

УДК 677.11.519.3

**ПРОГНОЗИРОВАНИЕ МЕХАНИЧЕСКИХ СВОЙСТВ  
КОМПОЗИТНЫХ МАТЕРИАЛОВ,  
АРМИРОВАННЫХ ОСНОВОВЯЗАНЫМ ТРИКОТАЖЕМ**

**PREDICTION OF MECHANICAL PROPERTIES  
OF COMPOSITE MATERIALS  
REINFORCED WITH WARP KNITTED FABRIC**

*А.П. БАШКОВ, Г.В. БАШКОВА, М.А. МОЛОДКИНА*  
*A.P. BASHKOV, G.V. BASHKOVA, M.A. MOLODKINA*

(Ивановский государственный политехнический университет)  
(Ivanovo State Polytechnical University)

E-mail: apb303@yandex.ru, milena55@yandex.ru

*В статье рассматривается поведение композитного материала под действием внешней нагрузки. Предложена стержневая модель структурного элемента полимерного композита, армированного основовязанным трикотажным полотном. На базе этой модели разработана методика прогнозирования деформаций композита при воздействии внешних растягивающих нагрузок.*

*The behavior of the composite material under the influence of an external load is discussed in the article. The structural element rod model of the polymer composites reinforced warp knitted fabrics is proposed. Method of predicting the composite deformation at influence of external tensile loads developed based on of this model.*

**Ключевые слова:** композитный материал, льносодержащий основовязанный трикотаж, кривая растяжения, деформационные свойства, полимолочная кислота, стержневая модель, структурный элемент.

**Keywords:** composite material, warp knitted fabric on the flax base, stress-strain curve, deformation properties, polylactic acid, rod model, structural element.

При пропитке полимерной композицией трикотажной армирующей структуры после отверждения образуется материал, механические свойства которого не могут определяться простым сложением прочности матрицы и наполнителя, поскольку меха-

низм деформации каждого компонента при нагружении будет различным.

На рис. 1 представлен структурный элемент основовязанного трикотажа, помещенный в полимерную матрицу, в виде элемента со сторонами  $d_x$ ,  $d_y$ ,  $d_z$ .

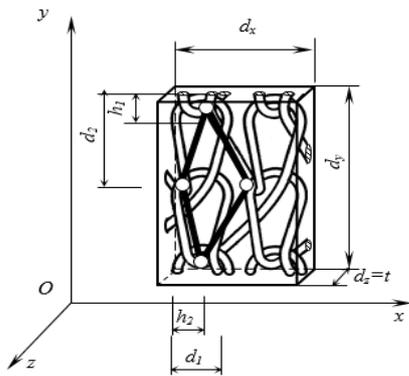


Рис. 1

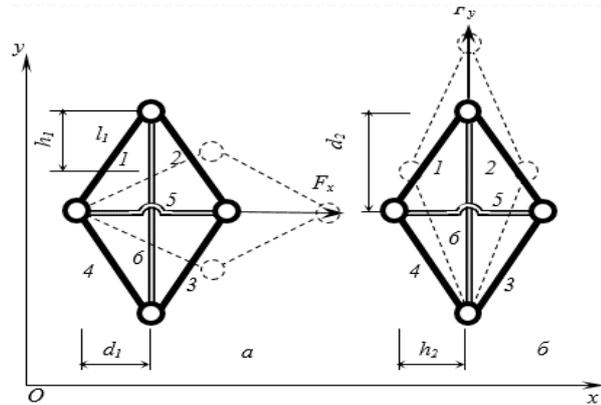


Рис. 2

На рис. 2 показана шарнирно-стержневая модель структурного элемента трикотажа. При приложении растягивающей нагрузки в любом направлении в координатной плоскости  $xOy$  растягивающие усилия пытаются не только растянуть нить, но и выдернуть ее из тела полимерной матрицы. Вместе с тем структурный элемент трикотажа начинает деформироваться, и нити (стержни на модели) сжимают заключенный между ними элемент полимерной матрицы. За счет сжатия элемента матрицы происходит упрочнение самого элемента, увеличение сил сцепления между полимером и нитью в дополнении к естественной адгезии и упрочнение самой нити за счет лучшего сцепления между волокнами как за счет адгезии, так и за счет увеличения сил трения в результате сжатия. Такой сложный механизм совместной деформации матрицы и текстильной структуры, особенно характерный для трикотажной армирующей основы, создает нелинейность и трудную предсказуемость внутренних напряжений элемента композита  $\sigma_x$  и  $\sigma_y$ .

