УДК 677.021

ВЗАИМОДЕЙСТВИЕ ВОЛОКНИСТОЙ ЧАСТИЦЫ С РАБОЧИМ ОРГАНОМ С УЧЕТОМ НЕЛИНЕЙНОСТИ ВОССТАНАВЛИВАЮЩЕЙ СИЛЫ

Р.В. КОРАБЕЛЬНИКОВ, Д.А. ЛЕБЕДЕВ, А.Р. КОРАБЕЛЬНИКОВ

(Костромской государственный технологический университет)

Изучение ударных явлений при взаимодействии волокнистой частицы с рабочим органом представляет интерес как с позиции механики выделения сорных частиц, так и с позиций технологических – получение более качественного сырья при меньших потерях прядомых свойств волокон.

В [1] и [2] рассмотрено ударное взаимодействие летучек хлопка-сырца с колосником в процессе очистки и осуществлена попытка учесть нелинейность упругих сил в процессе этого взаимодействия. С целью более углубленного изучения процесса взаимодействия волокнистой частицы с рабочим органом нами рассмотрен процесс ударного взаимодействия [3].

При этом пучок рассматривался как упругий элемент, обладающий массой с линейной характеристикой восстанавливающей силы. Однако для более точного описания реального процесса при составлении уравнения движения системы следует учитывать нелинейность восстанавливающей силы.

Для нелинейно-упругого текстильного материала (волокна) зависимость восстанавливающая сила – деформация аналитически согласно [4] можно выразить в виде

$$P=k\varepsilon^{a}, \tag{1}$$

где k – коэффициент жесткости материала; ε – относительная деформация; a – коэффициент, характеризующий нелинейность зависимости нагрузка – деформация.

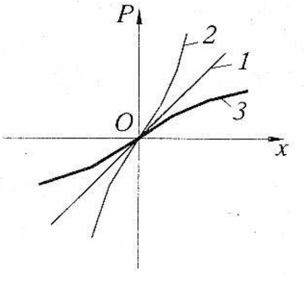

Рис. 1

На рис.1 (1 – при a=1; 2 – a>1; 3 – a<1) представлены кривые зависимости нагрузки от деформации x при постоянной величине начальной жесткости k и различных коэффициентах нелинейности a.

Дифференциальное уравнение движения консервативной системы с одной степенью свободы при нелинейной характеристике восстанавливающей силы запишем следующим образом:

$$m\frac{d^2x}{dt^2}+f(x)=0, \tag{2}$$

где f(x) – восстанавливающая сила; согласно (1):

$$f(x) = k\varepsilon^a = k\left(\frac{x}{L_0}\right)^a. \qquad (3)$$

В (3) x – величина деформации; L_0 – начальная толщина волокнистой частицы (рис. 2, где 1 – частица волокна; 2 – рабочий орган).

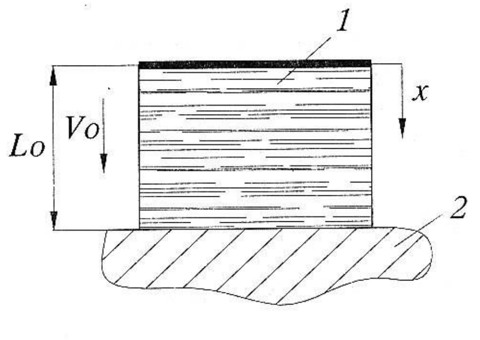

Рис. 2

Решение и анализ дифференциального уравнения (2) с нелинейной характеристикой упругой силы проведем согласно методике [5].

