

УДК 539.3

**ИССЛЕДОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО
СОСТОЯНИЯ ЛЕНТЫ,
НАМОТАННОЙ НА ЦИЛИНДРИЧЕСКУЮ ПОВЕРХНОСТЬ**

**ANALYSIS OF THE STRAIN-STRESS STATE
OF THE TAPE WOUND ON A CYLINDRIC SURFACE**

В.А. ЛУТОВ, Е.В. ПОЛЯКОВА, В.Е. РОМАНОВ, А.М. ЧЕЛЫШЕВ, Е.М. КРАЙНОВ
V.A. LUTOV, E.V. POLYAKOVA, V.E. ROMANOV, A.M. CHELYSHEV, E.M. KRAINOV

(Санкт-Петербургский государственный университет промышленных технологий и дизайна,
Ивановский государственный политехнический университет)
(St. Petersburg State University of Industrial Technologies and Design,
Ivanovo State Polytechnical University)
E-mail: romanov@sutd.ru; ttp@ivgpu.com

В работе получены системы дифференциальных уравнений в частных производных, позволяющие определять напряженно-деформированное состояние ленты, намотанной на гладкую цилиндрическую поверхность и, в частности, на прямой круговой цилиндр, а также давление ленты на армируемую поверхность.

In this paper we obtain the systems of partial equations that define the strain-stress state of the tape wound on the smooth cylindric surface and, particularly, on the circular cylinder, as well as the tape pressure on the reinforced surface.

Ключевые слова: мягкие оболочки, уравнения равновесия, напряжение, деформация, дифференциальные уравнения в частных производных.

Keywords: soft shells, equilibrium equations, stress, deformation, partial differential equations.

Технологические процессы армирования труб и иных оболочек различных пространственных форм посредством наматывания нитей и лент, изготавливаемых из тканых и нетканых материалов, в последние десятилетия получили широкое распространение в различных отраслях промышленности. Сравнительно небольшие затраты на производственное оборудование и

расходные материалы в сочетании со значительными успехами химии полимеров позволяют добиваться высокого качества армирования по различным эксплуатационным показателям выпускаемых изделий.

Процессы прерывного и непрерывного наматывания нитей и лент реализуются при производстве композитных конструкций разнообразного назначения, в частности,

труб и емкостей для хранения и транспортировки жидких и сыпучих продуктов (рис. 1 – трубы, произведенные с использованием процесса намотки (источник: <http://frppiping.com/>); рис. 2 –



Рис. 1

Проблема мирового масштаба, связанная со старением подземных коммуникаций, диктует необходимость использования новых материалов и технологий намотки при проведении ремонтных работ и создании стойкого к коррозии и иным внешним воздействиям обновленного трубопроводного фонда.



Рис. 3

Самые крупные стеклопластиковые резервуары в мире емкостью 5000 м³, созданные по проекту организации FEMech Engineering (США), также производятся с использованием установок вертикальной намотки (рис. 3 – устройство для вертикальной намотки при производстве оболочек большого диаметра (источник: журнал "Reinforced plastics"))).

емкости для хранения продуктов, произведенные с использованием процесса намотки (источник: <http://www.sz-wholesaler.com/products/>)).



Рис. 2

Многочисленные примеры реализации процессов намотки нитей и лент при создании изделий, эксплуатируемых в условиях различных по величине силовых воздействий, можно найти в [1]. Постоянное расширение ассортимента и объемов выпуска многих видов армированных оболочек обуславливает практическую ценность научных исследований, направленных на развитие методов прогнозирования их свойств и оптимизации их композиционных структур [2...6].

Предлагаемая работа является продолжением исследований группы авторов, посвященных анализу напряженно-деформированного состояния мягких оболочек и характера их взаимодействия с охватываемыми твердыми телами [7...9]. В работе получены системы дифференциальных уравнений в частных производных, позволяющие определять напряженно-деформированное состояние ленты, намотанной на гладкую цилиндрическую поверхность и, в частности, на прямой круговой цилиндр, а также давление ленты на армируемую поверхность. Предполагается, что лента имеет сетчатую структуру с достаточно высокой частотой переплетения, а нити основы, идущие вдоль ленты, как и поперечные уточные нити, являются линейно упругими. В продолжении работы обсуждается частный случай наличия винтовой симметрии ленты,

охватывающей прямой круговой цилиндр, и приводятся результаты численного анализа. Изложение содержит подробное описание принятых допущений и аналитических выкладок, позволяющих читателю, не в полной мере знакомому с методологией исследования напряженно-деформированного состояния мягких оболочек, проследить ход рассуждений от исходных предположений до конечных результатов.

