УДК 677.08.021.16/22

ТЕХНОЛОГИЯ ТРАНСПОРТИРОВКИ СМЕСИ ВОЛОКОН АЭРОДИНАМИЧЕСКИМ СПОСОБОМ

В.Д. ФРОЛОВ, С.Ю. КАПУСТИН, А.П. БАШКОВ

(Ивановская государственная текстильная академия)

Предлагается транспортировка смеси волокон после начального разрыхления кип через воздуховод 1 в выходную зону спиральной камеры 2, минуя рабочие лопатки 3 вентилятора (рис.1-а) с применением эжекторного способа.

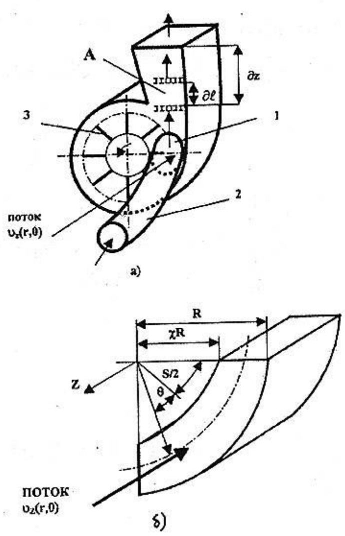

Рис. 1

Уравнение движения несжимаемого потока смеси в секторе спиральной камеры (рис.1-б) запишем в виде:

$$-\frac{\partial p}{\partial z}+\mu\left(\frac{1}{r}\frac{\partial}{\partial r}r\;\frac{\partial \upsilon_z}{\partial r}+\frac{1}{r^2}\frac{\partial^2\upsilon_z}{\partial\theta^2}\right)=0\ , \quad (1)$$

где $\partial\varrho/\partial z$ – постоянный градиент давления, направленный вдоль сектора спиральной камеры; υ_z – аксиальная составляющая скорости; ее как функцию r и θ необходимо найти путем интегрирования уравнения (1) с учетом граничных условий:

$$\upsilon_z = 0 \ \text{при}\ r = \chi R,$$
$$\upsilon_z = 0 \ \text{при}\ r = R,$$
$$\upsilon_z = 0 \ \text{при}\ \theta = \pm\frac{S}{2}. \quad (2)$$

Учтем характерное для волокно-воздушного потока число Re:

$$\mathrm{Re}=\frac{2R\varrho\upsilon_{cp}}{\mu}, \quad (3)$$

где ϱ – плотность волокно-воздушной смеси; υ_{cp}– средняя скорость волокновоздушной смеси.

Определим коэффициент сопротивления

$$f=-\frac{\partial p}{\partial z}\frac{2R}{\varrho V_{cp}^2}. \quad (4)$$

Тогда уравнение (1) будет иметь вид

$$\frac{\mathrm{Re}\,f}{4}+\frac{1}{\eta}\frac{\partial}{\partial\eta}\eta\frac{\partial\upsilon}{\partial\eta}+\frac{1}{\eta^2}\frac{\partial^2\upsilon}{\partial\theta^2}=0, \quad (5)$$

где $\eta=r/R$ и $\upsilon=\upsilon_z/\upsilon_{cp}$.

Решение уравнения (5) в частных производных представляет трудности, поэтому ограничимся приближенным решением, используя метод частичного интегрирования:

$$I=\int\limits_{\chi}^{1}\int\limits_{-s/2}^{s/2}\left[\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\eta}\right)^2+\left(\frac{\partial\upsilon}{\partial\theta}\right)^2-\frac{\mathrm{Re}\,f}{2}\upsilon\right]\eta\, d\eta\, d\theta. \quad (6)$$

Для реализации экстремума интеграла (6) необходимо условие, чтобы (5) соответствовало требованию в каждой точке пространства ($\chi \le \eta \le 1$, $-s/2 \le \theta \le s/2$).

Наиболее приемлемое решение в этом случае имеет место при применении пробных функций; при этом распределение скоростей описывается функцией

$$\upsilon = \cos\frac{\pi\theta}{s} g(\eta), \qquad (7)$$

где $g(\eta)$ – произвольная функция.