При нагрузках, меньше разрушающих, можно пренебречь сдвиговыми деформациями, то есть исключить послойный отрыв полимера от армирующих нитей. Тогда средние деформации элемента композита  $\epsilon_x$  и  $\epsilon_y$  в общем виде можно получить, используя первую теорему Кастильяно [1]:

$$F_{xi} = \frac{2\partial U}{\partial b_i}, \quad F_{yi} = \frac{2\partial U}{\partial b_i}, \quad F_{zi} = \frac{2\partial U}{\partial b_i}, \quad (1)$$

$$U = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N k_i b_i^2, \quad (2)$$

где  $U$  – энергия деформирования системы;  $b_i$  и  $k_i$  – соответственно осевая деформация и осевая жесткость  $i$ -го стержня (рис. 2);  $F_{xi}$ ,  $F_{yi}$ ,  $F_{zi}$  – проекции на координатные оси силы  $F_i$ , которая является результирующей сил трения (вязкости) в узлах и упругих сил в стержнях, возникших в результате деформаций от внешней силы  $P_i$ .

Совместный упрочняющий эффект от взаимодействия матрицы и наполнителя можно имитировать в модели (рис. 2) дополнительными стержнями с деформацией  $b_5$  и  $b_6$ , создающими треугольники жесткости внутри структурного элемента. Кроме этого, за счет упрочняющего эффекта прочность стержней, имитирующих нити трикотажа, также необходимо принимать с большим значением модуля упругости, чем в нити.

При рассмотрении плоской задачи в осях  $xOy$  можно записать, что

$$F_x = d_x t \sum_{i=1}^8 \sigma_{xi}; \quad F_y = d_y t \sum_{i=1}^8 \sigma_{yi}, \quad (3)$$

где  $t = d_z$  – толщина полимерной матрицы;  $\sigma_{xi}$  и  $\sigma_{yi}$  – внутренние напряжения.

Применяя уравнения совместности деформации для стержневой системы (рис. 2), можно выразить осевые деформации стержней при нагрузке вдоль оси  $Ox$  и  $Oy$  соответственно:

$$b_1 = b_2 = \frac{2}{l_1 + l_2} \left[ \frac{d_1^2}{4} \left( \frac{2b_5}{d_1} + \frac{b_5^2}{d_1^2} \right) + (b_6^2 - 2h_1 b_6) \right], \quad (4)$$

$$b_3 = b_4 = \frac{1}{l_1 + l_4} \left[ \frac{d_2^2}{4} \left( \frac{2b_6}{d_2} + \frac{b_6^2}{d_2^2} \right) + (b_5^2 - 2h_2 b_5) \right], \quad (5)$$

где  $d_1, d_2$  и  $h_1, h_2$  – геометрические параметры трикотажной структуры, характеризующие размер петли и изгиб нити;  $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_6$  – длины стержней.

Учитывая связь внутренних напряжений с узловыми нагрузками (3) и принимая во внимание условия, связывающие деформации  $e_x$  и  $e_y$  с удлинениями композитного материала  $d_x, d_y$ :

$$e_x = \frac{b_5}{d_1} = \frac{b_x}{d_x}; e_y = \frac{b_6}{d_2} = \frac{b_y}{d_y}, \quad (6)$$

а также на основе трех уравнений равновесия для дискретной системы (1), (2), запишем эквивалентную систему уравнений композита как сплошной среды, связывающих эффективные нормальные деформации с напряжениями в материале:

$$\sigma_x = \left[ 2k_x \left( \frac{2d_x}{\ell_1 + \ell_2} \right)^2 \left( \frac{1+e_x}{d_x d_y t} \right) \right] \left[ \left( \frac{d_x}{2} \right)^2 (2e_x + e_x^2) + (b_6^2 - h_2 b_6) \right] + \frac{k_5 d_x^2 e_x}{d_x d_y t}, \quad (7)$$

$$\sigma_y = \left[ 2k_x \left( \frac{d_y}{\ell_1 + \ell_4} \right)^2 \left( \frac{1+e_y}{d_x d_y t} \right) \right] \left[ \left( \frac{d_y}{2} \right)^2 (2e_y + e_y^2) + (b_5^2 - h_1 b_5) \right] + \frac{k_6 d_y^2 e_y}{d_x d_y t}, \quad (8)$$

$$\begin{aligned} & \left( \frac{k_x}{(\ell_1 + \ell_2)^2} \right) (2b_5 - h_2) \left[ \left( \frac{d_x}{2} \right)^2 (2e_x + e_x^2) - (b_5^2 + h_2 b_5) \right] + \\ & + \left( \frac{2k_y}{(\ell_1 + \ell_4)^2} \right) (2b_6 - h_1) \left[ \left( \frac{d_y}{2} \right)^2 (2e_y + e_y^2) + (b_6^2 + h_1 b_6) \right] = 0, \end{aligned} \quad (9)$$

где  $d_x d_y t = V$  – объем элементарной ячейки композита;  $k_5$  и  $k_6$  – жесткость стержней, имитирующих полимерную матрицу.