1. Уравнения равновесия ленты

Будем рассматривать ленту, армирующую трубу, как континуальную ортотропную поверхность, полученную путем "размазывания" уточных нитей и нитей основы.

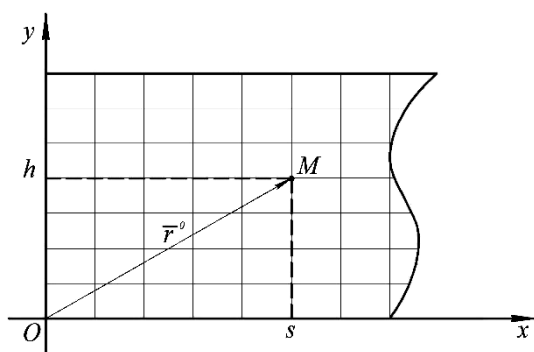


Рис. 4

Индивидуализируем частицы ленты с помощью лагранжевых координат h и s , вводимых на недеформированной ленте, причем координату h произвольной частицы M будем рассматривать как расстояние, отсчитываемое вдоль уточной нити от нижней кромки ленты (рис. 4 – индивидуализация частиц недеформированной ленты)

$$\begin{aligned} \bar{r} &= \bar{r}(s, h) = \rho(s, h) \cos \varphi(s, h) \bar{i} + \rho(s, h) \sin \varphi(s, h) \bar{j} + z(s, h) \bar{k} = \\ &= R(\varphi(s, h), z(s, h)) \cos \varphi(s, h) \bar{i} + R(\varphi(s, h), z(s, h)) \sin \varphi(s, h) \bar{j} + z(s, h) \bar{k}, \end{aligned} \quad (4)$$

где \bar{i} , \bar{j} и \bar{k} – орты системы $Oxyz$; $\rho = R(\varphi, z)$ – функция, определяющая рельеф поверхности трубы, которая может считаться заданной. В случае, когда труба является круговым цилиндром, R рассмат-

ривается как постоянная задаваемая величина.

ривается как постоянная задаваемая величина. Очевидно, что радиус-вектор \bar{r}^0 частицы M недеформированной ленты описывается выражением:

$$\bar{r}^0 = s \bar{i} + h \bar{j}, \quad (1)$$

где \bar{i} , \bar{j} – орты прямоугольной декартовой системы координат.

Используя обозначения

$$\begin{aligned} \bar{r}_1^0(s, h) &= \frac{\partial \bar{r}^0(s, h)}{\partial s}, \\ \bar{r}_2^0(s, h) &= \frac{\partial \bar{r}^0(s, h)}{\partial h}, \end{aligned} \quad (2)$$

на основе (1) находим метрические коэффициенты недеформированной оболочки [7]:

$$\begin{aligned} g_{11}^0 &= |\bar{r}_1^0|^2 = 1, \quad g_{22}^0 = |\bar{r}_2^0|^2 = 1, \\ g_{12}^0 &= g_{21}^0 = \bar{r}_1^0 \bar{r}_2^0 = 0. \end{aligned} \quad (3)$$

Пользуясь цилиндрической $\rho\varphi z$ и декартовой $Oxyz$ системами координат, представим радиус-вектор \bar{r} частицы M деформированной ленты (рис. 5 – лента, спирально навитая на цилиндрическую поверхность) в виде:

Искомые функции $\varphi(s, h)$ и $z(s, h)$ определяют распределение материала ленты по поверхности трубы.