Подставляя пробную функцию $g(\eta)$ в (6), после интегрирования по θ получаем

$$I = \int_{\chi}^{1} \left[\frac{s}{2}\left(\frac{\partial g}{\partial \eta}\right)^2 + \frac{\pi^2}{2s}\frac{g^2}{\eta^2} - \frac{s\,\mathrm{Re}\,f}{\pi} g \right] \eta d\eta. \qquad (8)$$

Для нахождения экстремума воспользуемся уравнением Эйлера-Лагранжа, тогда для функции $g(\eta)$ будем иметь следующее дифференциальное уравнение:

$$-\frac{s}{\eta}\frac{d}{d\eta}\eta\frac{dg}{d\eta} + \frac{\pi^2}{s}\frac{g}{\eta^2} - \frac{s\,\mathrm{Re}\,f}{\pi} = 0,$$

преобразовав которое, получим

$$g(\eta) = b\left(\frac{\chi^2 - a^\alpha}{\chi^\alpha - \chi^{-\alpha}} \eta^{-\varepsilon} - \frac{\chi^2 - \chi^{-\alpha}}{\chi^\alpha - \chi^{-\alpha}} \eta^\alpha + \eta^2 \right), \qquad (9)$$

где $\alpha = \pi/s$, $b = \mathrm{Re}\,f/\pi(\alpha^2 - 4)$, а $g(\eta)$ определена при условии $g(\eta) = 0$ при $\eta = \chi, 1$.

С целью оценки точности результата, полученного по формулам (7) и (9), необходимо провести расчет в форме итерационного конечно-разностного решения уравнения (5). Отметим, что технология эжекторного ввода смеси определяется произведением коэффициента сопротивления на число Re (f Re).

При выводе определяющей формулы для произведения f Re найдем первоначально среднюю скорость:

$$\upsilon_{cp} = \frac{\int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \int_{\chi R}^{R} \upsilon_z r dr d\theta}{\int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \int_{\chi R}^{R} r dr d\theta}. \qquad (10)$$

После замены переменных $\upsilon = \upsilon_z/\upsilon_{cp}$ и $\eta = r/R$ соотношение (10) перейдет в равенство

$$\int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \int_{\chi}^{1} \eta d\eta d\theta = \int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \int_{\chi}^{1} \upsilon \eta d\eta d\theta, \qquad (11)$$

откуда $$\frac{s}{2}\left(1 - \chi^2\right) = \int_{-\frac{s}{2}}^{\frac{s}{2}} \int_{\chi}^{1} \upsilon \eta d\eta d\theta. \qquad (12)$$

Тогда определяющую формулу для произведения f Re получим после подстановки формулы (7) в соотношение (12):

$$f\mathrm{Re} = \frac{\pi^2\left(\alpha^2 - 4\right)}{4}\frac{1-\chi^2}{} \cdot \frac{1-\chi^2}{\frac{\chi^2 - \chi^\alpha}{\chi^\alpha - \chi^{-\alpha}}\frac{1-\chi^{2-\alpha}}{2-\alpha} - \frac{\chi^2 - \chi^{-\alpha}}{\chi^\alpha - \chi^{-\alpha}}\frac{2-\chi^{2+\beta}}{2+\alpha} + \frac{1-\chi^4}{4}}. \qquad (13)$$

Численное решение технологической задачи при транспортировке волокно-воздушной смеси в секторе спиральной камеры эжекторным способом показывает, что угол раствора сектора равен 35° (рис.2-а,б), а величина $(f\,Re)_{числ} = 1320$. Согласно формуле (13) $(f\,Re)_{приб} = 1390$.

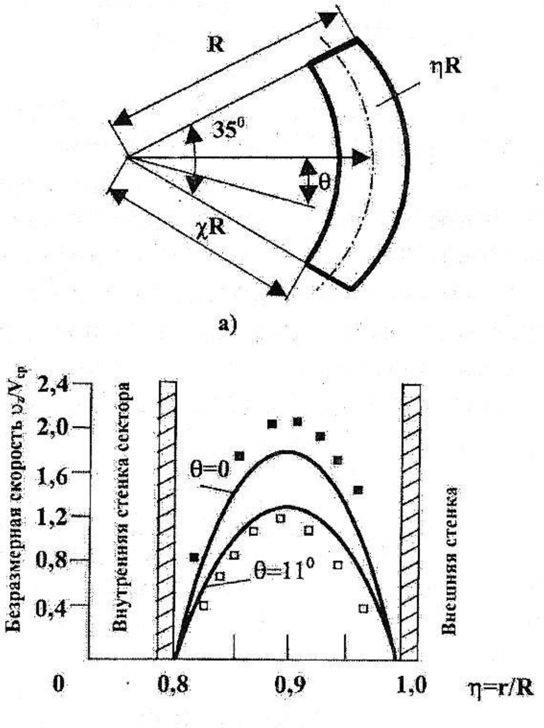

Рис. 2

Кривые (рис.2-б) соответствуют численному расчету; точки определены по аппроксимирующей функции. При расчете значений скоростей волокно-воздушного потока в секторе спиральной камеры от $\theta = 0°$ до $\theta = 11°$ результаты изменяются от 5 до 15%.

Движение воздушно-волокнистой смеси в зоне А (рис. 1-а) происходит за счет механического и аэродинамического воздействий. Таким образом, скорость смеси в двухфазных средах зависит от соотношения упругих и инерционных свойств.

