

ПРИМЕНЕНИЕ МЕТОДОВ ВЕЙВЛЕТ-АНАЛИЗА ПРИ ВЫЧИСЛЕНИИ СПЕКТРА И ГРАДИЕНТА НЕРОВНОТЫ ПРОДУКТОВ ПРЯДЕНИЯ

МА ЦЗЮНЬ, Н.А. КОРОБОВ

(Уханьский научно-технический университет, КНР,
Ивановская государственная текстильная академия)

Амплитудный спектр и график градиента неровноты являются важными показателями при оценке и исследовании неравномерности продуктов прядильного производства. Получение этих показателей основано на традиционных методах Фурье-преобразования и математической статистики. Цель данной работы – исследовать возможности методов вейвлет-анализа применительно к пространству сигналов, несущих информацию о колебаниях толщины продуктов прядения, и показать тесное соотношение между спектром и градиентом неровноты, а также создать быстрый алгоритм для вычисления названных выше показателей.

Будем считать, что сигнал, несущий информацию о колебаниях линейной плотности волокнистого продукта, не содержит периодических составляющих, длина которых меньше l . Предполагаем, что точки на кривой градиента неровноты совпадают с точками разбиения между каналами в спектре. Через $\{f_i : 1 \leq i \leq N\}$ обозначим ординаты на кривой градиента неровноты; через $\{\Delta f_i : 1 \leq i \leq N\}$ – точки разбиения между каналами спектра, где f – частота колебаний.

Из этого

$$\Delta f_i = f_{i-1} - f_i, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (1)$$

Через $m_i(x)$ обозначим сигнал, описывающий колебания толщины продуктов

прядения по длине отрезка $l_i (l_i = 1/f_i)$; $\Delta m_i(x)$ – компонент на канале Δf_i .

Очевидно, что

$$m_{i-1}(x) = m_i(x) + \Delta m_i(x), \quad (2)$$

где $1 \leq i \leq N$.

Через CB_i обозначим значения кривой графика градиента неровноты $CB(l)$ для отрезка длиной $l = l_i$; Y_i – значение для i -го канала в спектре; L – длина сигнала, из чего, как показано в [1], следует:

$$CB_i^2 = \frac{1}{\bar{m}_i^2} \left[\lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L m_i^2(x) dx - \bar{m}_i^2 \right], \quad (3)$$

$$Y_i^2 = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L \Delta m_i^2(x) dx, \quad (4)$$

$$\text{где } \bar{m}_i = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_0^L m_i(x) dx.$$

Вследствие того, что разбиения между каналами амплитудного спектра однородны в логарифмическом масштабе, имеем

$$\frac{\Delta f_i}{\Delta f_{i+1}} = \frac{f_i}{f_{i+1}} = a > 1, \quad 1 \leq i \leq N. \quad (5)$$

Спектральные каналы тем уже, чем меньше величина a . Так, для прибора Устер-2 (Швейцария) $a = 2^{1/5}$ для 55 каналов.

Через V обозначим пространство, которое состоит из всех сигналов неровноты продуктов прядения; V_i – подпространства, которые состоят из сигналов для отрезка длины $l=l_i$, ($1 \leq i \leq N$). Поэтому $m(x) \in V$, $m_i(x) \in V_i$. Очевидно, что подпространства V_i имеют следующие свойства:

- 1) $V_N \subset V_{N-1} \subset \dots \subset V_1 \subset V_0$,
- 2) $m_i(ax) \in V_{i-1}$, $m_i\left(\frac{x}{a}\right) \in V_{i+1}$,
- 3) $m_i(x-b) \in V_i$, для $\forall b \in \mathbb{R}$.

Поскольку на практике длина сигнала ограничена, то можно считать, что $V \subset L^2(\mathbb{R})$ и полагать $m(x) = m_0(x)$. Через W_i обозначим ортогональные дополнения областей V_i до V_{i-1} , то есть

$$V_{i-1} = V_i \oplus W_i, 1 \leq i \leq N. \quad (6)$$

Согласно определению $\Delta m_i(x) \in W_i$, $1 \leq i \leq N$. Очевидно, что подпространства W_i имеют следующие свойства:

- 1) $\Delta m_i(ax) \in W_{i-1}$, $\Delta m_i\left(\frac{x}{a}\right) \in W_{i+1}$,
- 2) $\Delta m_i(x-b) \in W_i$, для $\forall b \in \mathbb{R}$.