Можно принять их  $k_5 = \frac{ES}{\ell_5}$ ,  $k_6 = \frac{ES}{\ell_6}$ ;  $E$  –

модуль Юнга (упругости) для выбранного полимера.  $S$  – эквивалентная площадь сечения стержня, определяется по геометрическим характеристикам пространства внутри структурного элемента; для стержней, имитирующих нить, берется реальная площадь сечения нити и ее модуль Юнга. Следует учесть, что стержни 1 и 4 имитируют сразу две нити в петле.

При нагружении композита возникают две области деформаций: упругих – в начале цикла и пластических – в поздней фазе. Пластичность материала определяется: неупругим поведением полимера матрицы, пластичностью текстильного каркаса (проскальзывание нитей в точках контакта в петлях, проскальзывание волокон внутри нити), проскальзывание и даже отслоение по границе контакта матрицы и нити. Зона упругих деформаций вполне может быть описана уравнениями (7) и (8).

Пластичность композита можно моделировать, задаваясь соответствующими свойствами материала стержней 1...6 (рис. 2).

С целью упрощения рассуждений можно не учитывать нелинейное поведение нитей. Тогда композитный материал характеризуется начальной жесткостью  $k_a$ , жесткостью за пределами текучести  $k_b$  и деформацией текучести  $\ell_p$ , которая служит показателем, характеризующим неупругое поведение. Если обозначить деформации текучести стержней 5 и 6, как  $e_{px}$  и  $e_{py}$ , и учесть, что  $e_x \geq e_{px}$ , а  $k_5 = k_{px}$ , а  $e_y \geq e_{py}$ , а  $k_6 = k_{py}$ , то уравнения (7) и (8) можно модифицировать в следующем виде:

$$\sigma_x = \sigma_{fx} + \sigma_{cx}, \quad \sigma_y = \sigma_{fy} + \sigma_{cy}. \quad (10)$$

Здесь индексы  $f$  и  $c$  обозначают вклад в напряженное состояние соответственно текстильного каркаса и полимерной матрицы [2]. Если силы, действующие на каркас и матрицу, сосредоточены в пределах структурного элемента (при небольших размерах элемента это так и будет), то из

уравнения (7) напряжение в матрице определяется как:

$$\sigma_{cx} = \frac{k_5 d_x^2 e_x}{d_x d_y t}. \quad (11)$$

Если напряжение в матрице превышает начальный предел текучести, то

$$\sigma_x = \left[ 2k_x \left( \frac{2d_x}{l_1 + l_2} \right)^2 \left( \frac{1+e_x}{d_x d_y t} \right) \right] \left[ \left( \frac{d_x}{2} \right)^2 (2e_x + e_x^2) + (b_6^2 - h_2 b_6) \right] + \frac{k_5 d_x^2 e_x}{d_x d_y t} + \frac{k_{p5} d_x^2 (e_x - e_{px})}{d_x d_y t}, \quad (13)$$

$$\sigma_x = \left[ 2k_x \left( \frac{2d_y}{l_1 + l_4} \right)^2 \left( \frac{1+e_y}{d_x d_y t} \right) \right] \left[ \left( \frac{d_y}{2} \right)^2 (2e_y + e_y^2) + (b_5^2 - h_1 b_5) \right] + \frac{k_6 d_y^2 e_y}{d_x d_y t} + \frac{k_{p6} d_y^2 (e_y - e_{py})}{d_x d_y t}. \quad (14)$$

Поскольку механические свойства полимерной матрицы изотропны, а также одинаковы при сжатии и растяжении, то можно считать относительные деформации вдоль координатных осей равными, то есть при малых размерах можно допустить, что  $b_5 = b_6 = b_c$ . Тогда этот показатель, являющийся функцией от  $e_x$  и  $e_y$ , определяется как корень уравнения (9) и находится в пределах

$$-\frac{h_1}{2} \leq b_c \leq \frac{h_2}{2}. \quad (15)$$

Для расчетов по данной модели необходимо задаться геометрическими параметрами  $d_1, d_2, d_x, d_y, t, h_1, h_2, l_1, l_2, \dots, l_6, S_i$ , которые определяются обычным замером по сканированному изображению образца материала. Значения модуля упругости  $E$  и удлинений как в упругой, так и в пластической зоне становятся известны после испытаний образцов трикотажа на растяжение [3], модуль упругости и удлинения полимерного материала также определяются по справочной литературе [4]. Для полимолочной кислоты  $E = 3,5$  ГПа, предел текучести 53 МПа, разрушающая нагрузка 60 МПа при относительном удлинении 6,0%. После подстановки этих значений в уравнения (13) и (14) с помощью программы Origin 6.1 были получены прогнозируемые кривые

$$\sigma_{cx} = \frac{k_5 d_x^2 e_x}{d_x d_y t} + \frac{k_{p5} d_x^2 (e_x - e_{px})}{d_x d_y t}. \quad (12)$$

Тогда неупругие уравнения вдоль оси  $Ox$  и  $Oy$  будут выглядеть следующим образом:

удлинения композитного материала на основе льносодержащего трикотажного полотна и полимолочной кислоты.