Вследствие этого данную двухфазную среду будем рассматривать как упругую и применим к ней закон Гука [1]. Будем считать, что импульс в среде создается за счет рабочей лопатки.

Закон Гука запишем (рис.1-а) в виде

$$\frac{P}{F} = E\frac{d\lambda}{dz}, \qquad (14)$$

где E – модуль Юнга двухфазной среды; $\frac{d\lambda}{dz}$ – отношение перемещения лопатки $d\lambda$ к перемещению в возмущенной среде.

Используя уравнение количества движения, найдем элементарный импульс действующих на систему внешних сил:

$$P d\tau = \varrho_п F dz \varphi_п \frac{d\lambda_A}{d\tau} + \varrho_B F dz \varphi_B \frac{d\lambda_B}{d\tau}, \qquad (15)$$

где $\frac{d\lambda_A}{d\tau}$ и $\frac{d\lambda_B}{dt}$ – средние скорости воздушного потока и комплексов из волокон (υ_{AC} и υ_{BC}); φ_A, φ_B – относительные объемы воздушного потока и волокна;

$$\varphi_л = \frac{\upsilon_{л.с}}{\upsilon} = (1-y)\frac{\varrho}{\varrho_л}; \quad \varphi_в = \frac{\upsilon_{в.с}}{\upsilon} = y\frac{\varrho}{\varrho_в},$$

где ϱ, $\varrho_л$, $\varrho_в$ – плотности среды и отдельных фаз; $y = (1-x)$ – степень влажности смеси; x – степень сухости.

После подстановки значения силы P из (14) в (15), получим

$$\frac{E}{\alpha^2} = x\varrho\frac{d\lambda_л}{d\lambda} + (1-x)\varrho\frac{d\lambda_в}{d\lambda}. \qquad (16)$$

При $d\lambda \approx d\lambda_л$ и $\frac{d\lambda_в}{d\lambda_л} = \frac{\upsilon_{в.с}}{\upsilon_{л.с}}$ получим значение продольных упругих колебаний в двухфазной среде:

$$a_{дф} = \sqrt{\frac{E}{x\varrho\left(1+\frac{1-x}{x}\frac{\upsilon_{в.с}}{\upsilon_{л.с}}\right)}}\ . \qquad (17)$$

При изменении давления на величину $\partial\varrho$ объем меняется на величину ∂V.

В этом случае согласно закону Гука

$$dp = -E\frac{dV}{V}. \qquad (18)$$

Величину модуля Юнга для двухфазной среды найдем через давление и плотность.

Относительную объемную деформацию выразим через плотность с помощью уравнения неразрывности:

$$\frac{d(\varrho V)}{dr} = 0\ ;\ \frac{d\varrho}{\varrho} = \frac{dV}{V}.$$

Следовательно, модуль Юнга

$$E = \frac{\varrho dp}{d\varrho}.$$

Тогда значение $a_{дф}$ примет вид

$$a_{дф} = \sqrt{\frac{dp}{d\varrho x\left(1+\frac{1-x}{x}\frac{\upsilon_{B.C}}{\upsilon_{л.с}}\right)}}\ . \qquad (19)$$

Отношение скорости комплексов из волокон к скорости воздушного потока подсчитываем по закону Стокса:

$$\frac{4}{3}\pi r^2\varrho_в\frac{d\upsilon_{BC}}{dr} = -6\pi r\mu_A(\upsilon_{л.с} - \upsilon_{BC}). \qquad (20)$$

Принимаем изменения скорости воздушного потока во фронте волны:

$$\upsilon_{лс} = (c_{лс})_o\frac{\tau}{T}. \qquad (21)$$

Преобразовав (20), получим

$$\frac{d\upsilon_{BC}}{dr} + \frac{\upsilon_{BC}}{\tau} = \frac{(\upsilon_{лс})_o}{\tau_0}\frac{r}{T}, \qquad (22)$$

где τ – время $(0\le\tau\le T)$; $\tau_0 = \frac{2\varrho_0 r^2}{9\mu_л}$ – постоянная времени; T – время возрастания и падения давления во фронте волны; r – радиус комплексов волокон; μ_1 – динамическая вязкость воздуха; ϱ_B – плотность комплексов волокон.

Проинтегрировав (22), получим формулу

$$\frac{\upsilon_{BC}}{(\upsilon_{лс})_0} = \frac{\tau_0}{T}\left[e^{-\frac{T}{\tau_0}} + \frac{T}{\tau_0} - 1\right]. \qquad (23)$$

ВЫВОДЫ

Теоретически доказана возможность технологически устойчивой транспортировки смеси без дополнительных волокнообразований.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Дейч М.Е., Филиппов Г.А., Стекольщиков Е.В.* // Теплоэнергетика. – 1964, №8.

Рекомендована кафедрой механической технологии текстильных материалов. Поступила 10.12.02.