Из равенства (2) следует:

$$\|m_{i-1}(x)\|_2^2 = \|m_i(x)\|_2^2 + \|\Delta m_i(x)\|_2^2, \quad (7)$$

$$\text{где } \|m_i(x)\|_2 = \left(\int_0^L |m_i(x)|^2 dx \right)^{1/2}.$$

Предположим, что $m_i(x) > 0$, $i = 1, 2, \dots, N$, для $\forall x$. Тогда из (3) и (4):

$$CB_i^2 = \frac{L\|m_i(x)\|_2^2 - \|m_i(x)\|_1^2}{\|m_i(x)\|_1^2}, \quad (8)$$

$$Y_i^2 = \frac{1}{L} \|\Delta m_i(x)\|_2^2, \quad (9)$$

где $\|m(x)\|_1 = \int_0^L |m_i(x)| dx$. Из чего вытекает,

что, по существу, спектр амплитуд и график градиента неровноты изображают проекции сигнала толщины продуктов прядения в подпространствах V_i ($1 \leq i \leq N$) и ортогональных дополнениях W_i ($1 \leq i \leq N$).

Согласно теории вейвлет-преобразования [2, 3] из (7...9) получим соотношение между спектром и градиентом неровноты:

$$Y_i^2 = \bar{m}^2(x) (CB_{i-1}^2 - CB_i^2), \quad (10)$$

$$CB_i^2 = CB_{i-1}^2 - Y_i^2 / \bar{m}^2(x), \quad (11)$$

$$CV^2 = CB_0^2 + \sum_{i=1}^N Y_i^2 / \bar{m}^2(x). \quad (12)$$

Следовательно, вейвлет-анализ позволяет решать измерительные проблемы при определении спектра и градиента неровноты. Вычисляя один из показателей, можно затем легко получить другой.

Обозначим через $\Phi(x)$ масштабную функцию, а через $\Psi(x)$ – вейвлет-функцию. Согласно концепции вейвлет-анализа разложение функции $m(x)$ дает

$$m_i(x) = \sum_{k \in Z} C_{i,k} \Phi_{i,k}(x), \quad (13)$$

$$\Delta m_i(x) = \sum_{k \in Z} D_{i,k} \Psi_{i,k}(x), \quad (14)$$

$$C_{i,k} = (m(x), \Phi_{i,k}(x)), \quad (15)$$

$$D_{i,k} = (m(x), \Psi_{i,k}(x)), \quad (16)$$

где $i = 1, 2, \dots, N$. Если $\Phi_{i,k}(x)$ и $\Psi_{i,k}(x)$ есть ортонормированные базисы, то для $1 \leq i \leq N$

$$\|m_i(x)\|_2^2 = \sum_{k \in Z} |C_{i,k}|^2, \quad (17)$$

$$\|\Delta m_i(x)\|^2 = \sum_{k \in Z} |D_{i,k}|^2. \quad (18)$$

Для масштабного параметра $a = 2$ разработан быстрый алгоритм Малла. Но с его помощью невозможно рассчитать подробный спектр сигнала вследствие малого количества каналов разбиения. При расчете спектра необходимо, чтобы масштабный параметр a был много меньше 2.

Предложим метод, который позволяет разбить подпространства V_i на несколько групп, а затем использовать алгоритм Малла для каждой группы.

Положим $a = 2^{1/n}$, где n есть целое число. В силу того, что $a^n = 2$, можно разбить подпространства V_i на n групп. Так, например, чтобы получить спектр, который имеет 55 каналов, требуется положить $n = 5$.

С использованием алгоритма Малла для $C_{0,k}$ можно получить коэффициенты $C_{n,k}, \dots, C_{in,k}, \dots$; аналогично для $C_{1,k}$ — коэффициенты $C_{n+1,k}, \dots, C_{in+2,k}, \dots$; и так далее. Проблема состоит в получении первоначальных коэффициентов $C_{i,k}$ ($0 \leq i \leq n-1$). Их можно определить

непосредственно из исходного сигнала. В этом случае погрешности расчетов малы, что позволяет осуществить точную вейвлет-декомпозицию и реставрацию сигналов.

Отметим наличие соотношения между сигналом $m(x)$ и коэффициентами $C_{0,k}$:

$$m(x) = \sum_{k \in Z} C_{0,k} \Phi(x - kb).$$

Положим $b = 1$. В силу того, что расстояние между отдельными точками, описывающими исходный сигнал, достаточно мало, то $\Phi(x_k) \approx 1$, а $\Phi(x - k)$ приближается к $\delta(x - k)$, поэтому можно допустить, что расстояние между отдельными точками сигнала $\Delta_0 = 1$. В этом случае $C_{0,k} = m(k\Delta_0) = m(k)$, $k \in Z$. Аналогично получаем $\Delta_j = 2^{j/n}$, $C_{j,k} = m(k\Delta_j)$, $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$, $k \in Z$.

С помощью рассмотренного метода исследован сигнал изменения линейной плотности отрезка волокнистой ленты длиной 32 м, записанный с помощью емкостного измерителя КЛА-2.