От (2) перейдем к системе выражений вида

$$\frac{dx}{dt} = y; \quad \frac{dy}{dt} = -\frac{f(x)}{m}. \qquad (4)$$

Исключив в системе (4) время t, получим дифференциальное уравнение траекторий системы на фазовой плоскости

$$\frac{dy}{dx} = -\frac{f(x)}{my}, \qquad (5)$$

которое можно переписать как

$$mydy = -(x)dx. \qquad (6)$$

Полагая, что при $t=t_0$ $x=x_0$, а $y=y_0$, после интегрирования в пределах от t_0 до t получим равенство

$$\frac{1}{2}my^2 - \frac{1}{2}my_0^2 = -\int\limits_{x_0}^{x} f(x)dx, \qquad (7)$$

которое перепишем в следующем виде:

$$\frac{1}{2}my^2 + \int\limits_0^x f(x)dx = \frac{1}{2}my_0^2 + \int\limits_0^{x_0} f(x)dx. \quad (8)$$

Выражение (8) есть уравнение баланса энергий:

$$T+\Pi=T_0+\Pi_0=E, \qquad (9)$$

где T, П – соответственно кинетическая и потенциальная энергии системы в любой момент времени t; T_0, Π_0 – соответственно кинетическая и потенциальная энергии системы в начальный момент времени t_0; E – полная энергия системы.

Используя равенства (8) и (9) запишем выражения

$$E = \frac{1}{2}my_0^2 + \Pi(x_0), \qquad (10)$$

$$E = \frac{1}{2}my^2 + \Pi(x). \qquad (11)$$

Поскольку при $t_0=0$ $\Pi(x_0)=0$, выражение (10) примет вид

$$E = \frac{1}{2}my_0^2 = \frac{1}{2}mV_0^2. \qquad (12)$$

В крайнем положении, когда система испытывает максимальную деформацию $x_к$, $y = \frac{dx}{dt} = 0$ и $T = \frac{1}{2}my^2 = 0$. Поэтому (11) запишется в виде

$$E = \Pi(x_к) = \int\limits_0^{x_к} k\left(\frac{x}{L_0}\right)^a dx = \frac{kx_к^{(a+1)}}{L_0^a(a+1)}. \qquad (13)$$

Приравнивая правые части уравнений (12) и (13), найдем величину максимальной деформации:

$$x = \left(\frac{mV_0^2L_0^a(a+1)}{2k}\right)^{\frac{1}{(a+1)}}. \qquad (14)$$

В колебательных системах для изучения движения удобно пользоваться фазовой плоскостью, то есть координатной системой перемещение – скорость (x, y).

Уравнение (11) есть уравнение фазовых траекторий системы (4), поскольку получено в результате интегрирования уравнения (5).

Перепишем (11) в виде

$$y = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left[E - \Pi(x)\right]}. \qquad (15)$$

Используя (15), построим траекторию системы на фазовой плоскости (рис.3-а) при заданных начальных условиях [3]: жесткости волокнистой частицы k=1015 Н/м; начальной толщине пучка L_0=0,003 м; массе пучка m=0,00004 кг; начальной скорости V_0=20 м/с и коэффициенте нелинейности a=0,5 и 1,5. Данная траектория представляет собой кривую перемещения точки с координатами x и y, характеризующими состояние системы в любой момент времени (1 – z = E; 2, 3 – z = П(x) при a = 0,5 и 1,5 соответственно).

Для энергетической характеристики системы введем в рассмотрение плоскость (x,z) – "плоскость баланса энергии" (рис.3-б), ось z которой лежит на той же вертикальной прямой, что и ось y фазовой плоскости.

Изучая представленные графики, необходимо отметить, что начало координат соответствует состоянию равновесия системы, а точки M_1 и M_2 определяют состояние максимального сжатия системы для случая a=0,5 и 1,5 соответственно.