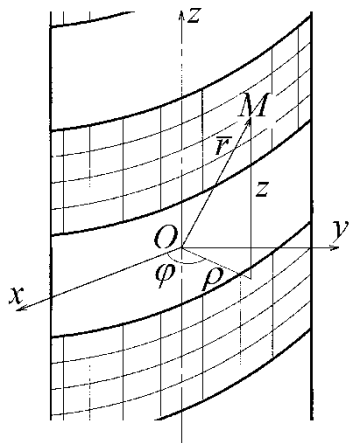


Рис. 5

Вводя обозначения

$$\begin{aligned} \bar{r}_1(s, h) &= \frac{\partial \bar{r}(s, h)}{\partial s}, \\ \bar{r}_2(s, h) &= \frac{\partial \bar{r}(s, h)}{\partial h}, \end{aligned} \quad (5)$$

найдем метрические коэффициенты деформированной оболочки [7]:

$$g_{11} = |\bar{r}_1|^2, \quad g_{22} = |\bar{r}_2|^2, \quad g_{12} = g_{21} = \bar{r}_1 \bar{r}_2. \quad (6)$$

Величины напряжений $\sigma_{11}, \sigma_{12}, \sigma_{21}, \sigma_{22}$ определяются равенствами [7]:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= \frac{1}{\lambda_2 \sqrt{g_{11}^0 g_{22}^0}} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda_1} + \frac{\text{ctg} \chi}{\lambda_1} \frac{\partial u}{\partial \chi} \right), \\ \sigma_{22} &= \frac{1}{\lambda_1 \sqrt{g_{11}^0 g_{22}^0}} \left(\frac{\partial u}{\partial \lambda_2} + \frac{\text{ctg} \chi}{\lambda_2} \frac{\partial u}{\partial \chi} \right), \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} &= - \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2 \sin \chi \sqrt{g_{11}^0 g_{22}^0}} \frac{\partial u}{\partial \chi}, \end{aligned} \quad (7)$$

где $\lambda_1 = \sqrt{g_{11} / g_{11}^0} = |\bar{r}_1|$ и $\lambda_2 = \sqrt{g_{22} / g_{22}^0} = |\bar{r}_2|$ – кратности удлинений элементов нитей основы и уточных нитей соответственно; χ – величина угла между координатными линиями; u – плотность потенциальной энергии деформации оболочки.

Принятые допущения о текстильной структуре ленты и линейной упругости составляющих ее нитей позволяют записать

выражение плотности потенциальной энергии деформации в виде:

$$u = \frac{k_1}{2} (\lambda_1 - 1)^2 + \frac{k_2}{2} (\lambda_2 - 1)^2, \quad (8)$$

где k_1 и k_2 – коэффициенты упругости ленты в направлениях нитей основы и утка соответственно.

Используя (7), (8), легко получить следующие выражения компонент напряжений:

$$\begin{aligned} \sigma_{11} &= k_1 \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_2}, \\ \sigma_{22} &= k_2 \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1}, \\ \sigma_{12} = \sigma_{21} &= 0. \end{aligned} \quad (9)$$

Пренебрегая инертностью оболочки, запишем уравнение, выражающее условие равенства нулю главного вектора сил, действующих на элемент мягкой оболочки, в виде:

$$\frac{\partial}{\partial s} (\bar{\sigma}_1 |\bar{r}_2|) + \frac{\partial}{\partial h} (\bar{\sigma}_2 |\bar{r}_1|) + \bar{q} \sqrt{g_{11} g_{22} - g_{12}^2} = \bar{0}, \quad (10)$$

где $\bar{\sigma}_1$ и $\bar{\sigma}_2$ – актуальные напряжения на координатных линиях $h = \text{const}$ и $s = \text{const}$.

Воспользуемся равенствами [7]:

$$\begin{aligned} \bar{\sigma}_1 &= \sigma_{11} \bar{e}_1 + \sigma_{12} \bar{e}_2, \\ \bar{\sigma}_2 &= \sigma_{21} \bar{e}_1 + \sigma_{22} \bar{e}_2, \end{aligned} \quad (11)$$

где \bar{e}_1 и \bar{e}_2 – единичные векторы, касательные к координатным линиям $h = \text{const}$ и $s = \text{const}$ соответственно, определяемые равенствами:

$$\begin{aligned} \bar{e}_1 &= \frac{\bar{r}_1}{|\bar{r}_1|} = \frac{\bar{r}_1}{\lambda_1}, \\ \bar{e}_2 &= \frac{\bar{r}_2}{|\bar{r}_2|} = \frac{\bar{r}_2}{\lambda_2}. \end{aligned} \quad (12)$$