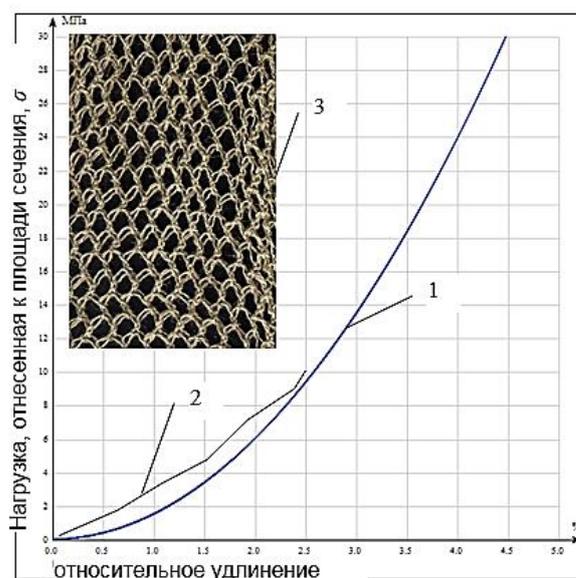


Рис. 3

На рис. 3 представлена кривая 1 удлинения композитного материала вдоль оси  $Ox$ , полученная расчетным путем. Можно отметить, что в упругой зоне она соответствует экспериментальной кривой 2, полученной в работе [5] для композита на основе кулирного трикотажа из хлопковой пряжи; 3 – структура трикотажа, используемая для расчета.

## ВЫВОДЫ

Разработанная с использованием стержневой модели композитного материала, армированного основовязаным трикотажем, методика прогнозирования механических свойств позволяет достаточно объективно определять деформации материала в зависимости от приложенных нагрузок.

## ЛИТЕРАТУРА

1. *Биргер И.А., Мавлютов Р.Р.* Сопротивление материалов. – М.: Наука, 1986.
2. *Трещалин Ю.М.* Анализ внутренних напряжений в волокнах, возникающих в процессе полимеризации связующего при изготовлении композиционных материалов на основе нетканых полотен // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2012, № 4. С. 37...40.
3. *Башкова Г.В., Чистобородов Г.И., Башков А.П., Алешина Д.А., Натертышев И.Ю.* Анизотропия структуры и свойств ниточных наполнителей композитов // Изв. вузов. Технология текстильной промышленности. – 2010, № 7. С. 80...84.
4. Энциклопедия полимеров / Под общ. ред. В.А. Кабанова. – Т. 3. – М.: Советская Энциклопедия, 1977.
5. *Kononova O., Krasnikovs A., Dzelzitis K., Kharkova G., Vagel A., Eiduks M.* Mechanical properties of composites reinforced by cotton knitted fabric //

7<sup>th</sup> International DAAM Baltic Conference "INDUSTRIAL ENGINEERING". – 22-24 April 2010, Tallinn, Estonia. P. 47...53.

## REFERENCES

1. Birger I.A., Mavljutov R.R. *Soprotivlenie materialov.* – M.: Nauka, 1986.
2. Treshhalin Ju.M. *Analiz vnutrennih naprjazhenij v voloknah, vznikajushhih v processe polimerizacii svjazujushhego pri izgotovlenii kompozicionnyh materialov na osnove netkanyh poloten* // *Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti.* – 2012, № 4. S.37...40.
3. Bashkova G.V., Chistoborodov G.I., Bashkov A.P., Aleshina D.A., Natertyshev I.Ju. *Anizotropija struktury i svojstv nitochnyh napolnitelej kompozitov* // *Izv. vuzov. Tehnologija tekstil'noj promyshlennosti.* – 2010, № 7. S. 80...84.
4. *Jenciklopedija polimerov / Pod obshh. red. V. A. Kabanova.* – Т. 3. – М.: Sovetskaja Jenciklopedija, 1977.
5. *Kononova O., Krasnikovs A., Dzelzitis K., Kharkova G., Vagel A., Eiduks M.* Mechanical properties of composites reinforced by cotton knitted fabric // 7<sup>th</sup> International DAAM Baltic Conference "INDUSTRIAL ENGINEERING". – 22-24 April 2010, Tallinn, Estonia. P.47...53.

Рекомендована кафедрой технологии и проектирования текстильных изделий. Поступила 06.04.16.