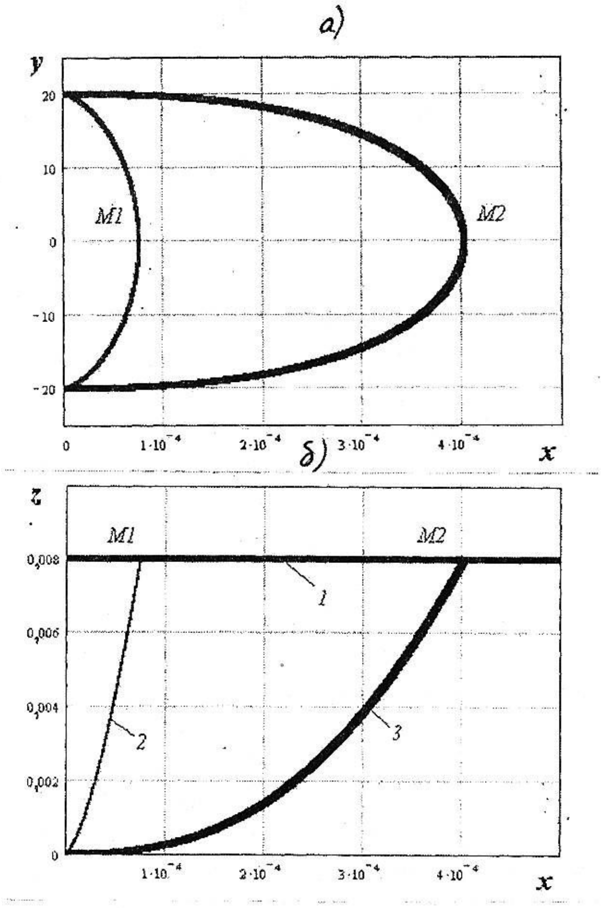

Рис. 3

Описание движения колебательной системы не будет полным, если не определена его периодичность.

Для решения данной задачи согласно (13) запишем выражение (15) в виде

$$y = \frac{dx}{dt} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\left(\Pi(x_к) - \Pi(x)\right)} = \pm\sqrt{\frac{2}{m}\int_x^{x_к} k\left(\frac{x}{L_0}\right)^a dx}\,, \qquad (16)$$

откуда с помощью интегрирования можно найти продолжительность любой части цикла. Так, если вести интегрирование от x=0 до $x=x_к$, то можно найти время четверти периода колебаний:

$$t = \int_0^{x_к} \frac{dx}{\sqrt{\frac{2}{m}\int_x^{x_к} k\left(\frac{x}{L_0}\right)^a dx}}. \qquad (17)$$

Соответственно период колебаний:

$$T = 2\sqrt{2}\int_0^{x_к}\frac{dx}{\sqrt{\frac{k}{m}\int_x^{x_к}\left(\frac{x}{L_0}\right)^a dx}}. \qquad (18)$$

Для представленных выше исходных данных длительность цикла составит: T=0,00023 и 0,00001498 с.

Полученные расчетные значения достаточно близки к экспериментальным результатам, полученным нами в [6].

ВЫВОДЫ

1. При рассмотрении процесса ударного взаимодействия волокнистого материала с рабочим органом следует учитывать нелинейность восстанавливающей силы.

2. Полученная методика позволяет аналитически определить основные параметры ударной системы (изменение скорости взаимодействия, максимальную деформацию и период колебаний системы) с учетом нелинейности и может быть использована в практических целях при разработке технологических процессов, например, при очистке волокнистого материала.

ЛИТЕРАТУРА

1. *Бурнашев Р.З. и др.* Информационное сообщение № 315. – Ташкент: ФАН, 1983.
2. *Махкамов Р.Г.* Повышение технологической надежности хлопкоочистительных машин, работающих в ударном режиме. – Ташкент: ФАН, 1989.
3. *Корабельников А.Р. и др.* // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2002, №6. С.17...20.
4. *Мигушов И.И.* Механика текстильной нити и ткани. – М.: Легкая индустрия, 1980.
5. *Амелькин В.А.* Дифференциальные уравнения в приложениях. – М.: Наука, 1987.
6. *Лебедев Д.А.* // Вестник КГТУ. – Кострома, 2002, №5.

Рекомендована кафедрой теории механизмов и машин и проектирования текстильных машин. Поступила 11.01.03.