Запишем интенсивность \bar{q} внешних сил, действующих на поверхность ленты, в виде:

$$\bar{q} = q_1 \bar{e}_1 + q_2 \bar{e}_2 + q_n \bar{n}, \quad (13)$$

где \bar{n} – единичный вектор внешней нормали к поверхности трубы, представляемый равенством:

$$\bar{n} = \frac{\bar{e}_1 \times \bar{e}_2}{|\bar{e}_1 \times \bar{e}_2|}. \quad (14)$$

Учитывая (9), (11), (12), перепишем (10) в виде:

$$k_1 \frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} (\lambda_1 - 1) + k_1 \bar{e}_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial s} + k_2 \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} (\lambda_2 - 1) + k_2 \bar{e}_2 \frac{\partial \lambda_2}{\partial h} + \bar{q} \sqrt{(\bar{r}_1)^2 (\bar{r}_2)^2 - (\bar{r}_1 \bar{r}_2)^2} = \bar{0}. \quad (15)$$

Последовательно умножая векторное уравнение (15) скалярно на единичные век-

торы \bar{e}_1 , \bar{e}_2 и \bar{n} , получим эквивалентную (15) систему трех скалярных уравнений:

$$k_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial s} + k_2 (\lambda_2 - 1) \bar{e}_1 \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} + k_2 \frac{\partial \lambda_2}{\partial h} \bar{e}_1 \bar{e}_2 + (q_1 + q_2 \bar{e}_1 \bar{e}_2) \sqrt{(\bar{r}_1)^2 (\bar{r}_2)^2 - (\bar{r}_1 \bar{r}_2)^2} = 0, \quad (16)$$

$$k_1 (\lambda_1 - 1) \bar{e}_2 \frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} + k_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial s} \bar{e}_2 \bar{e}_1 + k_2 \frac{\partial \lambda_2}{\partial h} + (q_1 \bar{e}_2 \bar{e}_1 + q_2) \sqrt{(\bar{r}_1)^2 (\bar{r}_2)^2 - (\bar{r}_1 \bar{r}_2)^2} = 0, \quad (17)$$

$$k_1 (\lambda_1 - 1) \bar{n} \frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} + k_2 (\lambda_2 - 1) \bar{n} \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} + q_n \sqrt{(\bar{r}_1)^2 (\bar{r}_2)^2 - (\bar{r}_1 \bar{r}_2)^2} = 0. \quad (18)$$

Уравнения (16) и (17) с использованием (4), (5) и выражений для кратностей удлинений элементов нитей основы и уточных нитей служат для определения функций $\varphi(s, h)$ и $z(s, h)$, а уравнение (18) – для определения давления ленты на трубу.

2. *Напряженно-деформированное состояние ленты, намотанной на трубу постоянного радиуса*

Если труба является круговым цилиндром радиуса R , то $\rho(s, h) \equiv R$, и выражения (4), (5) принимают вид:

$$\bar{r} = \bar{r}(s, h) = R \cos \varphi(s, h) \bar{i} + R \sin \varphi(s, h) \bar{j} + z(s, h) \bar{k}, \quad (19)$$

$$\bar{r}_1(s, h) = \frac{\partial \bar{r}(s, h)}{\partial s} = -R \sin \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial s} \bar{i} + R \cos \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial s} \bar{j} + \frac{\partial z}{\partial s} \bar{k}, \quad (20)$$

$$\bar{r}_2(s, h) = \frac{\partial \bar{r}(s, h)}{\partial h} = -R \sin \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial h} \bar{i} + R \cos \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial h} \bar{j} + \frac{\partial z}{\partial h} \bar{k}.$$

Запишем уравнения (16)...(18) в терминах искоемых функций $\varphi(s, h)$ и $z(s, h)$.