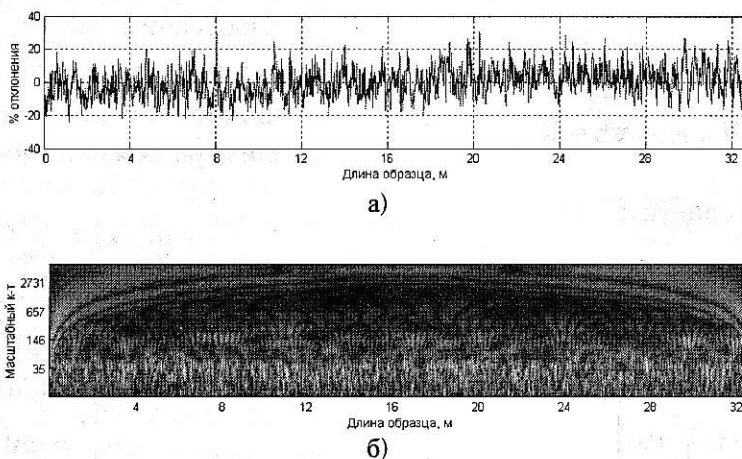


Рис. 1

На рис.1-а,б показаны диаграмма отклонений линейной плотности ленты от среднего значения (а) и соответствующий этому отрезку модуль вейвлет-преобразования (б), представляющий развертку спектрального компонента по дли-

не продукта. Такое представление дает возможность подробного изучения особенностей записанного сигнала, а следовательно, и свойств волокнистого продукта по всей его длине.

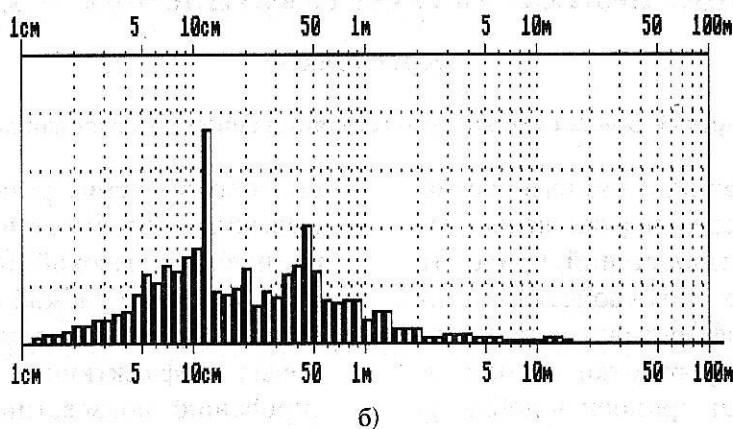
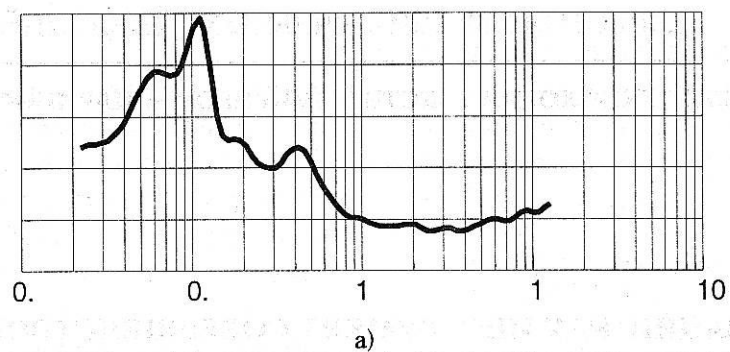


Рис. 2

Более традиционно выглядит усредненный вейвлет-спектр, показанный на рис.2-а в сопоставлении с амплитудным спектром (рис.2-б), рассчитанным с помощью устройства КЛА-2. Вейвлет-спектр получен путем усреднения модуля вейвлет-преобразования для фиксированных значений масштабных коэффициентов. Это усреднение приводит к некоторому сглаживанию получаемой характеристики, позволяющему лучше уяснить ее качественные особенности и выявить скрытые периодичности.

ВЫВОДЫ

1. Предложен метод анализа неравномерности продуктов прядения, основанный на теории вейвлет-преобразований.

2. Полученные результаты открывают новые возможности при разработке компьютерных средств оперативного контроля свойств текстильных продуктов.

ЛИТЕРАТУРА

1. Севостьянов А.Г. Методы исследования неровности продуктов прядения. – М.: Ростехиздат, 1962.
2. Дьяконов В.П. Вейвлеты. От теории к практике. – М.: Солон-Р, 2002.
3. Воробьев В.И., Грибунин В.Г. Теория и практика Вейвлет-преобразования. – СПб., ВУС, 1999.

Рекомендована кафедрой прикладной математики и информационных технологий ИГТА. Поступила 14.03.03