

Отсюда эмпирический коэффициент  $m$  (за исключением случая  $P_1 = P_0$ ):

$$m = \frac{2 \left[ \ln \left( \frac{1 - \frac{P_2}{P_0}}{1 - \frac{P_1}{P_0}} \right) - \ln \left( \frac{n_2}{n_1} \right) \right]}{\ln \left[ \frac{1 - \frac{P_2}{P_0}}{1 - \frac{P_1}{P_0}} \right]}. \quad (25)$$

Определив  $m$  из каждого уравнения (24), для модели следует взять их среднеарифметическое значение. Найдя  $m$  из (18...20), по такой же методике определяется  $A$ :

$$A = \frac{\frac{2}{2-m} \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}}{\frac{1}{l_k} (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n_1} = \frac{2l_k \left(1 - \frac{P_1}{P_0}\right)^{\frac{2-m}{2}}}{(2-m)(\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n_1}. \quad (26)$$

Найдя эмпирические значения  $A$  и  $m$  из уравнений системы (18...20), легко определить текущее значение разрывной

нагрузки нити в процессе петлеобразования.

Так, из (18) для текущего значения  $n$  и  $P$ :

$$\left(1 - \frac{P}{P_0}\right) = \frac{2-m}{2} \sqrt{\frac{2-m}{2l_k} A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n}.$$

Следовательно,

$$P = P_0 \left(1 - \frac{2-m}{2} \sqrt{\frac{2-m}{2l_k} A (\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m n}\right). \quad (27)$$

Кроме того, при  $n=N$  и  $P_1=0$  из (18) найдем

$$n = N = \frac{2l_k}{(2-m)A(\pi l_k)^{\frac{1}{2}m} (\sigma_{\max} - \sigma_{\min})^m}, \quad (28)$$

где  $N$  – ресурс циклов работы комбинированной нити.

Во всех рассматриваемых случаях  $P_0$  принимается как исходная разрывная нагрузка, а  $l_k$  – критическая длина трещины –

принимается, например, равной  $l_k = \frac{\delta}{2} = \varrho$ ,

то есть половине толщины волокна.

## ВЫВОДЫ

Разработана теоретико-экспериментальная модель изменения разрывной нагрузки комбинированной нити в процессе петлеобразования, которая позволит выбрать наиболее рациональные технологические параметры: натяжение нити, длину нити в петле и число циклов испытывае-

мых участком нити, прежде чем он перейдет в изделие, а также текущее значение разрывной нагрузки.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Болотин В.В. Ресурс машин и конструкций. – М.: Машиностроение, 1990.
2. Панасюк В.В., Андрейкив А.Е., Ковчик С.Е. Методы оценки трещиностойкости конструкционных материалов. – Киев: Наукова думка, 1977.
3. Махкамов Р.Г. Повышение технологической надежности хлопкоочистительных машин, работающих в ударном режиме. – Ташкент: Изд-во: "Фан", 1989.

Рекомендована кафедрой механической технологии волокнистых материалов. Поступила 08.04.03.