Предварительно заметим, что имеют место равенства:

$$\lambda_1 = |\bar{r}_1| = \sqrt{R^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial s} \right)^2}, \quad \lambda_2 = |\bar{r}_2| = \sqrt{R^2 \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \right)^2 + \left(\frac{\partial z}{\partial h} \right)^2}, \quad (21)$$

$$\sqrt{(\bar{r}_1)^2 (\bar{r}_2)^2 - (\bar{r}_1 \bar{r}_2)^2} = R \left| \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right|, \quad (22)$$

$$\bar{e}_1(s, h) = \frac{1}{\lambda_1(s, h)} \left(-R \sin \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial s} \bar{i} + R \cos \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial s} \bar{j} + \frac{\partial z}{\partial s} \bar{k} \right), \quad (23)$$

$$\bar{e}_2(s, h) = \frac{1}{\lambda_2(s, h)} \left(-R \sin \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial h} \bar{i} + R \cos \varphi(s, h) \frac{\partial \varphi}{\partial h} \bar{j} + \frac{\partial z}{\partial h} \bar{k} \right),$$

$$\frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} = -R \left(\cos \varphi \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2 + \sin \varphi \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right) \right) \bar{i} + R \left(-\sin \varphi \frac{1}{\lambda_1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2 + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right) \right) \bar{j} + \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial z}{\partial s} \right) \bar{k}, \quad (24)$$

$$\frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} = -R \left(\cos \varphi \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \right)^2 + \sin \varphi \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right) \right) \bar{i} + R \left(-\sin \varphi \frac{1}{\lambda_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \right)^2 + \cos \varphi \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right) \right) \bar{j} + \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial z}{\partial h} \right) \bar{k},$$

$$\bar{e}_1 \bar{e}_2 = \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} \right), \quad (25)$$

$$\bar{e}_1 \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} = \frac{1}{\lambda_1(s, h)} \left(R^2 \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial z}{\partial h} \right) \right), \quad (26)$$

$$\bar{e}_2 \frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} = \frac{1}{\lambda_2(s, h)} \left(R^2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial h} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial z}{\partial s} \right) \right), \quad (27)$$

$$\bar{n} = \cos \varphi(s, h) \bar{i} + \sin \varphi(s, h) \bar{j}, \quad (28)$$

$$\bar{n} \frac{\partial \bar{e}_1}{\partial s} = -\frac{R}{\lambda_1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2, \quad \bar{n} \frac{\partial \bar{e}_2}{\partial h} = -\frac{R}{\lambda_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \right)^2. \quad (29)$$

С учетом равенств (21)...(29) уравнения (16)...(18) можно переписать в виде:

$$k_1 \frac{\partial \lambda_1}{\partial s} + k_2 \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_1} \left(R^2 \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial s} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial}{\partial h} \left(\frac{1}{\lambda_2} \frac{\partial z}{\partial h} \right) \right) + k_2 \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{\partial \lambda_2}{\partial h} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} \right) + \left(q_1 + q_2 \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} \right) \right) R \left| \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right| = 0, \quad (30)$$

$$k_1 \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_2} \left(R^2 \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial \varphi}{\partial s} \right) \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial h} \frac{\partial}{\partial s} \left(\frac{1}{\lambda_1} \frac{\partial z}{\partial s} \right) \right) + k_1 \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \frac{\partial \lambda_1}{\partial s} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} \right) + k_2 \frac{\partial \lambda_2}{\partial h} + \left(q_1 \frac{1}{\lambda_1 \lambda_2} \left(R^2 \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} + \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} \right) + q_2 \right) R \left| \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right| = 0, \quad (31)$$

$$k_1 \frac{\lambda_1 - 1}{\lambda_1} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial s} \right)^2 + k_2 \frac{\lambda_2 - 1}{\lambda_2} \left(\frac{\partial \varphi}{\partial h} \right)^2 - q_n \left| \frac{\partial \varphi}{\partial s} \frac{\partial z}{\partial h} - \frac{\partial z}{\partial s} \frac{\partial \varphi}{\partial h} \right| = 0. \quad (32)$$

Уравнения (30) и (31) служат для определения искомых функций $\varphi(s, h)$ и $z(s, h)$, а уравнение (32) – для определения давления ленты на трубу.

Для получения точного решения системы (30)...(32) и ее численного анализа в продолжении этой работы будут введены некоторые упрощающие допущения, позволяющие свести задачу к интегрированию обыкновенных дифференциальных уравнений.

ЛИТЕРАТУРА

1. URL: <https://uk.sagepub.com/en-gb/eur/journal/journal-reinforced-plastics-and-composites> (дата обращения 03.09.2016)
2. Кабриц С.А., Михайловский Е.И., Товстик П.Е., Черных К.Ф., Шамина В.А. Общая нелинейная теория упругих оболочек / Под ред. К.Ф. Черных, С.А. Кабрица. – СПб.: Изд-во СПбГУ, 2002.
3. Образцов И. Ф., Васильев В.В., Бунаков В.А. Оптимальное армирование оболочек вращения из композиционных материалов. – М.: Машиностроение, 1977.

4. Steigmann D.J. Elements of the theory of elastic surfaces // *Nonlinear Elasticity: Theory and Applications* / Edited by I. B. Fu, R. W. Ogden. – Cambridge: Cambridge University Press. – 2001. P. 268...304.

5. Криканов А.А. Расчет напряжений в композитной оболочке вращения, образованной намоткой ленты конечной ширины // ИПРИМ РАН. Механика композиционных материалов и конструкций. – 2002, том 8, № 2. С. 151...160.

6. Ширихин В.Н., Ионова В.Ф., Шальнев О.В., Котляренко В.И. Эластичные механизмы и конструкции. – Иркутск: Изд-во ИрГТУ, 2006.

7. Чайкин В.А., Полякова Е.В. Основы механики мягких оболочек и тканей. – Санкт-Петербург, С.-Петербург. гос. ун-т технологии и дизайна, 2004.

8. Полякова Е.В., Чайкин В.А. Прикладные задачи механики мягких оболочек и тканей. – СПб.: СПГУТД, 2006.

9. Майоров А.М., Лутов В.А., Чайкин В.А., Полякова Е.В. Напряженно-деформированное состояние тканой ленты, используемой при производстве композитной трубы посредством наматывания // *Дизайн. Материалы. Технология*. – 2010, №3(14). С. 48...51.

REFERENCES

1. URL: <https://uk.sagepub.com/engb/eur/journal/journalreinforced-plastics-and-composites> (data obrashhenija 03.09.2016)

2. Kabric S.A., Mihajlovskij E.I., Tovstik P.E., Chernyh K.F., Shamina V.A. *Obshhaja nelinejnaja teorija uprugih obolochek* / Pod red. K.F. Chernyha, S.A. Kabrica. – SPb.: Izd-vo SPbGU, 2002.

3. Obrazcov I. F., Vasil'ev V.V., Bunakov V.A. *Optimal'noe armirovanie obolochek vrashhenija iz kompozicionnyh materialov*. – M.: Mashinostroenie, 1977.

4. Steigmann D.J. Elements of the theory of elastic surfaces // *Nonlinear Elasticity: Theory and Applications* / Edited by I. B. Fu, R. W. Ogden. – Cambridge: Cambridge University Press. – 2001. P. 268...304.

5. Krikanov A.A. Raschet naprjazhenij v kompozitnoj obolochke vrashhenija, obrazovannoj namotkoj lenty konechnoj shiriny // ИПРИМ РАН. Механика композиционных материалов и конструкций. – 2002, том 8, № 2. С. 151...160.

6. Shirihin V.N., Ionova V.F., Shal'nev O.V., Kottljarenko V.I. *Jelastichnye mehanizmy i konstrukcii*. – Irkutsk: Izd-vo IrGTU, 2006.

7. Chajkin V.A., Poljakova E.V. *Osnovy mehaniki mjagkih obolochek i tkanej*. – Sankt-Peterburg, S.-Peterb. gos. un-t tehnologii i dizajna, 2004.

8. Poljakova E.V., Chajkin V.A. *Prikladnye zadachi mehaniki mjagkih obolochek i tkanej*. – SPb.: SPGUTD, 2006.

9. Majorov A.M., Lutov V.A., Chajkin V.A., Poljakova E.V. *Naprjazhenno-deformirovanное состояние tkanой lenty, ispol'zueмой pri proizvodstve kompozitnoj truby posredstvom namatyvaniya* // *Dizajn. Materialy. Tehnologija*. – 2010, №3(14). С. 48...51.

Рекомендована кафедрой машиноведения
СПГУПТИД. Поступила 28.11.16.